DAVID RABOUIN

# *Mathesis Universalis*

## L'idée de « mathématique universelle » d'Aristote à Descartes

ÉPIMÉTHÉE

puf

*MATHESIS UNIVERSALIS*

L'idée de « mathématique universelle »

d'Aristote à Descartes

ÉPIMÉTHÉE

ESSAIS PHILOSOPHIQUES

*Collection fondée par Jean Hyppolite*
*et dirigée par Jean-Luc Marion*

David Rabouin

# *MATHESIS UNIVERSALIS*

## L'idée de « mathématique universelle » d'Aristote à Descartes

PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE

ISBN 978 2-13-057088-2

Dépôt légal 1re édition : 2009, mars

© Presses Universitaires de France, 2009
6, avenue Reille, 75014 Paris

# REMERCIEMENTS

Ce livre est une version remaniée d'une partie de ma thèse sur l'idée de « mathématique universelle » à l'âge classique, soutenue le 22 novembre 2002 à l'Université de Paris IV - Sorbonne en présence de Michel Fichant (directeur), Joël Biard, Frédéric de Buzon, Jean-Luc Marion (président) et Marco Panza. Qu'ils soient tous remerciés pour leur lecture attentive, leur soutien et leurs remarques critiques, ainsi que Catherine Chevalley qui avait présidé à sa naissance et avait su lui donner une impulsion décisive. Thomas Bénatouïl, Élie During, Brice Halimi et Vincent Gérard m'avaient alors aidé de leur lecture, de leurs conseils et de leur amitié, à laquelle je dois beaucoup.

Par la suite, le travail généalogique qu'avaient rendu nécessaire les conclusions de ma thèse m'a porté plus directement vers une étude des conceptions antiques. J'ai été particulièrement aidé dans cette nouvelle recherche par le travail effectué dans le cadre du groupe de lecture et de traduction de l'*In Euclidem* dirigé par Bernard Vitrac et Alain Lernould à l'École normale supérieure depuis 2002. Je dois beaucoup à l'aide des membres de ce groupe : Gerald Bechtle, Alain Bernard, Arnaud Macé, Nicolas Vinel et tout particulièrement Thomas Bénatouïl et Bernard Vitrac, qui ont bien voulu relire les trois premières parties de ce livre et m'aider de leurs précieux conseils.

J'ai particulièrement profité depuis la fin de ma thèse de l'accueil chaleureux et de l'ambiance de travail de l'équipe REHSEIS (UMR 7596) du CNRS, et en particulier des discussions avec Karine Chemla, Renaud Chorlay, Sébastien Maronne, Marco Panza, Ivahn Smadja, Jean-Jacques Szczeciniarz, ainsi qu'avec les chercheurs étrangers invités en 2004-2005 : Emily Grosholz et Paolo Mancosu. Je remercie enfin Jean Dhombres pour sa relecture attentive des deux dernières parties.

Quentin est arrivé au moment où commençait ma thèse et Alexandre au moment où elle s'est achevée. Ce livre leur est naturellement dédié.

# INTRODUCTION

Aperçue de loin, la *mathesis universalis* semble se détacher sur l'horizon à la manière d'un bloc majestueux, aux contours clairement dessinés. Fondée, nous dit-on, sous les auspices du père de notre modernité philosophique : Descartes, puis consolidée de loin en loin par des penseurs aussi importants que Leibniz, Bolzano ou Husserl, elle paraît représenter à elle seule l'ambitieux programme du « rationalisme classique » dans son épopée grandiose. Son inspection ne présenterait d'ailleurs qu'un intérêt limité, si elle ne s'était trouvée associée à cette histoire monumentale. Des guides aussi différents que Ernst Cassirer, Edmund Husserl, Bertrand Russell ou Martin Heidegger ont pu s'accorder en ce point : le développement de la « science moderne » accomplirait dans ses grands traits ce « rêve dogmatique », peut-être démesuré, pour mener à son terme le destin de la métaphysique occidentale – qu'on prenne cet achèvement en bonne ou en mauvaise part.

Pourtant, celui qui s'approche un peu plus de l'édifice a bien du mal à reconnaître les contours de ce portrait grandiose. Partout les lézardes apparaissent dans des murs anciens, dont on semble avoir caché la vétusté sous un plâtre qui s'effrite. Il en vient même à douter d'avoir bien saisi ce qui faisait l'intérêt de sa visite. C'est un danger inhérent à l'histoire de la philosophie et à sa téléologie spontanée de se donner pour tâche la

mise en correspondance d'un problème supposé constitué et d'une série de réponses qu'il s'agirait simplement de retrouver à travers les âges. Un tel point de vue conforte une lecture scolaire, sinon scolastique, dans laquelle la philosophie se déploie sous une liste close de questions *(philosophia perennis)*. S'y perd immanquablement ce qui fait la vie de la pensée, c'est-à-dire la création des problèmes eux-mêmes. La difficulté est patente dans le cas de la *mathesis universalis*. Il existe aujourd'hui de nombreuses études sur la *mathesis universalis,* la plupart du temps décalquées du portrait monumental que nous venons d'esquisser, mais qui pourrait répondre à la question de celui qui cherche à s'approcher du monument : comment la *mathesis universalis* s'est-elle constituée pour la philosophie en problème ? Et, plus simplement encore : quels problèmes sont attachés à ce concept ?

Certes, nous comprenons bien pourquoi la philosophie pourrait *aujourd'hui* vouloir constituer la *mathesis universalis* en problème. La connaissance mathématique a pénétré très profondément un rapport jugé de plus en plus technique de l'homme au monde et il paraît légitime de vouloir interroger ce rêve d'une domination universelle de la *mathesis* dans son projet « métaphysique » (qu'il s'agisse de le relancer, de le critiquer ou simplement de se situer par rapport à lui). Nous comprenons également, et pour des raisons semblables, que cette interrogation puisse régresser historiquement jusqu'à l'âge classique, où s'est édifié l'idéal d'une science mathématique de la nature. Ainsi pourrait d'ailleurs commencer ce récit : « L'influence de l'idée de "mathesis universalis" sur la réflexion et la construction des théories philosophiques relie notre époque au siècle des Lumières. Les conditions spécifiques, sous lesquelles cette pensée a agi sur la Philosophie théorique des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles, l'ont alors conduite à échouer sous la forme qu'elle tentait de prendre pour s'imposer. Elles la font aujourd'hui paraître à nos yeux – et déjà, d'une autre façon, à ceux de Kant – comme un rêve dogmatique »[1].

1. Cette phrase ouvre l'étude de H. W. Arndt (1971), p. 1 (notre traduction). Le tableau est ensuite plus précisément lié à celui du rationalisme classique : « La caractérisation d'une théorie philosophique comme "démonstration *more geometrico*" s'est trouvée associée à l'héritage plus large de la philosophie des Lumières des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles. En particulier il s'agit alors de ces doctrines que l'on désigne généralement du nom de système "constructif-rationaliste" de

Ce cadre est celui qui a prévalu dans l'interrogation sur la *mathesis universalis* depuis la fin du XIXe siècle – la grande question étant de savoir quel crédit on devait alors accorder au constat d'un échec de ce prétendu « rêve dogmatique ». Mais on ne remarque pas assez que nul problème n'est alors attaché au concept lui-même. Il vaut comme nom d'un *programme,* dont on fait justement reproche aux classiques *de ne pas l'avoir considéré comme problématique.*

N'est-ce pas là, objectera-t-on, la seule question qui vaille ? Pourquoi ne pas s'arrêter à cette interrogation, déjà très riche et passionnante, sur la constitution de notre modernité ? Il y a plusieurs raisons pour ne pas céder trop vite à cette tentation, dont la plus profonde est liée au cercle qui gouverne ici la définition de ce qu'est censée être notre « modernité » philosophique et scientifique. Mais on peut, plus simplement, remarquer que cette conception souffre d'une faiblesse constitutive, devenue plus claire à mesure que le problème soulevé à la fin du XIXe siècle – celui de notre rapport au « rationalisme classique » – a perdu de sa vigueur. Elle implique, en effet, que l'idée de *mathesis universalis* ne porte avec elle aucun problème spécifique et ne puisse apparaître indépendamment d'un programme avec lequel elle est finalement censée s'identifier. Or les travaux des historiens ont montré que ce postulat n'est tout simplement pas fondé. Le concept de *mathesis universalis* apparaît dès avant Descartes, dans un contexte de réflexions philosophiques sur l'unité des mathématiques (et non de mathématisation de la nature), qui est explicitement référé – au premier chef par Descartes lui-même – à une longue *tradition* de problèmes. Il n'accompagne pas la revendication d'une rupture. Pis, cette réflexion se situe alors clairement dans l'héritage des Anciens, de Proclus au premier chef, et de son opposition à une solution évoquée auparavant par Aristote[1].

la Philosophie » *(ibid.)*. Une telle thèse sert de postulat à la plupart des études sur la *mathesis universalis* – comme en témoigne également la première phrase de l'article de M. Schneider (1988) : « À la dénomination "Mathesis universalis" se trouve associé au XVIIe siècle le postulat d'une mathématisation, c'est-à-dire de la précision des méthodes scientifiques et des procédures démonstratives » (Notre traduction).

1. L'histoire de la *mathesis universalis* dans la période précédant Descartes a été retracée par Crapulli (1969).

Nous parvenons ainsi à un constat assez déroutant pour le philosophe : non seulement, la *mathesis universalis* n'est nullement associée à un programme, dont il reviendrait à notre modernité de dessiner l' « authentique » problème, mais le premier auteur aujourd'hui connu à se référer à une telle idée est Aristote, ennemi s'il en fût des promoteurs de la figure moderne de la *mathesis*. Et n'allons pas croire qu'il restera possible de se rabattre alors sur la solution simple d'une opposition entre « Classiques » et « Grecs » au sujet de la place à accorder au modèle mathématique dans la connaissance de la nature (solution qui autoriserait éventuellement à revenir à la question des fondements du « rationalisme moderne »). La réflexion des néo-platoniciens sur la mathématique universelle, dont on doit à Proclus le développement le plus complet, en témoigne à elle seule : l'opposition à Aristote fut *interne* au dispositif ancien et ne correspond à nulle rupture provoquée ici par les Classiques.

La lecture téléologique proposée par ce que nous désignerons désormais comme l' « histoire monumentale »[1] de la *mathesis universalis* trouve ici une limite évidente : comment y justifier que les Anciens, avec lesquels le programme des Classiques était précisément censé rompre, aient pu *déjà* se préoccuper de « mathématique universelle » ? Et plus simplement encore, *de quoi* se préoccupaient donc ces philosophes sous ce concept ? Le regain d'intérêt pour la *mathesis universalis* à la fin du XIX^e^ siècle n'avait-il pas conduit paradoxalement à la perte de son sens de problème ?

Cette étude n'a d'autre but que de suivre de telles questions jusqu'à leur source[2]. Mais son horizon est loin d'être purement historique. Car

1. Selon une distinction empruntée à Nietzsche (F. Nietzsche [2000], *Considérations inactuelles*, II. « De l'utilité et des inconvénients de l'histoire », § II-III).

2. Il n'existe à notre connaissance que deux études qui aient fait l'effort de tenir ensemble le moment classique et le moment ancien. La première est celle de L. M. Napolitano Valditara (1988) ; la seconde, celle de Sasaki (2003). Toutes deux présentent l'inconvénient d'accepter un point de vue téléologique dans lequel l'étude des sources est présentée principalement comme un moyen de comprendre la *mathesis universalis* cartésienne, elle-même considérée *a priori* comme symbole de notre modernité (mathématique et/ou philosophique). Notre étude est conçue comme un complément (et, en un sens, un contrepoint) à ces perspectives : elle refusera obstinément le point de vue téléologique sur la *mathesis universalis* et tentera, autant que faire se peut, de reconstituer les problèmes philosophiques qui ont gouverné son histoire. Sa perspective sera donc génétique ou « généalogique », selon un des sens que Nietzsche a pu donner à ce terme. Pour une critique de l'approche de Napolitano Valditara, voyez G. Bechtle (2007).

l'intérêt philosophique y gagne peut-être en richesse ce qu'il perd en ampleur. Si nous suspendons, en effet, l'idée que la *mathesis universalis* fût l'expression d'un programme lié au seul « rationalisme classique », si nous ouvrons la possibilité qu'elle porte dans son concept un problème qui préoccupe les philosophes depuis Aristote, alors la centralité de cette idée chez des auteurs comme Descartes ou Leibniz nous invite à ne pas nous arrêter à la formulation la plus lâche, celle qui apparaît le plus directement dans l'étude du corpus et qui consiste pour l'essentiel en une interrogation sur l'unité des mathématiques. La vraie question est de savoir pourquoi cette question-là, apparemment étroite et technique, a été tenue, depuis Aristote, comme importante *pour la philosophie en général* (et singulièrement pour la constitution d'un projet « métaphysique »). C'est cette question redoublée, question sur la centralité de la question, que cette étude mettra à son horizon.

## LE MONUMENT OU POURQUOI S'EST-ON INTÉRESSÉ À LA *MATHESIS UNIVERSALIS* ?

Une telle approche implique évidemment de suspendre d'abord l'évidence de l'image monumentale construite à la fin du XIXe siècle et le plus simple, pour ce faire, est certainement d'en rappeler d'emblée le mode singulier de constitution. Commençons à ce propos par une remarque importante : lorsqu'un auteur du XVIIe siècle parle de la *mathesis universalis* « de » Descartes, on peut être assuré qu'il ne se réfère *pas* au seul texte où Descartes ait jamais utilisé cette expression : les *Regulae ad directionem ingenii.* De fait, cet écrit ne fut pas publié avant la fin du XVIIe siècle et resta pratiquement inconnu à l'époque[1]. Sous ce terme, il désignera, en fait, la

1. L'histoire des manuscrits de Descartes est complexe. Nous renvoyons à la mise au point de G. Crapulli dans l'introduction de son édition chez Martinus Nijhoff, ainsi qu'au complément fourni par H. Breger : « Über die Hannoversche Handschrift der Descartesschen Regulae », in *Studia Leibnitiana,* Band XV, 1983. Leibniz et Tschirnhaus eurent accès à ces manuscrits lors d'une visite qu'ils firent à Clerselier en février 1676. Ils firent des copies des iné-

*Géométrie*, selon le titre que Van Schooten avait donné à son commentaire dès 1651 et qui finit par devenir celui de l'œuvre elle-même : *Renati Des Cartes Principia Matheseos Universalis*[1]. Fait remarquable : même les rares lecteurs de la quatrième des *Règles pour la direction de l'esprit* – seul lieu de l'œuvre cartésienne où apparaisse l'idée d'une *mathesis universalis* – ne font pas exception à cette règle. C'est le cas notamment de Leibniz et Tschirnhaus, dont nous savons qu'ils ont eu accès au manuscrit dès 1676. Ainsi nous disposons des notes que Leibniz a prises en lisant les *Regulae* et chacun pourra y vérifier qu'il n'y prête aucune attention au concept de *mathesis universalis* (alors qu'il recopie longuement le passage qui précède son introduction)[2].

Quant à Tschirnhaus, sa description ne laisse guère de doute sur le fait qu'il entend sous ce terme une généralisation de l'algèbre géométrique cartésienne : « La découverte de tout ce qui nous échappe en grande partie ou en totalité dans l'ensemble des mathématiques n'exige que l'examen de toutes les courbes possibles qui se puissent concevoir. Car de cette façon nous ferons apparaître, j'en suis persuadé, les relations possibles entre tous les objets des mathématiques, en sorte que, si quelque difficulté se présente par la suite dans une partie de cette science, il n'est besoin pour la résoudre que de mettre en évidence la courbe correspondante ; ainsi, les points d'une courbe étant en nombre infini, résoudrons-nous toujours, d'un seul coup, une infinité de problèmes. C'est pourquoi nous appellerons congrûment *mathématique universelle (Mathesin universalem)* la science en laquelle est contenu tout ce qui ne se rapporte qu'à la

dits – mais Leibniz ne semble pas avoir pris copie du texte des *Regulae* qu'il achètera par la suite à G. Schuller. Des copies, ainsi que l'original prêté par Clerselier, circulèrent, notamment auprès de Port Royal et en Hollande, où paraît une première édition des *Regulae* en 1684 (traduites en hollandais chez Glazemaker). D'un autre côté, Leibniz s'est porté acquéreur en 1678, pour la bibliothèque de Hanovre d'une copie appelée H (A I, 3, 60-61 ; A VI, 3, 386-387).

1. *Renati Des Cartes Principia Matheseos Universalis seu Introductio ad geometriae methodum* fut d'abord le titre du commentaire à la *Géométrie* de Descartes proposé en 1651 par Van Schooten, puis du second volume de la grande édition de la *Géométrie* avec ses commentaires publié en 1661, puis de l'ensemble (voyez Van Schooten [1695]). Cette désignation était très courante dès le milieu des années 1650 et on la retrouve aussi bien chez Wallis que chez Leibniz (dès le *De arte combinatoria*) ou Tschirnhaus lorsqu'ils se réfèrent à la *mathesis universalis* « de Descartes ».

2. A VI, 4, B, p. 1031-1036. Avant cette époque, le seul usage qu'on trouvera du terme *mathesis universalis* chez Leibniz est d'ailleurs une référence au traité de Schooten dans la *Dissertatio de Arte Combinatoria* (GP IV, 27-202 ; A VI, 1, 166-230).

connaissance de tels objets ou courbes, et de telles lignes courbes constitueront ici pour nous les êtres rationnels. »[1]

Ce qui est vrai des lecteurs de Descartes l'est d'ailleurs des lecteurs de Leibniz qui n'entendent pas non plus sous ce terme la même chose que leur source. S'ils parlent, en effet, à l'occasion de *mathesis universalis,* c'est généralement pour désigner d'autres projets qui les intéressent plus, comme celui d'*ars combinatoria,* de *caracteristica universalis* ou de *scientia generalis* – équivalence qui s'est maintenue jusqu'à nous et dont personne ne semble avoir remarqué que Leibniz ne l'a pourtant *jamais* faite[2]. Quant aux textes spécifiquement consacrés par Leibniz à la *mathesis universalis,* ils restent peu lus avant la fin du XIXe siècle. Dans l'un et l'autre cas, la *mathesis universalis* ne semble pas constituer un thème particulièrement intéressant, sinon en tant qu'il renvoie à un *autre lieu* de rupture théorique : « Géométrie », « méthode », « art combinatoire », « caractéristique universelle », etc. Il faut donc prendre acte d'un hiatus important dans l'histoire de la « mathématique universelle », qui explique une grande part des malentendus dont elle va être recouverte par la suite : ce qui se trouve évoqué sous ce nom par les auteurs à partir des XVIIe et XVIIIe siècles ne correspond *pas* à ce qui était thématisé dans les textes originaux de Descartes et Leibniz. Dans le premier cas, le sens est immédiatement recou-

1. La *Medicina mentis* fut publiée en 1686 (postdatée de 1687), mais on estime que la première partie en a été rédigée vers 1680 et qu'elle l'est à coup sûr en 1682, puisque Tschirnhaus annonce dans une lettre à Leibniz de cette année avoir alors fait parvenir à l'Académie des sciences un « court traité qui comprend les préceptes généraux de l'art de découvrir » (*Die Briefwechsel von Gottfried Wilhelm Leibniz mit Mathematikern,* éd. C. Gerhardt, Berlin, Mayer, p. 425) ; Van Gent possède dès 1683 une copie de la première partie (voir l'édition et la traduction de la *Medecina Mentis* par J.-P. Wurtz, Ophrys, 1980, p. 11-12 ; le texte cité se trouve à la page 104).

2. Voyez l'étude de V. Peckhaus (1997) qui retrace cette réception jusqu'à la fin du XIXe siècle (avec cet inconvénient qu'il relit lui-même téléologiquement le projet leibnizien à travers cette grille de lecture). Une des sources de ces amalgames peut être trouvée chez Christian Wolff. Décrivant les différents programmes de *mathesis universalis* au XVIIe siècle, il se réfère au *De legibus naturae et vera aestimatione virium motricium* (GM VI, 211) pour mentionner la conception la plus large, que Leibniz aurait projetée (sans pouvoir la mener à bien, précise-t-il) et qui aurait donc consisté à « donner les règles d'estimation de toutes choses » : « Vielmehr aber sollte man mit dem Herrn von Leibniz in *Actis Eruditorum* An. 1691, p. 446 diejenige Wissenschafften dadurch verstehen, darinnen allgemeine Regeln alle Sachen abzumessen gegeben werden : Diese *Mathesis universalis* ist zur Zeit noch nicht erfunden » (*Mathematisches Lexicon,* art. *Mathesis universalis* dans *Gesammelte Werke* I. *Deutsche Schriften,* bd. 11, p. 869).

vert par celui du calcul géométrique, dans le second par celui de la « caractéristique universelle »[1].

C'est seulement à partir de la fin du XIXe siècle que la *mathesis universalis* des Classiques connaît une visibilité accrue en philosophie, notamment grâce à l'édition des textes originaux de Descartes et Leibniz. Mais cette renaissance du thème se place dans une parfaite continuité avec le sens très général qu'avait fini par prendre ce terme au fil des réinterprétations. L'intérêt des philosophes se trouve alors immédiatement lié à la manière dont les uns et les autres cherchent à se rapporter à l'héritage d'un programme général, celui du « rationalisme classique » ou de la « science moderne ». Ainsi Heidegger peut-il encore avancer dans ses cours de 1935-1936 édités sous le titre *Qu'est-ce qu'une chose ?*, alors que se trouve évoqué le projet de *mathesis universalis* des *Regulae* : « C'est le concept moderne de la "science" qui y reçoit son empreinte. Seul celui, qui réellement et longuement, a médité de part en part jusque dans ses recoins les plus glacés cet écrit sobre et sans égard, se met en état d'acquérir un pressentiment de ce qui est en marche dans les sciences modernes. »[2] De même apprend-on à la lecture de Cassirer :

« C'est le concept cartésien de la *mathesis universalis* qui confère à cette idée fondamentale de la recherche moderne [*scil.* celle d'un ordre universel totalement accessible à la raison] sa légitimation philosophique principale. Le cosmos de la mathématique universelle, le cosmos de l'ordre et de la mesure, embrasse et épuise toute connaissance, il n'a besoin d'aucun appui et ne peut admettre d'autre fondement que celui qu'il trouve en lui-même. Ce n'est qu'à partir de ce moment que la raison embrasse de ses idées claires et distinctes la totalité de l'Être, ce n'est qu'aujourd'hui qu'elle peut, avec ses propres forces, la pénétrer et la dominer. »[3]

1. Ce hiatus justifie la coupure chronologique entre cette étude et celle qui lui fera suite, où j'étudierai les développements du concept de *mathesis universalis* de Van Schooten à Leibniz.

2. M. Heidegger (1962 1971), p. 111.

3. E. Cassirer (1942 1991), p. 82. Cette lecture qui relie le projet de *mathesis universalis* avec celui de la « science moderne », comme projet de mathématisation de la nature, avait d'abord été défendu chez les néo kantiens par P. Natorp (1882). Elle est intimement liée à la relecture de Descartes proposée au XIXe siècle en France, avec l'édition des *Œuvres* par Victor Cousin (1824 1826) – dont le tome XI contient une traduction française des *Règles pour la direction de l'esprit* – et en Allemagne avec les études historiques de Kuno Fischer – le premier volume de sa *Geschichte der neueren Philosophie*, réédité sous le titre *Descartes und seine Schule*, comprenant un passage sur les *Regulae* et la « mathématique universelle » (2e éd., 1865).

On ne saurait plus clairement désigner le *terminus a quo* et le *terminus ad quem* d'une histoire qui semble alors parvenir à sa fin. Cette même histoire dont on se persuade aisément qu'elle est la nôtre. La mise en ordre universelle de l'étant, appelée par la pensée grecque du *kosmos* et le programme idéaliste platonicien, relancée dans sa pleine puissance par la métaphysique classique, qu'on la célèbre ou qu'on la critique, trouverait dans ce progrès sa réalisation la plus achevée, c'est-à-dire sa clôture. La philosophie, telle la chouette de Minerve, pourrait alors prendre son envol pour la survoler et déclarer, comme le fait encore Michel Foucault qu' « aux deux extrémités de l'*épistémè* classique, on a donc une *mathesis* comme science de l'ordre calculable et une *genèse* comme analyse de la constitution des ordres à partir des suites empiriques » – la seconde conduisant naturellement à la nouvelle configuration ouverte par le moment « transcendantal » et la naissance de l' « âge de l'histoire »[1]. La grande question qui préoccupe ces auteurs est donc de se situer par rapport à ce qu'ils désignent comme une forme de rationalité typique de l'âge classique (quel que soit le cadre méthodologique où une telle forme est censée devenir intelligible : « *a priori* historique », « conceptions du monde », « *épistémè* », voire « idéologie »[2]) et d'y trouver les motifs d'une interrogation sur la « constitution » de notre modernité.

Mais s'ils s'entendent tous sur l'idée qu'une certaine configuration s'effrite au début du XIXe siècle, cela ne signifie pourtant pas que la seule posture possible soit ici critique. Ainsi Husserl, un des rares philosophes

1. M. Foucault (1966), p. 87. *Les mots et les choses* avaient d'ailleurs annoncé dès leur préface que cet « espace d'empiricité » typique de l'âge classique est « voué à disparaître dès le début du XIXe siècle », qu'il y a un « seuil » au-delà duquel cette norme ne fonctionne plus, « seuil qui nous sépare de la pensée classique et constitue notre modernité » (p. 13-16).

2. Voyez notamment l'interprétation proposée par M. Horkheimer et T. Adorno (1944-1974). Après avoir posé que « la Raison est totalitaire » dans son principe, les auteurs relatent à grands traits l'histoire d'une telle conception qui, partant de l'*una scientia universalis* de Bacon, est déclarée briller de tous ses feux dans la *mathesis universalis* (référée ici à Leibniz) et se poursuit dans la logique formelle ( « la grande école de l'unification » ). Cet idéal de science positive, qui trouve dans les mathématiques son modèle (p. 35), doit être placé dans la droite ligne du projet de mathématisation de la nature (p. 41 sq. où l'héritage de la lecture husserlienne est revendiqué). Une telle idéologie, dépendante de formes sociales déterminées, notamment du développement du capitalisme marchand, se caractériserait par la volonté de soumettre le monde à un calcul (p. 24-25).

à s'intéresser de près aux écrits techniques de Leibniz sur la *mathesis universalis* en fut influencé au point de déclarer : « Le chemin qui m'a conduit à la phénoménologie fut essentiellement déterminé par la *mathesis universalis.* »[1] Le diagnostic de clôture, repris très clairement dans d'autres textes comme la *Krisis*[2], n'empêche donc nullement l'idée d'une perpétuation sous d'autres formes. De fait, les *Recherches logiques* n'avaient pas manqué de mettre en avant leurs « attaches avec Leibniz » et avec un programme de *mathesis universalis,* dont la réalisation d'une théorie pure des multiplicités dans la logique et la mathématique apparaissait comme l'accomplissement[3]. De même chez Cassirer, la volonté de rapporter ce programme à l'âge clos du « panlogisme » classique dans des ouvrages comme *Logique des sciences de la culture* ne doit pas faire oublier la réflexion profonde engagée sur les développements de la mathématique moderne dès *Substance et fonction* (1910). La « mathématique universelle » y tient une place centrale et le projet d'une « philosophie des formes symboliques » y prend d'ailleurs très ouvertement sa source[4]. La *mathesis universalis,* dans son lien à un certain âge de la philosophie, n'exclut donc pas, et même incite plutôt, à poser la question de sa relance – c'est-à-dire, pour reprendre une expression significative d'Heinrich Scholz, la possibilité d'une « métaphysique comme science rigoureuse »[5]. Héritage ambigu d'une modernité

1. E. Husserl (1912-1993) (§ 10 [57]), p. 69. Sur ce chemin suivi par Husserl dès le début des années 1890, voir la thèse de Vincent Gérard, *Mathématique universelle et métaphysique de l'individuation* (Université de Paris XII) et mon article : « Husserl et le projet leibnizien de *mathesis universalis* » (*Philosophie,* n° 92, hiver 2006).

2. E. Husserl (1954-1976), p. 26-27, sur la corrélation de la « mathématique formelle » et du projet moderne de « science universelle », et p. 52-55, sur le lien de cette mathématique formelle au projet de *mathesis universalis.*

3. E. Husserl (1900-1990), § 60, p. 243-246 (et p. 249 pour la critique de Bolzano qui n'a pas su comprendre le programme leibnizien de *mathesis universalis* dans toute sa puissance) ; Husserl (1929-1984), notamment § 35, p. 137 sq. Ce versant d'une « ontologie formelle », calquée sur la théorie pure des multiplicités comme théorie des formes de théories, tient encore la première place – celle que le point de vue transcendantal doit fonder – dans *Logique formelle et Logique transcendantale* (1929).

4. Le programme « cartésiano-leibnizien » de *mathesis universalis,* présent dès *Substance et Fonction,* est repris au troisième tome de la *Philosophie des formes symboliques,* où il ouvre au développement de la mathématique moderne (Cassirer [1929-1972], p. 387-393).

5. Voir les articles de H. Scholz (1961), judicieusement rassemblés sous le titre *Mathesis universalis,* notamment p. 10-11 sur la « métaphysique comme science rigoureuse ».

édifiée sur la fin d'une philosophie qu'elle n'en finit pas de reconduire, la *mathesis universalis* devient un des noms de ce lieu précaire où s'établit la philosophie dans son rapport complexe à la « modernité » (au sens que porte ici la « science moderne » et son prétendu projet d'une rationalisation du réel de type « logico-mathématique »).

Gardons-nous également de croire, au fil de ces quelques exemples, que l'intérêt pour la *mathesis universalis* fut propre à la tradition issue de l'héritage kantien et dirigée par l'idée d'une critique de la raison. Car au moment même où Husserl et Cassirer se retournent sur le projet de *mathesis universalis,* Russell y discerne pour sa part une discipline « analogue à la logique symbolique moderne » et la première amorce d'un programme conduisant en droite ligne aux *Principia mathematica*[1]. Le même concept qui oriente la recherche phénoménologique ou la philosophie des formes symboliques néo-kantienne, se trouve donc chargé d'annoncer le triomphe d'un courant directement opposé à l'héritage kantien. Voilà ce qu'exprimait clairement Louis Couturat, poursuivant l'inspiration de Russell :

« Kant concevait, avec tous ses contemporains, les mathématiques comme les sciences du nombre et de la grandeur, et même, plus étroitement encore, comme les sciences de l'espace et du temps, et non pas comme une science ou plutôt une méthode purement *formelle,* comme un ensemble de raisonnements déductifs et hypothétiquement nécessaires. Ici encore, on ne saurait lui reprocher de n'avoir pas prévu l'avenir, encore que, sur ce point aussi, Leibniz ait vu plus clair et plus loin que lui, et ait conçu fort nettement la Mathématique universelle, et plus spécialement l'Algèbre universelle (qu'il appelait la Caractéristique) comme applicable à toutes les formes possibles de déduction. Mais ces anticipations géniales étaient encore inconnues ou méconnues, et passaient alors pour des rêves d'utopistes. »[2]

1. *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz* (1900-1937), p. 169. Dans son article : « Recent work on the philosophy of Leibniz » (1903), Russell pointe l'achèvement du projet de *mathesis universalis* dans l'*Algèbre universelle* de A. N. Whitehead, dont les *Principia mathematica* devaient originellement remplacer le second tome (p. 186).

2. Louis Couturat (1905-1980), p. 304. Il s'agit de la conclusion d'une étude consacrée à la philosophie des mathématiques de Kant paru en 1904 dans la *Revue de métaphysique et de morale.* Couturat entendait y montrer que le développement de la mathématique moderne, dont Russell était censé avoir livré la conception adéquate, avait rendu caduc le projet de la philosophie critique (voyez le § 5 du premier chapitre de la première partie des *Principles of Mathematics* (1903-1989), p. 23-24). Une lecture du même type se trouve chez E. W. Beth (1950), III, chap. 1, p. 33.

Cette référence enthousiaste à la *mathesis universalis* leibnizienne se retrouvera encore en ouverture de la *Construction logique du monde* de Rudolf Carnap en 1928. Aux yeux de Carnap, l'originalité de son travail est d'avoir, avec son « analyse de la réalité à l'aide de la théorie des relations », réuni ces deux branches et de les avoir rendu « mutuellement fécondes ». Le passage du chapitre 3 de l'introduction qui expose ce programme se conclut par un relevé des sources qui, dans ce cas, se limite à un seul auteur : « Les idées fondamentales de la théorie des relations remontent aux idées de "mathesis universalis" et d' "ars combinatoria" de Leibniz. L'application de la théorie des relations à la construction du système de constitution est très proche de l'idée de Leibniz d'une "characteristica universalis" et d'une "scientia generalis". »[1] Il est d'ailleurs significatif que la *mathesis universalis* soit également le lieu où Jean Cavaillès ait choisi de porter le fer à la fois contre le logicisme carnapien *et* contre la doctrine husserlienne de la science pour amorcer les linéaments d'une nouvelle « philosophie du concept », où la philosophie des sciences française a trouvé un de ses mots d'ordre[2].

Ces différentes interprétations, dans leur divergence même, indiquent clairement une même manière de poser le problème de la philosophie comme *intimement lié* à celui d'une *mathesis universalis*. Dans tous ces cas, il faut entendre sous ce terme un programme typique du « rationalisme » censément hérité des Classiques, dont ces auteurs s'accordent dans le fond sur le fait que son noyau est d'ordre logico-mathématique – même

1. R. Carnap, 1928 /2002, p. 59.

2. J. Cavaillès (1947/1997), notamment p. 81-84, où Cavaillès rapproche Husserl et Carnap sous le postulat d'existence d'une syntaxe universelle. La *mathesis universalis* est très présente dans l'épistémologie « à la française ». Déjà très apparente chez L. Brunschvicg (1912), p. 105-113 et p. 197-208, elle nourrit encore le projet de J. Vuillemin (1962-1993), et les réflexions de J. T. Desanti (1976) sur l'unité de la *mathesis* (p. 196-218). Le projet leibnizien de *mathesis universalis* occupe également une place non négligeable dans cette tradition, notamment chez M. Serres (1968), p. 42-43 (sur la *mathesis universalis* rapprochée du programme bourbachique) et G.-G. Granger (1994), p. 199-240. L'idée de M. Serres est que ce modèle fonctionne sur le principe d'universelle traductibilité des thèses, dont la *mathesis* fournit le paradigme ; il peut donc être pris comme modèle épistémologique général cf. Serres (1968), notamment p. 44, 60, 64-65, 67 (sur le lien à Cavaillès) et 431 (sur la *mathesis universalis*). Nous reprenons l'expression d'épistémologie « à la française » à F. Rivenc (1995).

s'ils diffèrent profondément sur ce qu'il faudra entendre par « logique » ou par « mathématique ».

Le panorama esquissé pourrait aisément se décliner selon des nuances plus subtiles, mais il servira simplement à rappeler qu'il n'est guère de traditions philosophiques nées au siècle passé, qui n'ait engagé avec la *mathesis universalis* un dialogue fécond. Ce que nous avons appelé l' « image monumentale » n'est pas simplement une représentation parmi tant d'autres de la manière dont la philosophie se rapporte à son histoire, mais une détermination *constitutive* de la position même de la philosophie chez ces auteurs. Husserl le dit avec force : c'est « essentiellement », et non accidentellement, qu'un chemin s'est dessiné de la *mathesis universalis* à la phénoménologie. De même n'est-il guère difficile de voir que la conception des mathématiques comme « formelles », qu'est censé porter pour Russell, Couturat ou Carnap l'idée leibnizienne de *mathesis universalis,* induit une refonte de l'idée même du philosopher en tant qu'il entend s'appuyer sur la nouvelle logique mathématique. Au fil des exemples naît ainsi l'impression que ce dialogue a été un lieu de partage, dont il serait trop long de retracer ici le détail, mais dont il n'est guère difficile de voir que nous sommes encore grandement redevables. Même si le traitement proposé par les modernes est parfois sommaire, pour ne pas dire incantatoire, il y sert d'autant plus de révélateur d'une obsession et d'une fascination profondes.

## LE PROJET DE CETTE ÉTUDE

Il semblera certainement réducteur de vouloir ainsi proposer un tableau d'ensemble d'interprétations, dont tout l'intérêt est dans la finesse des analyses et des positionnements réciproques. Mais on aura compris que le but de cette étude n'est justement pas d'entrer dans la finesse de ces analyses pour proposer une nouvelle position, plus fine, et donc en fait indiscernable pour qui n'aurait pas une bonne connaissance du réseau de mailles serrées aujourd'hui posé sur le monument pour lui donner de

loin un aspect uniforme[1]. Il est, au risque de la maladresse, d'esquisser un pas de côté : sortir de la perspective qui nous livre cette vue uniforme et lisse pour dévoiler le caractère hétéroclite d'une architecture constituée par la juxtaposition plus ou moins harmonieuse de bâtiments anciens. Plus nous comprenons, en effet, que le regain d'intérêt pour la *mathesis universalis* a été intimement lié à une certaine lecture du « rationalisme classique », plus devient évident qu'on ne s'est justement *jamais* préoccupé de savoir pourquoi ce thème aurait pu intéresser les philosophes de l'âge classique eux-mêmes, ni même si d'autres philosophes avaient pu s'en préoccuper auparavant. Ce que l'image monumentale porte, c'est tout simplement que la *mathesis universalis* vaut comme nom d'un programme, non d'un problème, et qu'il reviendrait à notre modernité d'en poser le problème propre.

C'est bien pourquoi il n'y a d'ailleurs aucun sens à critiquer une telle image au motif qu'elle serait fausse. Rien n'empêche, après tout, de décider que *mathesis universalis* désignera, par métonymie, un moment profondément nouveau qu'on cherchera à comprendre en mettant l'accent sur ce qui s'ouvre en philosophie avec Descartes[2]. Telle fut d'ailleurs, nous l'avons vu, la désignation qui se perpétua dès les premières lectures

1. Le lecteur qui s'intéresserait plus particulièrement à la manière dont les grandes interprétations de la *mathesis universalis* se sont partagées dans le cas de Descartes et de Leibniz trouvera en annexe une notice bibliographique traitant de cette question.

2. Un tel choix ira généralement de pair avec l'attachement au syntagme *mathesis universalis*, qui est plutôt rare avant Descartes, et qu'on pourra donc opposer au « thème » ancien et commun de la « mathématique universelle ». Il faut néanmoins faire ici quelques remarques : tout d'abord, un tel choix ne s'accorde pas, comme nous le verrons, avec la manière dont Descartes lui-même introduit le terme comme un « nom ancien et reçu par l'usage » ; plus généralement, il est discutable du point de vue d'une lecture strictement interne au dispositif des *Regulae*, comme nous essaierons de le montrer dans le chapitre V ; mais surtout, il est rare qu'on réalise qu'un tel choix supposerait d'exclure également du champ du problème une grande partie des contemporains de Descartes. Au premier rang figure Leibniz qui considère comme strictement synonymes *mathematica universalis/generalis/in universum* et *mathesis universalis/generalis*. Ajoutons, enfin, qu'il ne paraît pas possible d'arguer du fait que Descartes ferait césure en rapportant la *mathesis universalis* à des considérations méthodologiques plutôt que mathématiques : comme nous le verrons dans le chapitre III, c'est en effet un point sur lequel insistait particulièrement Proclus par opposition à un sens étroit, qu'il désignait déjà comme tel et qui amenait à concevoir l'unité des mathématiques comme simplement donnée par un traitement opératoire (celui permis par le rôle unificateur des « proportions »). Nous nous éloignons donc sur ce point de Marion (1975).

sous l'influence de Van Schooten (en mettant toutefois l'accent sur l'aspect purement mathématique de la révolution cartésienne ; ce n'est, on l'a dit, qu'au XIXe siècle qu'une telle association fut transférée à l'aspect philosophique de cette révolution). La critique de l'histoire monumentale n'est donc pas ici destinée à corriger une image mal informée, mais à rétablir dans ses droits un problème philosophique, qui nous est devenu inaccessible et dont on essaiera de montrer qu'il n'a rien perdu de son intérêt.

Ainsi ne s'agira-t-il nullement de commencer, comme il est de coutume, par constater que le thème de la « mathématique universelle » apparaît pour la première fois chez Aristote, ni même de chercher à élucider directement le contenu de ce concept allusivement mentionné dans la *Métaphysique,* comme si nous savions déjà *de quoi* il retourne. Il s'agira plus simplement et plus profondément de commencer par demander *pourquoi* un auteur comme Aristote a pu s'intéresser à une telle idée, puis, creusant les raisons de cet intérêt, d'en suivre le développement jusqu'aux réactions des platoniciens tardifs pour essayer de dessiner les contours d'un problème. Cette orientation a l'intérêt d'indiquer très vite les limites non seulement de la conception monumentale, mais aussi de ce que Nietzsche désignait comme son pendant nécessaire : l' « histoire d'antiquaires », celle qui se contenterait de faire le relevé des apparitions de la *mathesis universalis* et de ses avatars à travers les âges. Car, à prendre les choses au plus près, s'il est un concept qui ne devrait avoir *aucune raison* d'apparaître chez Aristote, c'est bien celui d'une « mathématique universelle » et relever son apparition ne devrait donc pouvoir aller sans un creusement des difficultés qu'il porte. Toute la première partie de cette étude sera occupée à dénouer ces difficultés, dont on essaiera de montrer qu'il n'y a aucune manière de les régler – comme le font trop souvent les historiens des mathématiques – par simple renvoi à telle ou telle théorie mathématique supposée « universelle » (pour la raison simple qu'une telle théorie n'existe pas hors de reconstructions, dont on verra qu'elles sont fondées sur le seul témoignage... d'Aristote).

Nous essaierons ainsi de montrer que la « mathématique universelle » apparaît pour des raisons *internes* au dispositif aristotélicien de « philosophie première » et que la question de l'universalité mathématique s'y

constitue en question centrale dans la philosophie du Stagirite. Cette clé est évidemment essentielle pour comprendre la reprise de ce thème chez des auteurs comme Descartes ou Leibniz. Mais nous essaierons également de montrer que cette situation n'est pas le fait d'une vue extérieure sur les mathématiques. Elle correspond étroitement à un authentique problème émergeant de l'intérieur des mathématiques grecques de la période classique, telles qu'elles nous sont parvenues par le témoignage privilégié d'Euclide (et pour lequel il existe d'ailleurs d'autres voies de solutions que celle qui se dessine dans les *Éléments* comme nous le verrons au chapitre II). C'est seulement une fois cette reconstruction accomplie qu'on parvient à comprendre la manière dont les néo-platoniciens (Jamblique d'abord, de manière encore allusive, mais surtout Proclus) ont voulu reprendre le problème au point où Aristote l'avait laissé (chap. III). Cet éclairage permet alors d'apprécier à sa juste valeur le fait que le thème de la « mathématique universelle » renaisse au XVI^e^ siècle chez des aristotéliciens et à la faveur de la redécouverte du *Commentaire* de Proclus (chap. IV) ; mais il permet surtout de mettre au premier plan le rôle joué par deux idées procléennes, dont nous essaierons de montrer le caractère central dans cette histoire : celle d'une « logique des mathématiques », au sens d'une logique interne aux mathématiques (intimement liée au rôle qu'y jouent les problèmes et opposée à une figure de logique comme « science universelle » opérant en extériorité aux domaines d'objets), et celle d'une « logique de l'imagination » (au sens où l'universalité se donne dans les mathématiques comme appuyée sur une forme singulière de connaissance, liée à une forme de schématisme). Ces deux déterminations, comme nous essaierons de le montrer, parviennent aux *Regulae* de Descartes (chap. V). Elles persistent d'ailleurs jusqu'à Leibniz, chez qui elles figurent tout simplement deux des définitions de la *mathesis universalis*[1].

1. L'étude de la *mathesis universalis* de Descartes à Leibniz fera l'objet d'un volume séparé.

## UNE NOUVELLE IMAGE DE LA *MATHESIS UNIVERSALIS* : LOGIQUE DES MATHÉMATIQUES / LOGIQUE DE L'IMAGINATION

Quel est le champ de problèmes ouvert par une histoire critique de l'idée de « mathématique universelle » ? Au premier chef, elle conduit à un décentrement obvie : là où l'image monumentale a insisté sur le lien de l'idée de *mathesis universalis* au développement de la « science moderne » et des programmes « métaphysiques » qui l'accompagnaient, il appert que ce problème est consubstantiel au projet d'une métaphysique *tout court* non pas au sens où l'entendait Heidegger, mais au sens où s'y joue depuis Platon et Aristote le destin d'une philosophie posée comme « première » par rapport aux « sciences » (dans leur forme originaire de *mathêmata*). Cela implique immédiatement que toutes sortes de traits attachés aujourd'hui à cette idée par association avec l'âge classique, comme son lien à l' « ordre et à la mesure » (selon une caractérisation célèbre proposée par Descartes), au développement de l'algèbre symbolique, aux grands programmes de mathématisation de la nature, ou de langue universelle, d'art combinatoire, etc., selon le fil particulier que chacun aura choisi de dérouler rétrospectivement, manque très profondément le cœur du problème qui dirige l'intérêt des philosophes jusqu'à Descartes au moins. Rien de tout cela chez Aristote évidemment, mais un problème simple, qui résiste : quel statut donner à l'universel en mathématiques ? Plus simplement encore : un tel point de vue « universel » est-il seulement possible ? Question qui se joue, comme on le voit immédiatement, au croisement de l'activité théorique du mathématicien et de la réflexion du philosophe.

Mais pourquoi, selon notre question redoublée, un tel problème peut-il avoir le moindre intérêt *pour la philosophie* ? La réponse ne se laisse plus ici formuler d'une manière simple et demande un effort patient de reconstruction, qui occupera la première partie de cette étude. En particulier, il ne s'agit pas de répondre simplement à la question apparemment la plus directement liée à l'idée de « mathématique universelle » : « Qu'est-ce qui fait l'unité des mathématiques ? » Comme nous aurons

l'occasion de le voir à plusieurs reprises, il y a bien des manières de saisir l'unité des mathématiques et toutes ne sont pas problématiques pour le philosophe, pas plus qu'elles ne conduisent à la recherche d'une théorie « universelle » en mathématiques. Aussi faut-il bien comprendre d'abord les enjeux d'une telle question, dont l'expression la plus immédiate se fait en termes de *conditions* et dans un contexte qui n'est pas celui d'une étude des mathématiques, prise pour elle-même, mais bien de détermination de la place de la philosophie dans le champ du savoir. Dans une philosophie qui poserait à son horizon l'idée d'une *unité du savoir,* telle que le fut exemplairement celle de Platon, il est, en effet, *nécessaire* que les connaissances considérées comme données (ce que les Grecs désignaient du terme de *mathêmata* : ce qui peut être appris) manifestent *par elles-mêmes* une certaine forme d'unité. Pour le dire autrement : il ne faut pas que cette unité apparaisse simplement comme la conséquence d'une interprétation toujours déjà postulée par le philosophe. Parmi ces « disciplines », celles qui semblent alors les plus solides sont les mathématiques et en particulier, les mathématiques pures (arithmétique et géométrie) : il paraît donc nécessaire qu'existe minimalement une unité des mathématiques *donnée de l'intérieur de ces sciences.* Platon fonde même sur la saisie de cette « communauté » rien moins que la constitution du regard « synoptique » que doit acquérir le philosophe-dialecticien[1].

Si le problème émerge ici dans les termes de conditions, c'est parce qu'il naît sous la forme d'une objection. L'idée d'une « mathématique universelle » est certainement appelée par la réflexion platonicienne, mais elle ne s'y trouve pas thématisée comme telle et c'est seulement avec la *critique* d'Aristote qu'on la voit proprement émerger. De fait, la stratégie du Stagirite consiste à faire remarquer que les mathématiques pures ne se donnent justement *pas,* de manière intrinsèque, sous la forme d'une unité simple et transparente. En témoigne très simplement à ses yeux l'existence de théories irréductibles les unes aux autres. Selon un exemple constamment repris, une démonstration qui vaut pour les nombres ne peut pas être transposée aux grandeurs – situation qui ne paraît pas ici une vue de l'esprit puisque c'est exactement celle qui prévaut dans un

1. *Rep.*, VII, 531 *c* et sq.

texte comme les *Éléments* d'Euclide. S'il est toujours possible de saisir des traits communs aux différentes théories mathématiques, cette approche a précisément pour particularité d'être *indifférente* aux domaines d'objets, qu'elle unifie donc *de l'extérieur*. S'en déduit aisément la grande thèse aristotélicienne assurant que toute « science universelle » (logique, dialectique, métaphysique) ne peut opérer qu'en extériorité aux genres d'étants, c'est-à-dire sur le fond d'une irréductible équivocité de l'être. D'où le rôle fondateur des arguments d'incommunicabilité dans la définition même du point de vue « universel » et dans une reconfiguration essentielle de la primauté de la « philosophie » (ou, selon une expression apparemment forgée par Aristote, de la « philosophie première ») contre le point de vue de surplomb rêvé par les platoniciens au titre de la « dialectique ». Le but de la première partie de cette étude est d'exhiber ce lien étroit et constitutif entre « philosophie première », ou ce qui sera désigné après Aristote comme « métaphysique », et problème d'une « mathématique universelle ».

Mais cette première approche ne nous permet pas encore de comprendre pourquoi Aristote pourrait se référer *positivement* à un concept de « mathématique universelle » et c'est en ce point que le problème prend sa réelle épaisseur. Car il ne s'agit nullement ici, nous l'avons dit, de plaquer sur les mathématiques une vue philosophique. Aristote insiste même à plusieurs reprises sur le fait que c'est là la grande erreur des Académiciens. Or il se trouve que les mathématiques, même si elles ne sont pas totalement unifiées, n'en manifestent pas moins une forme de « communauté », pour reprendre l'expression platonicienne, ne serait-ce que celle qui permet de les considérer comme *une* science attachée sinon à un genre, du moins à ce qu'Aristote désigne bien comme *une* catégorie : la quantité. Bien plus, la recherche de l'universalité y apparaît comme structurante (comme dans toute science, d'ailleurs, pour autant qu'un de ses traits essentiels, aux dires d'Aristote lui-même, est de formuler des jugements valant « de tous les sujets » qu'elle traite). Toute la difficulté est donc de parvenir à concilier un premier constat d'incommunicabilité des domaines d'objets qu'on objecte au projet platonicien de « science universelle », avec un second constat d'unité de chaque science, en l'occurrence de *la* mathématique (expression qu'Aristote est d'ailleurs le premier auteur connu à employer).

La difficulté s'adosse ici à des données mathématiques, qu'Aristote ne cherche nullement à cacher, et qui semble autoriser l'existence de démonstrations « universelles » (au sens de valant pour différents « genres » d'objets). Une grande partie de la première partie est consacrée à élucider les ressorts de ce dilemme et à montrer qu'il correspond parfaitement à la situation qu'on peut trouver dans les *Éléments* d'Euclide (notamment au fait que nombre et grandeur sont bien traités séparément dans les neuf premiers livres, mais que le dixième n'autorise pas moins une forme de traitement unifié par l'intermédiaire des proportions – ce qui a été pour les commentateurs anciens et récents source d'une inépuisable perplexité).

Un des aspects les plus importants de ce premier moment est de conduire à différencier deux modes d'unification des mathématiques, appelés par l'analyse aristotélicienne du statut de « science universelle ». On doit, en effet, soigneusement distinguer selon que la théorie commune est censée opérer « de l'intérieur » ou « de l'extérieur » des mathématiques. Le problème soulevé par la critique aristotélicienne est alors double : d'un point de vue « fondationnel » – celui qui a tant préoccupé les philosophes depuis la fameuse « crise des fondements » du début du XX^e^ siècle et qu'Aristote assigne aux platoniciens – on voudrait bien sûr savoir s'il est possible de réduire les théories mathématiques les unes aux autres de sorte qu'on puisse en donner une formulation unifiée au niveau de « principes » ; mais d'un point de vue que nous désignerons comme « ascensionnel », nous voudrions également être sûrs que l'unité donnée par ses fondements ne conduit pas trop vite à une dispersion *irréductible,* si bien qu'elle pourrait sembler opérer précisément de l'extérieur de la théorie telle qu'elle se développe *réellement* (une fois dépassé le niveau des « principes » ou des considérations élémentaires). Une difficulté est alors qu'au cas où il n'y aurait pas dispersion, on devrait toujours pouvoir remonter des formes d'unités données au niveau des traitements opératoires à des formes d'unité *de principe.*

C'est la force d'Aristote d'avoir rappelé que la réponse à la première question pouvait bien se donner sous la forme de « principes » opérant en position d'extériorité aux domaines d'objets (principes qu'il faut donc qualifier de « logiques » ou de « philosophiques » plutôt que de mathématiques *stricto sensu*). L'unité qui s'y donne *cache* donc en fait l'équivocité qui

la porte réellement et qui apparaît nettement avec les principes de second rang, qu'Aristote qualifie de « propres » et qui déterminent le domaine effectif de chaque « science ». Mais la fermeté de cette position conduisait naturellement à une aggravation des difficultés de la seconde question. Car on se trouvait alors immédiatement pris dans un nouveau dilemme : ou bien, en effet, il fallait abandonner l'idée que la mathématique soit à proprement parler *une* discipline, ce qu'Aristote ne semble pas du tout prêt à admettre ; ou bien, on devait admettre qu'une certaine unité s'y manifestait également « de l'intérieur », c'est-à-dire qu'on pouvait y assigner, selon les critères posés par les *Seconds Analytiques,* un domaine d'objet et donc des principes à la fois « propres » et « communs » – ce que son épistémologie précisément exclut.

Le principal intérêt de la première partie de cette étude est d'explorer et de faire revivre ce dilemme, interne au dispositif aristotélicien, dont on voit qu'il engage immédiatement le type de regard de surplomb que le philosophe prétend avoir sur les mathématiques. On montrera néanmoins qu'il n'est pas seulement lié à la réflexion du philosophe sur la « primauté » de sa discipline, mais réfléchit la manière authentiquement problématique dont se donne l'unité des mathématiques dans un texte comme les *Éléments* d'Euclide, si bien qu'il ne faut pas se contenter d'y voir une interprétation philosophique et indifférente au déploiement effectif des mathématiques. Ce problème, nous le désignerons, selon une des définitions que Leibniz a proposé de la « mathématique universelle », comme celui d'une logique *du* mathématique[1] – c'est-à-dire celui de la

1. Au début de son grand texte consacré à la *Mathesis universalis,* Leibniz rappelle que la conception calculatoire de la logique, dont on lui fait si souvent crédit, est en fait tout à fait banale à son époque et que sa grande idée fut, à l'inverse, de considérer la logique immanente au calcul : « De même que de nombreux auteurs ont tenté d'éclairer la Logique en la rapprochant du calcul *(computatio)* et qu'Aristote lui-même s'est exprimé dans ses *Analytiques* à la manière des mathématiciens, de même en retour et l'Arithmétique et l'Algèbre, mais à bien plus juste titre la *Mathesis* authentiquement *universalis,* peuvent être traitées d'une façon logique, comme si elles relevaient de la Logique mathématique, de telle sorte que coïncident en fait la *Mathesis universalis* ou Logistique et la Logique des Mathématiciens ; et de là vient que notre Logistique peut être désignée partout sous le nom d'Analyse mathématique » (GM VII, 54). Je me permets de renvoyer, sur ce point, aux parties V et VI de ma thèse, qui feront l'objet d'un volume séparé : « L'idée de "mathématique universelle" à l'âge classique » (Université de Paris IV - Sorbonne, sous la direction de Michel Fichant).

possibilité d'un point de vue unifiant qui se donnerait de l'intérieur du mathématique et refléterait en quelque sorte depuis cette intériorité le type d'universalité qui se manifeste dans le point de vue « logique » (au sens plus général d'art du raisonnement).

Mais la reconstruction engagée par la première partie permet d'indiquer une autre originalité revendiquée par cette étude, qui est de redonner toute sa place à la puissance du dispositif néo-platonicien. Un des axes du dilemme aristotélicien est, en effet, lié à la volonté de pouvoir donner une caractérisation philosophique unitaire des mathématiques, notamment en termes du type de connaissance qu'elles fournissent. C'est précisément sur ce terrain que se placera Proclus pour formuler une des réponses les plus puissantes proposées pour résoudre le dilemme initial. Son ressort principal est de fonder l'unité des mathématiques sur une capacité cognitive, qui ne serait ni l'idée platonicienne nue, ni l'abstraction aristotélicienne. À ce titre, Proclus met au premier plan, bien avant Kant, le rôle de l'imagination mathématique, qui a ceci de particulier de se donner à la fois dans un déploiement conceptuel (un « mouvement » de l'esprit) et dans un *type d'objet* (l'espace géométrique où vont se « projeter » les concepts mathématiques dans leurs « mouvements » respectifs). On peut ainsi exhiber une unité des mathématiques, justifiant la mise au premier plan d'une notion de « mathématique générale », qui non seulement correspond à une « logique » interne des mathématiques, mais adhère profondément à un domaine d'objets (via le rôle d'une forme de schématisme), ce que Proclus n'hésite pas à appeler une « essence générale des mathématiques ». Toute la troisième partie de cette étude est consacrée à la description de ce dispositif (expression qu'il faut entendre ici littéralement puisqu'on verra qu'il s'agit de concevoir le plan du géomètre comme un « écran » où la raison discursive « projette » des images des relations entre concepts). On peut tout de suite indiquer, en guise d'exorde à cette *captatio benevolentiae*, que Proclus fit alors bien plus que modifier l'idée d'une « mathématique générale » : il y reconfigura l'ensemble de la théorie de la connaissance, liant intimement le destin de l'une à l'autre – alors qu'elle était jusqu'à présent plutôt liée à la question de la « primauté » de la philosophie. C'est précisément ce qui expliquera l'impact de cette philosophie lorsqu'elle sera redécouverte au début du XVI^e^ siècle – impact historique-

ment documenté comme nous le montrerons dans la quatrième partie. L'histoire que nous allons retracer maintenant est l'histoire de ce destin conjoint, depuis sa mise en place dans l'Antiquité jusqu'à la théorie de la *phantasia* cartésienne en passant par l'étonnant réveil que connaît ce problème à la Renaissance avec la redécouverte du *Commentaire au premier livre des* Éléments *d'Euclide*. Elle constitue le premier volet d'un chantier qui devrait conduire jusqu'à Leibniz et sa très belle définition de la *mathesis universalis* comme « logique de l'imagination » *(logica imaginationis)*[1]. Au bout de cette histoire se dessine un avenir : celui d'une telle logique de l'imagination qui prendrait à charge d'élucider le lien étroit du concept à la spatialité, que les mathématiques nous donnent à penser et dont les auteurs que nous allons maintenant croiser ont considéré qu'il constituait un des lieux centraux de toute position de philosophie.

1. *Elementa Nova Matheseos Universalis* (été 1683 ?) (A VI, 4, A, 513 ; C 348).

# LA CONSTITUTION DE LA « MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE » COMME PROBLÈME PHILOSOPHIQUE

## INTRODUCTION

L'idée de « mathématique universelle » n'est mentionnée par Aristote qu'à deux reprises et allusivement, à la manière d'un thème parfaitement évident. Or s'il devait pourtant y avoir quelque chose de parfaitement évident pour un lecteur de la *Métaphysique,* ce devrait plutôt être qu' « il n'y a (...) pas de science universelle ou de *mathesis universalis* au sens fort. Cela exigerait que l'Être ou l'Un fussent des genres »[1]. Qu'une mathématique puisse être « universelle » semble, en effet, violer dans son principe le dogme aristotélicien par excellence, celui de l'incommunicabilité des « genres » – dont l'exemple paradigmatique est précisément celui du nombre et de la grandeur. Il ne suffit donc pas d'avancer que l'idée apparaît pour la première fois chez Aristote et d'en dérouler les déterminations à partir de problèmes supposés donnés (la « méthode », l' « objet mathématique », la « métaphysique », etc.). Le premier problème, et le seul qui soit vraiment donné pour commencer, est de comprendre com-

1. J. Vuillemin (1967), p. 37-42.

ment un tel concept a pu faire irruption dans une pensée qui en interdisait apparemment la possibilité (I.1).

Pour résoudre cette difficulté, deux voies s'offrent à nous : la première consiste à ramener cette étrange « mathématique universelle » à une notion moins problématique, le candidat le plus attendu étant ici l'idée aristotélicienne d'une mathématique « première » (I.2.1). Nous verrons qu'une telle stratégie laisse, en fait, les difficultés en l'état (au premier rang celle de l'existence d'une mathématique non liée à un genre particulier). La seconde voie consiste à tenter d'identifier d'abord une théorie mathématique remplissant la condition d'universalité et à voir ensuite dans quelle mesure une telle théorie peut ou non s'accorder aux déclarations d'Aristote (I.2.2). La principale difficulté est alors liée au manque d'informations subsistant sur les mathématiques de cette époque. Ce terrain de recherche a d'ailleurs été grandement délaissé par les historiens de la philosophie, qui se sont généralement contentés de faire fonds sur les résultats de l'histoire des mathématiques grecques, sans toujours mesurer ce qu'elle pouvait porter de conjectures. Cette situation est d'autant plus curieuse que l'aspect sur lequel nous avons le plus de renseignements est précisément la *dimension philosophique* du problème. Autant la mention d'une éventuelle « mathématique universelle » est allusive chez Aristote, autant nous verrons qu'il revient régulièrement sur la question de l'universalité en mathématiques et, à chaque fois, pour y faire valoir une décision centrale de sa philosophie : refus de la substantialité et de la séparation réelle des objets mathématiques (I.2.2.1) ; refus de l'univocité de l'Un et de l'Être (I.2.2.2) et refus d'une autonomie ontologique (d'une « substantialisation ») des « relatifs » (I.2.2.3). L'originalité de l'approche proposée ici sera de réinvestir ce terrain philosophique *avant* d'engager la confrontation avec les théories mathématiques. La « mathématique universelle », en tant qu'elle n'est pas seulement une référence à une théorie mathématique extérieure, mais le point de focalisation de ces différents problèmes, y apparaît alors progressivement comme un aspect fondamental du projet métaphysique aristotélicien (I.3).

Ainsi peut-on aborder la question de l'universalité des théories mathématiques avec des armes différentes de celles proposées par les stratégies historiques reconstructives (II.1). De fait, nous verrons que les

difficultés que les commentateurs modernes tentent de lever pour comprendre l'unité de la mathématique grecque (principalement à partir du texte d'Euclide où ces difficultés apparaissent le plus clairement) correspondent précisément aux *points d'appui* de la réflexion d'Aristote. On est donc amené à se demander si ces difficultés nécessitaient vraiment d'être réglées ou ne devaient pas plutôt être considérées comme des *données*. Nous procéderons donc ici à l'inverse de l'histoire des mathématiques reconstructive. Là où les historiens des mathématiques de cette tradition se sont plu à prélever chez Aristote des déclarations coupées de leur contexte philosophique pour y asseoir des reconstructions destinées à lever certaines « anomalies » supposées du dispositif euclidien, nous essaierons plutôt de montrer que ces « anomalies » n'en sont peut-être pas dès qu'on les replace dans la cohérence d'ensemble des réflexions sur l'universalité en mathématiques chez Aristote. Le bénéfice est donc à double sens puisque l'intelligence du contexte philosophique donne ici des clés non négligeables pour une relecture de l'organisation des *Éléments*, cœur des mathématiques grecques classiques telles qu'elles nous sont parvenues. C'est dans ce cadre que nous tenterons d'établir finalement quel modèle mathématique pouvait soutenir la position d'une « mathématique universelle » – celle qu'Aristote accepte, aussi bien que celle qu'il rejette (II.2). Cette reconstruction s'achèvera par un retour sur le programme platonicien d'une « vue synoptique » sur les *mathêmata* et une lecture d'un texte pseudo-platonicien trop peu étudié : l'*Epinomis*, où se trouve proposé un programme philosophique d'unité des mathématiques très différent de celui qui peut être tiré d'Euclide ou d'Aristote (2.2.2).

Contre toute attente, c'est d'ailleurs ce modèle qui semble avoir prévalu jusqu'à Proclus comme en témoignent aussi bien l'étude directe d'auteurs comme Théon, Nicomaque et Jamblique, que la prise de position procléenne contre un tel modèle. Revenir en ce point au dispositif euclidien, comme le tente Proclus, supposait alors deux tâches : pouvoir affronter les « anomalies » du traitement euclidien, dans lequel l'unité ne se donne pas de manière univoque et parfaitement limpide, mais sans suivre pourtant le modèle aristotélicien fondée sur le principe de l'équivocité de l'être – ce qui explique la complexité du traitement procléen de la

« mathématique générale » (III.1 et 2) ; pouvoir du même pas proposer une théorie de la connaissance alternative à celle qu'avait engagée Aristote pour la description des objets mathématiques (III.3 et 4).

Cette théorie offre la clé la plus importante pour comprendre le dispositif qui parvient aux auteurs classiques en mettant en avant deux aspects essentiels : d'une part, le rôle donné à l'imagination et à une forme très élaborée de schématisme (au sens littéral, puisque la clé de ce dispositif est, comme nous le verrons, une généralisation du processus de « figuration » propre à la géométrie) ; d'autre part, l'insistance à faire valoir une logique qui, contrairement à ce qui se passait chez Aristote, ne se donnerait pas en position d'extériorité aux mathématiques, mais permettrait de rendre compte du « mouvement de l'esprit » qui les traverse (III.5).

I

# ARISTOTE

## 1.1. L'ÉTRANGE APPARITION DE LA MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE (E 1, K 7)

Il n'existe en tout et pour tout que deux mentions de la « mathématique universelle » chez Aristote, l'une et l'autre dans la *Métaphysique,* aux livres E 1 et K 7. Dans les deux passages, il ne s'agit pas d'étudier les mathématiques pour elles-mêmes, mais de situer la « philosophie première » – plus exactement, d'en caractériser le type propre d'universalité (καθόλου). Ce contexte d'apparition n'est pas indifférent puisqu'il s'inscrit dans une tradition – présentée par Aristote comme platonicienne – de discussion autour du caractère « intermédiaire » des objets mathématiques et du caractère « premier » de la philosophie[1]. C'est d'ailleurs une des questions qui portera la « mathématique universelle » à travers l'histoire et que les Renaissants désigneront comme *quaestio de medietate mathematicarum.* D'emblée, la « mathématique universelle » se trouve donc prise dans un questionnement qui porte en fait sur le statut de la « philosophie

1. Sur le fait que les platoniciens avaient posé les êtres mathématiques comme « intermédiaires », voir *Métaphysique,* A 6, 987 *b* 15 sq.

première » et sur la question de la médiation apportée par les mathématiques dans la connaissance des choses.

Selon la caractérisation aristotélicienne, ce qui assure la primauté parmi les sciences est la nature et le statut des « sujets » considérés. Ainsi la philosophie dite « première » se trouve-t-elle naturellement rapprochée de la théologie : « Il n'est pas douteux, en effet, que si le divin est présent quelque part, il est présent dans cette nature immobile et séparée. Et la science par excellence doit traiter du genre par excellence. Ainsi les sciences théorétiques sont les plus hautes des sciences, et la Théologie est la plus haute des sciences théorétiques » (1026 *a* 19-22). Cette réponse soulève alors la difficulté de savoir « si la Philosophie première est universelle, ou si elle traite d'un genre particulier et d'une certaine nature unique ». Pour motiver cette question, Aristote rappelle que cette distinction « se rencontre d'ailleurs également dans les sciences mathématiques : la Géométrie et l'Astronomie ayant pour objet une nature particulière, tandis que celle qui est universelle est commune à toutes »[1].

Sur la base de cette comparaison, où apparaît furtivement une théorie « universelle et commune à toutes (les natures mathématiques) », Aristote répond alors que l'universalité de la théologie est *d'un autre type*. Elle est assurée par sa primauté, c'est-à-dire son excellence. Assurer l'universalité de la « philosophie première » en extension ne suffirait pas, en effet, à empêcher la Physique de prétendre au titre de science première : « S'il n'y avait pas d'autre substance qui sont constituées par la nature, la Physique serait la science première. »[2] Le critère d'excellence permet d'assurer que la théologie, qui traite d'un autre type de substance, immobile et séparée, donc plus noble (τιμιώτατον), doit être abordée antérieurement à la physique qui traite des substances mobiles – et antérieurement à la mathématique qui traite d'un objet non réellement séparé et donc dépendant de

1. ἀπορήσειε γὰρ ἄν τις πότερόν ποθ' ἡ πρώτη φιλοσοφία καθόλου ἐστὶν ἢ περί τι γένος καὶ φύσιν τινὰ μίαν (οὐ γὰρ ὁ αὐτὸς τρόπος οὐδ' ἐν ταῖς μαθηματικαῖς, ἀλλ' ἡ μὲν γεωμετρία καὶ ἀστρολογία περί τινα φύσιν εἰσίν, ἡ δὲ καθόλου πασῶν κοινή) (1026 *a* 22-27). Ici, comme par la suite, la traduction de la *Métaphysique* dont nous partons est celle de J. Tricot, que nous modifions lorsque cela paraît nécessaire.

2. 1026 *a* 27-29. Ici, comme par la suite, la traduction de la *Métaphysique* dont nous partons est celle de J. Tricot, que nous modifions lorsque cela paraît nécessaire.

l'existence de substances réelles. C'est à elle, puisqu'elle vient en premier, que reviendra donc de droit et le titre de « philosophie première » et l'étude de l'être en tant qu'être[1].

Ce passage célèbre n'est pas facile à comprendre puisque Aristote ne répond à la question de l'universalité qu'en la déplaçant – vers un sens nouveau, lié à l'excellence. C'est d'ailleurs le cœur d'une des difficultés les plus célèbres dans la définition de la « philosophie première » aristotélicienne en tant qu'elle est posée ici comme traitant à la fois d'un étant privilégié et de l' « être en tant qu'être ». Mais autant ces difficultés sur le statut de la métaphysique comme « onto-théologie » ont arrêté les commentateurs, autant reste généralement dans l'ombre l'apparition de la théorie « universelle » des mathématiques, dont on remarquera qu'elle sert ici de *donnée* et de *modèle* pour poser la question du lien de la science καθόλου à un genre d'objets. À quoi Aristote fait-il référence ? Quelle est cette théorie qui, en mathématiques, ne se soucierait pas d'étudier un type particulier d'objets, à la différence de la géométrie ou de l'astronomie, et qui amènerait à interroger en ce sens la philosophie ?

Avant d'essayer de répondre à ces questions, commençons par remarquer qu'il n'est pas question directement dans notre passage – et pas plus en K 7 – d'une « mathématique universelle » (καθόλου μαθηματική). Aristote se contente de mentionner allusivement « celle qui est universelle et commune à toutes » (ἡ δὲ καθόλου πασῶν κοινή). Même si le problème directeur du passage peut tout à fait justifier de mettre l'universalité au premier plan, on pourrait aussi bien lire ici qu'il est question d'une mathématique « commune » (ἡ [μαθηματική] κοινή) qui traite toutes les natures

1. « S'il existe une substance immobile, la science de cette substance doit être antérieure et doit être la Philosophie Première ; elle est aussi de cette façon, universelle parce qu'elle est première. Il lui appartiendra de considérer l'être en tant qu'être » (1026 *a* 29-31). L'exposé de K 7 est à la fois moins problématique et plus curieux, puisque la « science de l'être en tant qu'être » y prend la place de la « théologie ». Or, dans ce cas, on voit mal en quoi la question de l'universalité pourrait se poser puisque la « science de l'être en tant qu'être » a été régulièrement définie comme n'étant pas attachée à un genre particulier. Son universalité est donc acquise et le risque d'une étude limitée à un genre d'être privilégié immédiatement paré. Cette remarque, couplée au caractère suspect de K, tend à faire penser à une reprise « corrigée » par un lecteur qui aurait voulu réduire la difficulté de E 1. Dans la mesure où E 1 restera la référence du débat par la suite et où y apparaît le *problème* que pose l'existence d'une « mathématique universelle », nous nous y référerons de manière privilégiée par la suite.

mathématiques « universellement » (καθόλου πασῶν), voire, puisque c'est un des sens les plus courants du καθόλου, d'une théorie qui serait commune de considérer les objets mathématiques « en général » (par opposition à l'étude particulière que propose la géométrie ou l'astronomie). Contrairement à ce qu'on pourrait croire au vu du succès moderne du terme *mathesis universalis,* ces différentes formulations domineront jusqu'au milieu du XVII^e^ siècle : κοινὴ θεωρία τῶν μαθημάτων ( « théorie commune des *mathêmata* » ), ὅλη μαθηματική ( « mathématique générale » )[1], *scientia mathematica communis* ( « science mathématique commune » ) ou *mathesis generalis* ( « *mathesis* générale » ). On voit qu'il n'y a donc pas de légitimité à se tenir rigidement au terme de *mathématique universelle* qui n'apparaît ni vraiment chez Aristote, ni chez ses successeurs, et ne sera privilégié dans cette étude que pour rendre compte de la tradition qui porte ce concept[2].

Autre difficulté de lecture immédiate pour qui cherche ici la première apparition d'une « mathématique universelle » : dans quelle mesure la discipline allusivement mentionnée ici par un simple pronom (ἡ) peut-elle être considérée comme une authentique « mathématique » ? Aristote ne pourrait-il pas désigner ici une « théorie » non mathématique ? À vrai dire, aucun des deux passages ne laisse de réelle ambiguïté sur ce point puisque la comparaison opère clairement de l'intérieur des μαθηματικαί. La difficulté résulte plutôt, comme on peut s'y attendre, de l'anomalie profonde qu'introduirait une telle idée dans le dispositif aristotélicien – à quoi s'ajoute, comme nous le verrons, l'absence de référent obvie dans les

1. Sur ces expressions, empruntées à Jamblique et Proclus, voir le chapitre suivant. Le pseudo-Alexandre paraphrase le texte d'Aristote en ἁπλῶς μαθηματικὴ κοινή ἐστι πασῶν (« la mathématique prise absolument est commune à toutes [les natures mathématiques] », *in Mét.,* 447.17). Rappelons par ailleurs qu'universel et commun peuvent être équivalents pour Aristote, voir par exemple *Mét.,* Z 12, 1038 *b* 8-11.

2. Nous verrons d'ailleurs que le terme de *mathesis universalis* ne marque aucune exception, puisqu'il est introduit explicitement par Van Roomen et Alsted comme équivalent de *(scientia) mathematica communis* ou *generalis.* Descartes lui-même rappelle, en introduisant le terme, qu'il s'agit d'un « nom ancien et reçu par l'usage » (voir *infra,* chap. IV.1). C'est pourquoi il faut être attentif ici au problème qui porte ces déterminations plus qu'aux dénominations. Inversement des expressions que la mention de l'universalité rend apparemment proches, comme celle de « science universelle » ou d' « analyse universelle » relèvent d'autres champs problématiques. Le fait que ces champs puissent se croiser, comme cela apparaîtra immédiatement sur le cas de la « science universelle » n'autorise nullement à considérer ces termes comme équivalents.

théories mathématiques. Ainsi nombre de traducteurs contourneront-ils ce qu'ils pressentent comme une difficulté en discernant ici la mention d'une vague « science universelle ». Une autre manière de se tirer d'affaire consiste à y voir une référence à la mathématique « en général » (*tota mathematica* plutôt que *mathematica totalis* dira-t-on en latin pour indiquer qu'on ne se rapporte pas tant à une théorie constituée qu'à la mathématique prise dans son ensemble)[1].

La méthode généalogique commande d'être attentif à la grisaille de ces commencements. Il n'est pas indifférent que la première mention connue d'une « mathématique universelle » ne soit pas tonitruante, mais discrète et vague, sinon fantomatique. Il n'est pas indifférent qu'elle ne soit constituée lors de cette première apparition *ni en problème, ni en programme*. Ces traits se retrouveront très souvent par la suite (chez Proclus, chez Descartes) et contrastent déjà fortement avec les reconstructions qui en sont proposées par l'histoire « monumentale ». Mais le plus surprenant n'est pas là et c'est bien pourquoi il ne faut pas conclure à l'absence de problème : il est évidemment dans le caractère inattendu de l'argument lui même. Car Aristote ne se contente pas de poser incidemment l'existence de cette « mathématique universelle », déjà en soi bien intrigante ; *il prend appui sur elle* pour soutenir la distinction entre science attachée à un genre et science universelle. Or, indépendamment du décalage troublant entre le vague dans lequel est maintenue la théorie universelle et l'importance du rôle qui lui est ici accordée dans l'argument, n'importe quel lecteur des *Seconds Analytiques* devrait sursauter à l'idée d'une telle comparaison. L'« incommunicabilité » d'un genre à l'autre en mathématiques y apparaît, en effet, comme une pièce maîtresse dans le dispositif visant à

1. J. Tricot traduit d'ailleurs K 7, 1064 *b* 9 par : « La science universelle, au contraire, embrasse tous les genres d'être. » L'idée qu'Aristote fait ici simplement référence à la mathématique « en général » (c'est-à-dire au fait qu'on parle de « la mathématique » malgré l'incommunicabilité des genres) sera l'interprétation la plus courante chez les aristotéliciens, depuis la paraphrase du pseudo-Alexandre jusqu'au commentaire d'Averroès cf. Sasaki (2003), chap. 6, § 3. Pris en lui même, le texte de E 1 pourrait autoriser une telle interprétation, à cette réserve essentielle près que le parallèle avec la théologie comme science traitant du genre le plus noble y deviendrait difficilement compréhensible. Mais nous verrons qu'elle s'accorde, de toute façon, très mal avec le reste du corpus où il sera fait explicitement référence à des *propositions* et à des *démonstrations* universelles.

montrer qu'un point de vue universel ne peut justement *jamais* se déployer de l'intérieur des *mathêmata*[1] et nécessite un autre type de savoir, opérant en position d'extériorité par rapport à eux.

***

Ce sont là les thèses les plus célèbres du Stagirite : toute science est attachée à un « sujet » (ὑποκείμενον). L'exemple le plus régulièrement avancé est précisément celui des mathématiques, où l'arithmétique (qui traite du nombre) et la géométrie (qui traite de la grandeur) ne peuvent accéder à une unité théorique plus large sans perdre le « principe propre » de leurs démonstrations :

« On ne peut pas, dans la démonstration, passer d'un genre à l'autre : on ne peut pas, par exemple, prouver le géométrique par l'arithmétique. Il y a, en effet, trois éléments dans les démonstrations : en premier lieu, ce que l'on prouve, à savoir la conclusion (un attribut appartenant par soi à un certain genre) ; les axiomes (d'après lesquels s'enchaînent la démonstration) ; en troisième lieu, le genre, le sujet dont la démonstration fait apparaître les propriétés et les attributs essentiels. Ce à l'aide de quoi a lieu la démonstration peut être identique. Mais dans le cas de genres différents, comme pour l'Arithmétique et la Géométrie, on ne peut pas appliquer la démonstration arithmétique aux attributs des grandeurs, à moins que les grandeurs ne soient des nombres » (*An. Post.*, I, 7, 75 *a* 38 - *b* 6)[2].

Dans cette ligne d'argumentation, Aristote a d'ailleurs écarté un certain nombre de solutions, qui auraient pu rendre l'affirmation de *Métaphysique,* E 1 plus facilement compréhensible. Il a notamment insisté sur le fait que la présence de propositions « communes » n'autorisait *pas* à conclure à une unité théorique autre qu'analogique :

« Ce dont on se sert dans les sciences démonstratives se partage entre ce qui est propre (ἴδια) et ce qui est commun (κοινὰ) : les communs [le sont] par analogie, étant donné que leur usage est limité au genre tombant sous la science en question. (...) Comme exemple de communs il y a : *si, de choses égales, on ôte des cho-*

1. Les *mathêmata* ne désignent pas exactement ce que nous appelons « mathématiques » et nous laisserons donc souvent le terme non traduit pour rendre compte de certaines connotations essentielles de la « mathématique universelle ». Si la première occurrence, nous a mis en face d'une κοινή/καθόλου μαθηματική, la seconde nous donnera d'ailleurs des καθόλου ἐν τοῖς μαθήμασιν, repris en καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν.

2. Ici, comme par la suite, la traduction est celle de J. Tricot modifiée par nous.

*ses égales, les restes sont égaux.* Son application est, en effet, limitée au genre dont il s'agit, car il aura la même valeur, même s'il n'est pas employé pour tous (κατὰ πάντων), mais par exemple pour les seules grandeurs ou, en Arithmétique, pour les nombres » (*An. Post.,* I, 10, 76 *a* 37 - *b* 3).

Le chapitre qui précède a d'ailleurs clairement indiqué les dangers liés au désir de remonter vers une unité antérieure aux principes propres. De fait, pour ouvrir à une théorie conservant le même modèle démonstratif que les sciences qu'elle unifie, il faudrait poser une « science de toutes choses par excellence » (ἐπιστήμη ἡ ἐκείνων κυρία πάντων) – référence transparente à la dialectique platonicienne dont Aristote entend établir l'absurdité (I, 9, 76 *a* 17-20)[1]. L'argument invoqué est précisément celui de l'incommunicabilité des genres, dont le rôle stratégique est alors très clair : puisqu'il n'est pas possible de transférer les démonstrations d'une science à l'autre, les principes généraux ne sauraient fonctionner comme des principes propres de niveau supérieur ; ils n'opèrent donc pas sur un domaine *universel* d'objets, mais extérieurement aux domaines d'objets ou « genres ». Parallèlement, la possibilité d'un transfert de démonstrations entre théories est clairement contenue dans les limites de la « subordination » – c'est-à-dire lorsque deux disciplines mathématiques relèvent d'*un même genre,* comme la musique théorique et l'arithmétique (76 *a* 20-25).

Certes, les *Analytiques* ont pour but de montrer ultimement, comme la *Métaphysique,* que les principes communs peuvent bien faire l'objet d'une connaissance et que le projet d'une « science une » ne doit pas être abandonné. Mais la conséquence immédiate de ce qui précède est que cette science ne peut pas être du même type que celles qu'elle prétend unifier (et *a fortiori* ne peut pas être une « mathématique »). Elle ne pourra réaliser son unité qu'en abandonnant le rêve insensé d'une univocité de l'être et d'une unité concomitante de toutes les substances. Les seules « sciences universelles » évoquées n'accéderont dès lors à l'universalité que dans la mesure, et dans la mesure seule, où elles ne visent pas un sujet propre :

« Toutes les sciences communiquent entre elles par les [principes] communs (j'appelle commun ce qui joue le rôle de base dans la démonstration, et non pas ce sur quoi porte la démonstration, ni ce qui est démontré). Ainsi la Dialectique

1. On comparera avec *Rép.,* VII, 533 *b* 3 ou 534 *b-e.*

communique avec toutes les sciences, ainsi que fera toute science qui tenterait de démontrer de façon universelle des communs tels que : *pour toute chose, l'affirmation ou la négation est vraie,* ou : *si des choses égales sont ôtées des choses égales...,* et toutes les propositions du même type. En effet, la Dialectique ne traite pas de choses déterminées de cette façon, attendu qu'elle n'est pas bornée à un seul genre » (*An. Post.,* I, 11, 77 *a* 25-35).

Lorsque Aristote se tourne dans la *Métaphysique* vers l'hypothétique « autre science », allusivement mentionnée ici au côté de la Dialectique, il la présente d'ailleurs très clairement par différence *avec celle du mathématicien* :

« Il nous faut dire maintenant s'il appartient à une science unique (μιᾶς ἐπιστήμης) ou à des sciences différentes, d'étudier tant ce qui, en mathématiques, est appelé axiome, que la substance. Évidemment, l'examen de ces choses est l'objet aussi d'une seule science qui est celle du philosophe. En effet, les axiomes embrassent absolument toutes les substances, et non pas tel genre propre, à l'exclusion des autres. Et tous s'en servent, parce que ces axiomes relèvent de l'être en tant qu'être, et que chaque genre est être. Mais ils ne s'en servent que dans la mesure qui leur convient, c'est-à-dire *autant que le comporte le genre sur lequel roulent leurs démonstrations.* Aussi, puisqu'il est évident que ces axiomes s'appliquent à toutes les choses en tant qu'être (lequel leur est en effet commun), c'est de la connaissance de l'être en tant qu'être que relève également leur théorie. *C'est pourquoi, aucun de ceux qui s'enferment dans l'étude d'une [science] particulière, ne cherche à dire quoi que ce soit sur leur vérité ou non, ni le géomètre, ni l'arithméticien* » (*Métaphysique,* Γ 3, 1005 *a* 19-30[1]).

À cette occasion est d'ailleurs rappelé également, en écho à l'ouverture des *Seconds Analytiques,* le rôle de la logique et sa position nécessaire d'extériorité par rapport aux sciences : « Il faut, en effet, connaître les Analytiques avant d'aborder aucune science et ne pas attendre qu'on vous enseigne l'une ou l'autre pour se poser de pareilles questions. / Qu'il appartienne alors au philosophe, c'est-à-dire à celui qui étudie la nature de toutes les substances, d'examiner aussi les principes du raisonnement syllogistique, cela est évident. »[2]

1. Nous soulignons. Voir également 1003 *a* 20-25. Passages parallèles en K 3, 1061 *b* 5 sq. (sur l'universalité de la Dialectique) et K 4, 1061 *b* 17 sq. (sur l'universalité de la Philosophie).

2. Γ 3, 1005 *b* 3-7 ; K 4 marque plus clairement le point central de l'argumentation en déclarant que c'est précisément *parce que* la mathématique utilise toujours les principes communs dans le cadre d'un genre déterminé que l'étude de ces principes relève de la philosophie.

Ces textes convergent donc tous pour constituer une opposition nette entre les *mathêmata,* qui traitent *toujours* d'un genre particulier[1], et la philosophie (dans son sens le plus large, où elle peut inclure la logique et la dialectique), qui ne peut atteindre à l'universel *que dans la mesure où elle se démarque de cette orientation exclusive vers un genre d'objet.* Notre premier problème ne réside donc nullement dans l'existence d'une théorie « commune » ou « universelle » aux différents *mathêmata,* il est dans le fait que cette position d'universalité ne semble pas pouvoir se donner de l'intérieur des mathématiques. Or le texte de E 1 semble justement faire fonds sur une opposition *interne* à la « mathématique », par rapport à quoi il s'agirait d'évaluer le type d'universalité propre à la philosophie première[2].

## I.2. Stratégies d'identification

### *I.2.1. La mathématique universelle comme mathématique première (Γ 2)*

Plusieurs solutions peuvent être avancées pour lever les difficultés inhérentes au concept de « mathématique universelle » chez Aristote. La première, la plus immédiate, est de considérer, sur la base du parallèle dressé par E 1, que la « théorie universelle qui est commune à toutes les natures mathématiques » relève de la primauté d'un genre sur l'autre, au même titre que la théologie[3]. De fait, la question de l'universalité est

1. Voyez *An. Post.,* 1, 7 75 *b* 7-8 : « La démonstration arithmétique a toujours le genre au sujet duquel a lieu la démonstration ; et, pour les autres [sciences], il en va de même ». Voir aussi Γ 1, 1003 *b* 6.

2. La confusion apparente de ce passage conduisit d'ailleurs W. Jaeger (1923-1997, p. 221-222) à le considérer comme un ajout ultérieur destiné à lever les contradictions des deux figures de l'universel, mais ne faisant que l'aggraver. Nous essaierons, dans la suite, de montrer que le problème soulevé par la mention de E 1 s'inscrit dans un réseau de questions qui rend cette interprétation discutable. Rien n'empêche évidemment que tel ou tel de ces passages soit interpolé, mais cela ne changera rien à la position d'un problème qui apparaît suffisamment régulièrement dans le dispositif pour contrer l'argument de Jaeger.

3. À l'époque moderne, cette interprétation fut notamment celle de H. Bonitz (1849), p. 285.

posée dans les deux passages de la *Métaphysique* en lien étroit avec celle de la primauté et la philosophie première pourra bien être dite « universelle *parce que* première » (E 1, 1026 *a* 30-31 ; K 7, 1064 *b* 13). De même pourrait exister une mathématique « universelle parce que première », au sens où elle traiterait d'un genre privilégié servant de paradigme à tout genre d'étant mathématique.

Un passage célèbre de Γ semble donner à cette lecture un soutien assez fort :

> « La Philosophie aura d'ailleurs autant de parties qu'il y a de substances. Il y en aura donc nécessairement l'une qui est première et l'autre seconde. L'Être [et l'Un] tombent, en effet, immédiatement, sous certains genres, et c'est pourquoi les sciences aussi correspondront à ces genres ; *"philosophe" se dit, en effet, de la même manière que "mathématicien", car il y a aussi des parties dans les Mathématiques : il y a une science première, une science seconde et d'autres sciences dérivées dans les mathématiques* » (Γ 2, 1004 *a* 2-9. Nous soulignons).

Avantage non négligeable de cette orientation : elle mène explicitement vers des théories mathématiques présentées comme existantes. Elle consacre même la comparaison des partitions de la philosophie et des mathématiques, sur laquelle se fonde E 1.

Mais cet avantage ne compense malheureusement pas les faiblesses de la solution. Car l'argument initial reposait, on s'en rappelle, sur l'*opposition* entre deux types d'universalité (non liée à un genre / liée à un genre particulier). Quel que soit le texte dont on le rapproche, E 1 persistera à affirmer qu'il existe dans les mathématiques une théorie qui, contrairement à la Géométrie ou à l'Astronomie, n'est pas liée à un genre particulier – ce qui ne saurait référer à l'idée d'une division des mathématiques en première et seconde, dont Γ 2 nous dit très clairement qu'elle correspond à une répartition *en genres déterminés et hiérarchisés.* S'il est indéniable que l'attachement à un genre n'exclut pas par soi l'universalité, il se trouve que l'argument même de E 1 consiste précisément à *opposer* ce type d'universalité (par la primauté) à celui de la « mathématique commune ».

En outre, le principal avantage de cette interprétation, qui est d'orienter vers des théories mathématiques identifiables, restera très limité. De fait, l'identification de la « mathématique première » réserve de nombreuses difficultés, dès lors qu'on réclame également d'elle l'universalité.

Ainsi, il arrive à Aristote de rappeler que l'universalité est liée à la connaissance des principes, qui elle-même est liée à l'exactitude et à la simplicité. Cette orientation consacre le primat de l'arithmétique :

« Il en résulte que la connaissance de toutes choses appartient nécessairement à celui qui possède la science universelle (τὴν καθόλου ἐπιστήμην), car il connaît d'une certaine manière tous les sujets qui en relèvent. Mais aussi, il est extrêmement difficile pour les hommes d'arriver à ces connaissances les plus universelles, car elles sont le plus en dehors de la portée des sens ; les sciences les plus exactes sont celles qui portent le plus sur les premiers principes (τῶν πρώτων) et celles qui partent des plus simples sont plus exactes que celles qui partent des plus complexes, comme l'Arithmétique par rapport à la Géométrie. »[1]

Mais, comme nous venons de le rappeler, E 1 repose en fait sur l'opposition de ce régime d'universalité à celui de la mathématique commune. Il serait donc beaucoup plus satisfaisant de pouvoir proposer ici une discipline mathématique tirant son universalité d'étudier non un type privilégié d'objet, mais *tous* les genres d'objets mathématiques. Cette interprétation peut d'ailleurs paradoxalement s'autoriser du passage des *Seconds Analytiques,* qui pose pourtant le caractère incommunicable d'un genre à l'autre puisqu'il s'achève sur une mystérieuse exception : « à moins que les grandeurs ne soient des nombres » (εἰ μὴ τὰ μεγέθη ἀριθμοί εἰσι [75 *b* 5]). C'est alors plutôt la géométrie qui paraît pouvoir s'autoriser de l'universalité. Cette orientation trouve un correspondant immédiat dans la théorie des rapports entre grandeurs, du fait qu'ils peuvent effectivement s'exprimer parfois (lorsque les grandeurs sont « commensurables » entre elles) sous la forme d'un rapport entre nombres. Un passage du livre K appuie d'ailleurs l'idée d'une universalité de la géométrie, liée à l'universalité de la théorie des rapports :

« Nous voyons le mathématicien faire porter ses investigations sur des abstractions ; il considère, en effet, son objet en faisant abstraction de tout ce qui est sensible, tels que la pesanteur et la légèreté, la dureté et son contraire, ainsi que la chaleur et le froid et tous les autres couples de contraires d'ordre sensible ; il conserve seulement la quantité, c'est-à-dire le continu à une, à deux ou à trois dimensions, avec les attributs de ces objets en tant que quantités, c'est-à-dire en tant que continus, et il ne les étudie point sous d'autres considérations ; de cer-

1. Λ 2, 982 *a* 20-28. Passages parallèles en M 3, 1078 *a* 9-13 ; *An. Post.*, I, 27, 87 *a* 31-37.

tains de ces objets, il recherche les positions relatives et les déterminations de celles-ci ; pour d'autres, il détermine leur commensurabilité et incommensurabilité ; pour d'autres, enfin, ce sont les rapports ; et cependant, de tout cela nous ne posons qu'une seule et même science, la Géométrie. Il en est de même pour l'Être. En effet, les accidents de l'Être, en tant qu'il est être, et les contrariétés de l'Être en tant qu'être, il n'appartient pas à une autre science qu'à la Philosophie de les étudier » (K 3, 1061 *a* 7 - *b* 6).

Cette seconde direction s'accorde d'ailleurs plus facilement avec la théorie aristotélicienne de la quiddité. En effet, les objets mathématiques, bien que n'étant pas à proprement parler des substances, ne sont pas exceptés de ce régime et il faut donc poser pour eux un type particulier de matière dite « intelligible » (Z 10, 1036 *a* 10). Les exemples proposés sont alors, sans surprise, exclusivement géométriques. Une interprétation, promise à une grande fortune, conduisait alors à faire de l'étendue spatiale la « matière » de tous les genres mathématiques, ce qui consacrait à nouveau l'universalité de la géométrie[1].

Peu importe, cependant, le détail de ces interprétations et la discussion incessante qui va les opposer à travers les siècles. Leur principal défaut est qu'elles laissent intacte la difficulté initiale. Car la question posée par la « mathématique universelle » aristotélicienne n'est pas de savoir qui, du nombre ou de la grandeur, de l'arithmétique ou de la géométrie, doit servir de *fondement* aux mathématiques au sens où un genre d'objets dépendrait conceptuellement de la position première d'un autre. Elle est d'abord de déterminer ce que serait une mathématique *non liée à un genre d'objets particulier.* À l'idée que la « géométrie » pourrait remplir cette condition, en ce qu'elle pourrait être dite à la fois première et universelle, nous pouvons d'ailleurs répondre très simplement que le texte de E 1 *distingue,* quant à lui, la théorie commune et la géométrie.

Toutes ces « solutions » seront pourtant présentées à travers l'histoire de la « mathématique universelle » et c'est pourquoi il fallait les mention-

1. Cette interprétation, qui fut celle des commentateurs d'Aristote influencés par le néoplatonisme (notamment Jean Philopon) et qui joua un rôle essentiel à la Renaissance, a été reprise par Ian Mueller (1970), p. 156-171. Elle peut d'ailleurs s'appuyer sur le fait que la représentation euclidienne des (rapports entre) nombres fait usage de leur représentation par des segments (pour autant que nous puissions le déterminer, car il faut évidemment garder en mémoire que nous ne possédons aucun des diagrammes originaux des *Éléments*).

ner d'emblée : invariablement, des auteurs avanceront qu'elle ne doit pas être cherchée ailleurs que dans les disciplines mathématiques existantes (ce qui, nous le verrons, est effectivement défendable) et qu'elle désigne, en fait, la primauté de l'arithmétique ou de la géométrie (ce qui, par ce qui précède, paraît pour le moins discutable). Il est d'ailleurs remarquable que la matrice de ces discussions reste souvent aristotélicienne : les uns faisant valoir la « précision » plus grande de l'arithmétique, la simplicité logique de ces notions et la nécessité de se fonder sur elle pour faire des mesures (donc de la géo-métrie) ; les autres faisant remarquer que les objets mathématiques trouvent une unité remarquable dans leur représentation géométrique, ce qui établit la primauté de l'espace (celui où sont d'abord dessiné les diagrammes, y compris pour représenter des nombres) comme support de tous les régimes opératoires. Comme nous le verrons de plus en plus clairement par la suite, les conflits d'interprétation suivent ici les contours d'un problème qu'ils ne font qu'esquiver : la tension entre un point de vue que nous désignerons comme « fondationnel », dans lequel l'unité du savoir est établie sous la forme d'une unité de principes, et un point de vue qu'on pourrait appeler « ascensionnel », dans lequel on réclame que cette unité principielle puisse conduire à une unité effective (et non pas simplement analogique) des domaines d'objets – c'est-à-dire qu'on puisse toujours « remonter » d'une unité des domaines d'objets aux principes.

### *1.2.2. La mathématique universelle comme mathématique commune*

L'autre voie de solution pour comprendre l'idée de « mathématique universelle » consiste à reconstituer une théorie mathématique commune satisfaisant au critère avancé en E 1 (c'est-à-dire qui ne soit pas liée à un genre particulier d'objets mathématiques). On ne cherchera plus alors à résoudre la contradiction pour identifier la théorie sous-jacente, mais à identifier d'abord cette théorie pour voir ensuite si la contradiction subsiste. Cette voie de recherche a été abondamment suivie par les historiens des mathématiques qui ne s'intéressaient guère aux problèmes philosophiques soulevés par l'apparition de la « mathématique universelle », mais

plutôt à la reconstitution des mathématiques grecques avant Euclide. Étant donné le caractère elliptique de la mention de E 1 et l'ignorance très grande où nous sommes des mathématiques de cette période (sur lesquelles ne subsistent que des indications indirectes), on imagine aisément ce que ces reconstructions pouvaient porter de conjectures et de controverses[1]. Dans ce qui suit, nous ne chercherons pas à trancher trop vite dans ces questions, encore très disputées, mais plutôt à faire valoir d'abord un autre point de vue, plus attaché au contexte philosophique. En effet, il ne semble pas qu'on ait prêté une attention suffisante au fait qu'Aristote revient *à plusieurs reprises* sur la question de l'universalité en mathématiques et que ces prises de position donnent des indications précieuses pour saisir non seulement les limites dans lesquelles pouvait évoluer chez lui un concept de « mathématique universelle », mais surtout *les raisons* pour lesquelles il pouvait s'intéresser à un tel thème.

### 2.2.1. Le problème de la séparation (M 2 ; M 3)

Le premier des passages sur le καθόλου mathématique se trouve au livre M de la *Métaphysique*. Aristote y envisage, pour la rejeter, la possibilité avancée par les platoniciens que les objets mathématiques soient des substances « séparées ». L'argument, bien connu, est que cette conception obligera à chaque fois à poser aux moins deux types de substances, selon que le concept mathématique sera considéré séparément ou dans le corps sensible – argument d'autant plus fort pour un ancien que les « mathématiques » recouvrent alors l'astronomie, l'optique ou la musique, si bien qu'on se trouvera obligé de poser deux ciels, deux sons, deux lumières, etc.[2]. Mais, poursuit Aristote, il y a plus grave, puisque existent en mathématiques des propositions « universelles » (καθόλου ὑπὸ τῶν μαθη-

1. Cette stratégie de reconstruction a été dominante jusqu'à une époque récente, où s'est opéré un retour à des études textuelles plus prudentes, voir K. Saito (1998) : « Mathematical reconstructions out, textual studies in : 30 years in the historiography of Greek mathematics ». Dans le cas de la « mathématique universelle », un tel travail n'a pas encore été effectué. Si ce chapitre pouvait en indiquer la voie, il aurait atteint un de ces buts.

2. B 2, 997 *b* 15 sq. ; M 2, 1077 *a* 1 sq.

ματικῶν). Il nous faudra donc poser encore un troisième type de substance, distinct des Idées comme des objets mathématiques :

« En outre, certaines [propositions] universelles sont formulées par les mathématiciens en dehors des substances envisagées (παρὰ ταύτας τὰς οὐσίας). Il y aura donc là une autre substance intermédiaire, séparée tant des Idées que des Intermédiaires, et qui ne sera ni un nombre, ni des points, ni une grandeur, ni un temps. Mais si une pareille substance est impossible à concevoir, il est manifestement impossible qu'elles [les choses mathématiques] soient séparées des sensibles » (M 2, 1077 *a* 10-14)[1].

Même si le but de cette mention est d'abord d'indiquer aux platoniciens l'inconsistance de leur tripartition (idées, intermédiaires, sensibles), la structure de l'argument *ad absurdum* laisse apparaître l'incongruité qu'il semble y avoir pour Aristote à envisager un « sujet commun », séparé des genres d'objets mathématiques existants (nombre, points, grandeurs, temps). De toute évidence, l'interlocuteur est censé se rendre compte qu'une telle substance est « impossible à concevoir », ce qui devrait l'amener à accepter que les objets mathématiques n'ont pas à être séparés des sensibles – du moins pas plus que ne le sont ces καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν des êtres mathématiques les plus communs. Cette stratégie est rendue parfaitement explicite au début du chapitre suivant :

« De même, en effet, que les [propositions] universelles dans les mathématiques (τὰ καθόλου ἐν τοῖς μαθήμασιν) ne se rapportent pas à quelque chose de séparé en dehors des grandeurs et des nombres, mais à ceux-là mêmes, considérés toutefois non en tant que possédant la grandeur ou qu'étant divisibles ; de même il est évidemment possible qu'il y ait des propositions et des démonstrations au sujet des grandeurs sensibles elles-mêmes, considérées non en tant que sensibles, mais en tant que possédant telle ou telle propriété définie » (M 3, 1077 *b* 17-23).

On pourrait croire que ces passages autorisent en fait la possibilité d'un « sujet » de second rang, constitué « par abstraction » sur les genres de la quantité, de la même manière que ces genres sont eux-mêmes constitués par abstraction sur les substances sensibles. En considérant les nombres et les grandeurs dans toute leur généralité, sans tenir compte de

1. Nous suppléons « propositions » pour spécifier le καθόλου parce que la seconde occurrence ne laissera pas d'ambiguïté sur le fait que le niveau où se place ici Aristote est celui des λόγους καὶ ἀποδείξεις.

leurs attributs propres (comme la divisibilité), nous aurions ainsi accès à un objet universel des mathématiques, sujet rêvé pour une « mathématique universelle » et qu'on pourrait être tenté de désigner par l'idée générale de « quantité » (ποσόν). Nous verrons d'ailleurs par la suite qu'Aristote ne rechigne pas, à l'occasion, à parler de « quantité en tant que quantité ». Mais cette interprétation, outre qu'elle manque le contexte critique du passage et le sens de la comparaison, s'appuie sur une conception moderne de l'abstraction – terme qui n'est d'ailleurs pas employé ici où il n'est question que de « séparation ». Car pour Aristote, les objets mathématiques sont bien « séparés » de substances dont ils sont en fait réellement inséparables, mais ils ne sont pas constitués, pour autant, par la simple considération sous tel ou tel aspect général (« abstrait » au sens moderne) d'étants sensibles indifférents à cette saisie. Pour que tel ou tel aspect puisse être considéré abstraitement par le mathématicien, il faut, d'un point de vue aristotélicien, qu'il thématise un attribut qui appartient *en propre* à un étant. C'est à cette condition qu'on peut considérer « séparément » une propriété sans verser pour autant dans le détail infini de l'accidentel. Certes, une telle condition ne sera pas suffisante pour définir la connaissance mathématique, puisque la plupart des sciences procèdent de même (ainsi quand le physicien sépare le mouvement des autres attributs), mais elle est nécessaire[1].

Les sciences les « plus physiques des sciences mathématiques » suffisent d'ailleurs à l'établir. Si l'abstraction mathématique consistait seulement à étudier des objets sensibles sous tel ou tel aspect général – ou, pour être plus proche des procédures scientifiques actuelles, « formel », « structural », etc. – par exemple en tant qu'ils sont soumis à un procédé de mesure, il ne devrait y avoir *aucune différence* entre le fait d'étudier sous

1. 1077 *b* 23-29, pour l'exemple du physicien séparant le « mouvement ». Sur l'opposition des sens ancien et moderne du mot « abstraction », voir I. Mueller (1970), p. 160, ainsi que J. J. Cleary (1985), qui plaide pour un processus purement logique (et non cognitif), qui ne caractériserait pas seulement les objets mathématiques. J. Annas (1987) a très fermement défendu l'idée selon laquelle la théorie de l'abstraction aristotélicienne, précisément parce qu'elle est liée à un régime d'attribution essentielle, n'était pas incompatible avec une conception pleinement réaliste, et donc opposée à ce que nous désignons aujourd'hui lorsque nous parlons d'entités « abstraites ». On trouvera un état de la question dans cet article (à la note 2), ou, pour une étude plus récente, dans M. Crubellier (1997), p. 312-314.

cette considération un mobile, un son ou un rayon lumineux[1]. Toutes les entités produites seraient « abstraites » au même sens et redevable d'une même science pour autant que la procédure est la même. Or ce n'est pas du tout ce que pense Aristote : « lignes et nombres étant des propriétés propres (οἰκεῖα πάθη) de la vue et du son » (1078 *a* 16), alors que le mouvement (et à sa suite le temps) n'est une quantité que « par accident », c'est-à-dire « à raison de la divisibilité de ce dont il est l'attribut » (Δ 13, 1020 *a* 30). C'est le lien essentiel des premiers à la quantité – et réciproquement le lien accidentel des seconds – qui fait du premier type de connaissance une « mathématique », alors que le second ne pourra accéder à la scientificité que de considérer également le mouvement hors de ces déterminations quantitatives « accidentelles » (et relèvera donc de la « physique »).

Si ce rappel réduit un malentendu, auquel ont souvent succombé les historiens des mathématiques (en posant un sujet « abstrait » des mathématiques au sens moderne), il accentue d'autant plus la singularité de l'argument *philosophique* de M 3, sur lequel on s'est rarement arrêté. En effet, le traitement καθόλου du nombre et de la grandeur revient, selon Aristote, à les considérer sans tenir compte de leur grandeur ou de leur divisibilité. Or ces traits *définissent* précisément les genres d'objets mathématiques. Rappelons-nous simplement les définitions de Δ 13 : « On appelle multiplicité ce qui est, en puissance, divisible en parties discontinues, grandeur ce qui est, en puissance, divisible en parties continues » (1020 *a* 10-11)[2]. Grandeur et divisibilité thématisent donc un domaine au-delà duquel la « séparation » ne devrait plus être possible. Étudier un objet mathématique indépendamment de ces propriétés semble tout simplement supposer de le saisir à un niveau *inessentiel* et ce type de « séparation », déjà en soi problématique, devrait au moins être distingué (et non rapproché comme le propose notre passage) de celui par lequel sont théorisés des attributs appartenant à l'essence.

1. Ces différents points sont d'ailleurs rappelés dans la suite du passage 1077 *b* 35 - 1078 *a* 7. Voir également *Phys.*, II, 2, 193 *b* 20 - 194 *a* 12.

2. Voir également Δ 6, 1016 *b* 20 sq. pour le rôle central de la divisibilité. Pour un panorama, voir R. Bernier (1999).

Le passage de M 3 n'atténue donc l'impression première de contradiction qu'en la déplaçant : nous comprenons maintenant qu'une théorie universelle en mathématiques ne porte pas nécessairement atteinte à la répartition des êtres (mathématiques) en genres « incommunicables », puisque le καθόλου n'a pas à être *réellement* séparé et à se constituer en « sujet commun »[1] ; mais comment s'y référer *positivement,* notamment sous la figure d'une « mathématique universelle », si cet universel opère au point où se défait le lien de l'abstraction mathématique à l'attribution essentielle ?

### 2.2.2. Le problème de l'univocité (I 1)

Le passage du livre M ne donne guère d'informations sur le contenu auquel réfère l'universel en mathématiques. Tout au plus y apprenons-nous que le parallèle porte sur les démonstrations autant que sur les définitions – ce qui rend improbable l'idée que le καθόλου réfère ici aux seuls « principes communs » (axiomes) des *Seconds Analytiques,* comme on l'a parfois compris en faisant de la « mathématique universelle » une sorte de fondement logique des théories mathématiques[2]. Nous verrons d'ailleurs qu'il existe justement, dans ces mêmes *Seconds Analytiques,* des exemples

1. Il faut d'autant plus insister sur cet aspect qu'il n'est pas immédiatement compréhensible depuis les conceptions mathématiques actuelles. À partir du moment où les objets se définissent par des systèmes de relations formelles, comme le veut la méthode axiomatique moderne, la constitution d'un système mathématique « universel » conduit inévitablement à poser avec lui sinon un nouvel « objet », du moins un domaine d'universalité. C'est un défaut dans lequel tombent souvent les reconstructions qui interprètent les passages sur la « mathématique universelle » comme référant à l'introduction d'un nouveau domaine d'objets, nécessairement distinct des genres particuliers (grandeur et nombre) – objet qui, quel que soit le nom qui le qualifie (« nombre en général », « quantité », « terme »), finit toujours par équivaloir, comme on peut s'y attendre, à nos « nombres réels ». Comme on le voit en M 3, cette conception qu'on mobilise pour éclairer certains passages sur la théorie universelle *s'oppose* en fait directement à celle que défend Aristote.

2. D'ailleurs, à s'en tenir aux axiomes gouvernant tous les genres de la quantité, l'argument ne tiendrait pas : on peut avoir des principes universels sans qu'il soit possible de faire des démonstrations universelles (c'est l'argument même de *An. Post.,* I, 10). Dans ce cadre, l'existence des καθόλου ἐν τοῖς μαθήμασιν ne pourrait donc pas suffire à établir un mode d'être spécifique aux objets mathématiques comme le prétend M 3.

explicites de « démonstrations universelles » purement mathématiques. Mais ces passages étant à nouveau très allusifs et très discutés, il peut être utile de rester encore un peu sur la reconstitution du problème philosophique tel qu'il apparaît dans la *Métaphysique*. Car d'autres indications importantes y sont données à propos de « l'universel en mathématiques ». Ainsi Aristote rappelle-t-il à l'occasion que ses prédécesseurs s'étaient déjà préoccupés de déterminer ce qui pouvait jouer le rôle de καθόλου des démonstrations en mathématiques. Entre autres propositions, certains avaient cherché à poser à ce titre les « éléments » des mathématiques : l'Un et le Point[1]. Or une telle conception se heurte aux yeux d'Aristote à une difficulté majeure : elle n'établit l'unité des théories que sur le principe d'une équivoque.

Cette remarque invite à relire le début du livre I, où est justement posé la thèse célèbre de l'équivocité de l'Un et où il est fait grand usage des exemples mathématiques. De fait, Aristote rappelle que l'Un, dont un des sens est précisément le καθόλου (1052 *a* 35), ne peut se dire de toutes choses qu'à partir d'un sens *privilégié* comme « mesure » qu'il acquiert d'abord dans le contexte de la quantité (μέτρῳ τοῦ ποσοῦ) :

> « L'être de l'Un consiste dans l'indivisibilité, le fait d'être essentiellement un étant déterminé et propre, séparable selon le lieu ou la forme ou la pensée ; ou encore, c'est être un tout et un indivisible, mais c'est par-dessus tout (μάλιστα) être la mesure première de chaque genre, et, de manière privilégiée (κυριώτατα), de la quantité, car c'est de là qu'il a été étendu aux autres [catégories]. La mesure, en effet, est ce par quoi la quantité est connue » (I 1, 1052 *b* 16-19)[2].

Que l'Un soit pensé sous la considération d'une « mesure », qui elle-même est présentée comme procédure universelle d'accès à une connaissance de la quantité, va d'abord de pair avec un net privilège du nombre : « C'est par l'Un ou par le nombre qu'est connue la quantité en tant que quantité (τὸ ποσὸν ᾗ ποσόν), et tout nombre est connu par l'Un » (1052 *b* 20-23). Cette indication est d'ailleurs conforme à l'idée que

1. Δ 3, 1014 *b* 6-9. D'après l'exemple cité, l'interlocuteur privilégié de cette discussion semble être Speusippe (voir plus bas, chap. 1.3.1). Sur le fait que principes et éléments sont des καθόλου cf. M 10 1087 *a* 2 ; sur le fait que les platoniciens appelaient « éléments » les principes, ce qui entraînait la confusion de ces deux choses, voyez par exemple N 1, 1087 *b* 13.

2. Voir également Δ 6, 1016 *b* 30 sq.

l'arithmétique est première, parce que plus exacte : « La mesure du nombre est la plus exacte de toutes, car l'unité (μονάς) est posée comme un indivisible absolu. » Aristote précise même à cette occasion que « nos autres mesures n'en sont que des imitations (μιμοῦνται) » (1053 *a* 1-2) – ce qui renvoie au fait que les autres types d'unités (de mesure) en mathématiques ne sont considérées comme indivisibles que par convention (ou, dira Aristote, « pour notre perception »). Se dessine ici une position de théorie générale des mathématiques, qui serait liée à l'universalité de la mesure et dont le fondement serait à trouver dans l'idée de « nombre ».

En apparence, cette conception paraît conforme à l'idée, avancée dans les *Analytiques Seconds,* selon laquelle le « commun » ne peut opérer en mathématiques que *par analogie.* On pourrait donc proposer d'appeler « mathématique commune » non pas une théorie mathématique identifiable, mais *a minima* ce point de vue unitaire, émergeant de l'intérieur du mathématique, dans l'unité analogique des objets que permet leur traitement. Cette unité pourra alors être référée à des principes ou « éléments » (Un/Point), comme semble l'avoir proposé Speusippe. Plus fondamentalement, elle tient à l'idée d'une procédure universelle de saisie de la « quantité en tant que quantité » donnée par l'idée de « mesure ».

Mais la position d'une *mimesis*[1] entre les types de mesure indique précisément les limites qu'Aristote assigne à cette conception « fondationnelle » de l'unité des mathématiques et le rôle qu'y tient l'argument d'équivocité : « L'Un est indivisible par ce fait que l'élément premier de chaque genre est indivisible. *Mais tout n'est pas indivisible de la même manière,* par exemple le pied et l'unité : l'unité (μονάς) est absolument indivisible ; par contre, le pied comme nous l'avons déjà dit, doit être placé parmi les choses qui sont indivisibles pour la perception, mais seulement pour elle, car tout continu est probablement [toujours] divisible » (1053 *a* 20-24).

1. On peut se demander dans quelle mesure l'usage de ce terme est anodin. En A 6, Aristote dit que l'idée de participation platonicienne prend naturellement la suite des conceptions pythagoriciennes sur l'imitation des nombres : οἱ μὲν γὰρ Πυθαγόρειοι μιμήσει τὰ ὄντα φασὶν εἶναι τῶν ἀριθμῶν, Πλάτων δὲ μεθέξει, τοὔνομα μεταβαλών (987 *b* 11-13). Il est possible que le passage de I cherche à montrer que ce modèle repose, dès le niveau mathématique, sur une équivoque.

Or, là est le point central, l'hétérogénéité qui soutient ici l'équivocité de l'Un implique que l'analogie ne puisse justement plus opérer *de l'intérieur du mathématique.* C'est du point de vue du philosophe qu'il y a ici unité par analogie et non au sens d'une effectivité mathématique. Elle se redouble d'ailleurs d'une règle, à laquelle le mathématicien ne peut justement pas déroger et qui contraint les formes de mesure à ne pouvoir fonctionner identiquement entre les différents genres : « La mesure est toujours du même genre (συγγενὲς) [que le mesuré] ; la grandeur pour les grandeurs, et, en particulier, la longueur pour les longueurs, la largeur pour les largeurs, le son pour les sons, le poids pour les poids, l'unité (μονάς) pour les unités » (1053 *a* 24-27)[1]. Comme on le voit immédiatement, il n'est d'ailleurs pas possible d'établir un réel parallèle entre le Point et l'unité de l'intérieur des mathématiques, parce que le point ne pourrait être « mesure » des grandeurs (lignes, surface ou solide) sans violer la règle d'homogénéité. Inversement, l'unité analogique conférée par les procédés de mesure met en parallèle unité arithmétique (monade) et unité de mesure (longueur, surface, pied, etc.) sacrifiant cette fois le principe d'indivisibilité de l'un. Ce qu'on gagne d'un côté (un procédé de mesure comparable analogiquement), on le perd alors de l'autre (le principe ne peut plus être un analogue de l'Un indivisible en son genre).

Cette position est rappelée au début du livre N où Aristote passe en revue un certain nombre de positions platoniciennes sur la question des « éléments ». Il rappelle plusieurs solutions qui s'organisent clairement en fonction de la recherche de l'universel (καθόλου [1087 *b* 17 et 24]) et qui tombent par ce fait sous une objection commune à porter contre ces raisonnements, dont Aristote dit qu'ils sont trop « logiques » (λογικὰς τὰς ἀποδείξεις [1087 *b* 21]). Nous reviendrons sur cet aspect à propos des arguments avancés contre l'idée d'une unité du savoir donnée par une théorie générale des relations, qu'on chercherait à tirer de l'étude des

1. Il est important de garder ensemble les deux aspects (équivocité/règle d'homogénéité). Le premier se soutient de la distinction entre mesure arithmétique et mesure géométrique, selon que l'unité y est ou non un vrai indivisible ; le second rappelle que l'analogie qu'on pourrait établir au niveau des indivisibles (l'Un et le Point) se heurterait au problème de la comparaison entre grandeurs hétérogènes (le point et la ligne n'ayant pas le même type de rapport que l'unité et le nombre).

mathématiques (1087 *b* 5 sq.). Seule nous importe pour le moment la critique d'ensemble et le raisonnement qui la soutient : « Mais le caractère de l'Un, c'est qu'il est, de toute évidence, l'unité de mesure. Et en toutes choses, il existe donc une autre qui vaut comme sujet, différent [en chaque genre]. Pour l'harmonie, par exemple, c'est le dièse ; pour la grandeur, le doigt, le pied ou quoi que ce soit de ce type, pour les rythmes, le battement ou la syllabe » (1087 *b* 33-36). Et de conclure : « Ce qui implique que l'Un n'est pas par soi la substance de quelque chose » (1088 *a* 3-4)[1]. Ici encore, la position d'Aristote est très claire : l'analogie qui peut sembler valoir au niveau « logique » ne vaut plus au niveau mathématique où le fonctionnement de l'Un et de la mesure impose de prendre en compte un sujet ou genre qui en règle l'effectivité. On voit donc que ces différentes indications, loin de constituer la question de l'universel en mathématiques comme point d'exception, en font au contraire un des foyers des décisions aristotéliciennes.

### 2.2.3. Le problème onto-logique des relations (N 1 ; Δ 15)

Autant nous commençons à entrevoir plus clairement en quoi « l'universel en mathématiques » pouvait être un lieu central d'opposition entre différents programmes de « science universelle », autant nous voyons encore mal ce qu'Aristote pouvait *accepter* au titre d'une hypothétique « mathématique universelle ». Qu'on se tourne vers la thèse d'équivocité et l'unité analogique ou vers l'idée que le καθόλου opère à un niveau antérieur à la distinction des sujets mathématiques en genres, une même difficulté apparaît : ce point de vue « universel » est sans conteste possible *pour le philosophe,* mais il est très clairement refusé au mathématicien (du moins au sens où il pourrait fonder une authentique théorie mathématique). Comment une théorie « universelle » pourrait-elle dès lors être convoquée *de l'intérieur du « mathématique »,* comme le propose E 1 ? Le critère avancé en ouverture des *Seconds Analytiques* pour définir la connaissance *scientifique,* celle précisément que produisent les *mathêmata,* n'était-il pas que l'at-

1. Voir également Δ 6, 1016 *b* 17-22.

tribution y soit non pas seulement universelle, mais également « à tous et par soi » (τὸ κατὰ παντὸς καὶ τί τὸ καθ' αὑτὸ [73 *a* 26-27]) ? N'est-ce pas précisément ce qui commande le lien nécessaire des *mathêmata* à des « sujets » ? Comment Aristote pourrait-il se référer dans la *Métaphysique,* comme si de rien n'était, à une mathématique non liée à un sujet particulier ? Tout cela reste encore mystérieux.

Cela dit, nous pouvons déjà remarquer que les trois critères proposés dans les *Analytiques Seconds* ne sont justement pas *identifiés.* Rien n'empêcherait donc que la question du καθόλου soit un des lieux d'indistinction, *émergeant de l'intérieur des* mathêmata, où se manifesterait une forme d'écart de « l'universel » au « par soi » et au « pour tous »[1]. À l'appui de cette hypothèse, nous pouvons rappeler, outre les développements propres sur la « démonstrations universelle » sur lesquels nous reviendrons par la suite, un cas célèbre où l'existence d'un « propre » *plus général* que le niveau du « par soi » est mentionné par Aristote. Son référent ne saurait nous laisser indifférent puisqu'il s'agit précisément de la quantité (ποσόν). Au chapitre 6 des *Catégories,* il est en effet avancé que « ce qui est par-dessus tout le propre de la quantité, c'est que peut lui être attribué l'égal et l'inégal »[2]. Ce texte jouera d'ailleurs un rôle central pour les commentateurs cherchant à établir qu'un traitement « universel » de la quantité est mathématiquement légitime pour Aristote, malgré l'équivocité des genres et malgré l'attachement des sciences au niveau du « par soi ». Nous devons d'ailleurs nous rappeler à ce point que le *seul* principe non purement logique qu'Aristote

1. Une des stratégies les plus courantes mobilisées par Aristote contre les platoniciens consiste à faire remarquer que le καθόλου ne renvoie pas nécessairement à une forme dans la mesure où il qualifie l'attribution (*An. Post.,* I, 11, 77 *a* 5-7). Cette doctrine est forte dès lors qu'on peut identifier derrière toute forme d'attribution un « sujet » ou « genre », délimitant en intension un niveau du « par soi » et en extension un niveau du « pour tous ». Toute la difficulté, soulevée dès I, 5, est que rien n'assure que ces trois niveaux soient toujours concordants. C'est dans ce cadre, comme nous le verrons, qu'est d'ailleurs mobilisé l'exemple de l'universel en mathématiques.

2. Ἴδιον δὲ μάλιστα τοῦ ποσοῦ τὸ ἴσον τε καὶ ἄνισον λέγεσθαι *Catégories,* § 6, 6 *a* 26. Cette caractérisation doit évidemment être rapprochée de la thématisation du « propre » avancée dans les *Topiques* (I, 5) et de son lien à la définition (I, 6). Cela dit, on prendra garde que ce « prédicable » est alors conçu comme opérant sous une catégorie (I, 9). Un des aspects tout à fait étonnant de *Cat.* 6 est que c'est à la catégorie elle-même de quantité qu'est attribuée un « propre ».

fasse régulièrement figurer au rang des καθόλου porte justement sur des considérations liées au traitement de l'égal et de l'inégal en mathématiques[1]. Le fait qu'il s'agisse d'un « propre » permet, par ailleurs, de s'accorder avec les déclarations de M 3 sur la possibilité d'un niveau d'universalité constitué par abstraction des questions de grandeur et de divisibilité et ne basculant par, pour autant, au niveau de déterminations « accidentelles ».

Peut-on pousser cette idée plus avant et proposer comme candidat au titre de théorie « universelle » en mathématiques quelque chose comme une « théorie de l'égal/inégal » ? Cette hypothèse est très stimulante pour deux raisons : d'une part, il s'agit d'un couple dont le rôle central dans les programmes philosophiques antérieurs à Aristote est attesté et sur lequel il revient à de nombreuses reprises ; d'autre part, nous allons voir qu'il se trouve associé assez naturellement à un contexte mathématique.

Commençons par rappeler le contexte philosophique général. Au livre A de la *Métaphysique,* Aristote établit que la recherche des « premiers principes et des premières causes » – par quoi s'était définie l'activité des premiers « philosophes » – était parvenue à une première figure relativement stable dans la position de grands principes antithétiques. Les pythagoriciens furent, aux dires d'Aristote, les premiers à saisir cette détermination dans sa pleine généralité en rangeant ces contraires dans des tableaux. La croyance en une harmonie (au sens musical) de l'univers les conduisit alors à donner un net privilège aux rapports numériques et donc au couple fondateur de l'Un et du Multiple (rapproché, sinon confondu, avec celui de la Limite et de l'Illimité)[2]. Cette première tentative d'unification avait néanmoins l'inconvénient de rester peu claire sur les « premières causes », c'est-à-dire sur la générativité supposée des principes. D'une part, l'idée que tout est nombre ne permettrait pas de rendre compte de la diversité des étants sensibles identifiés à un même nombre

1. *An. Post.,* 76 *a* 41 ; *Mét.,* K 4, 1061 *b* 20. Chez Nicomaque, chez Théon (et Ératosthène) comme chez Pappus, on trouve l'idée que les différentes formes de « rapports » peuvent être dérivés de la relation fondamentale de l'égal et de l'inégal, cf. plus bas p. 131 et la note 2.

2. A 5, 987 *a* 13 sq. De ce schéma général, Aristote conservera d'ailleurs l'idée que tous les contraires doivent pouvoir se ramener à l'opposition principielle de l'Un et du Multiple (Γ 2, 1005 *a* 1 ; I 4, 1055 *b* 25).

ou une même harmonie, comme pouvaient l'être un phénomène musical et un phénomène céleste (réciproquement, il paraissait impossible de décider d'assigner un nombre ou une harmonie à chaque phénomène sans risquer de se perdre dans l'infini détail du sensible) ; d'autre part, la dépendance des notions dérivées aux principes aurait nécessité de constituer une doctrine claire de l'essence[1].

Tels sont, d'après Aristote, deux des principaux manques que la théorie platonicienne des Idées voulut suppléer. Dans cette nouvelle configuration, le mode de causalité attribué aux principes (par « participation ») conduisit progressivement à remplacer le pôle du Multiple (ou de l'Illimité) par un principe plus clairement relationnel (πρός τι) posé face au pôle Un/Limite et par quoi pouvait se trouver explicitée la générativité intrinsèque des principes. Ce principe d'engendrement par le « relatif » était généralement désigné comme « Dyade du Grand et du Petit », mais un autre de ses noms était précisément l' « Inégal »[2].

On voit déjà ici comment la généalogie aristotélicienne – quelle que soit la part de vérité historique qu'elle porte – fait *converger* les doctrines antérieures dans une théorie de l'Égal/Inégal, très clairement issue du rôle accordé par les pythagoriciens à la théorie mathématique des nombres et de sa reconfiguration dans le cadre de la théorie platonicienne de la « participation », où « l'Un et le Multiple » se transmuent progressivement en « Égal/Inégal ».

Cette reconstruction téléologique nous conduit d'ailleurs à une troisième décision aristotélicienne essentielle à la délimitation de son propre projet métaphysique :

« Le Grand et le Petit, ainsi que les déterminations analogues[3], sont nécessairement des relations (πρός τι). Or la relation est, de toutes [les catégories], celle qui est le moins réalité déterminée ou substance ; elle est même postérieure à la

1. Outre A 5, voir M 4, 1078 *b* 20 sq. et N 6.

2. Pour la position de l'égal et l'inégal comme principes premiers, voir N 1, 1087 *b* 5 ; N 5, 1092 *b* 1. Sur l'établissement du « Grand et Petit » face à l'Un, voir A 6, 987 *b* 25 ou 988 *a* 12. Ces deux directions sont explicitement conjointes en I 5, 1056 *a* 10, où Aristote oppose l'Égal et « le grand et le petit ». Sur le fait qu'il s'agit très clairement de remplacer un principe simple par une relation (πρός τι) voir N 2, 1089 *b* 10 et 1088 *b* 30.

3. Quelques lignes plus haut, Aristote a justement mentionné parmi ces déterminations l' « inégal » (1088 *a* 15).

qualité et à la quantité. La relation est, comme nous l'avons dit, une *détermination de la quantité* (πάθος τι τοῦ ποσοῦ) et elle ne peut être matière, s'il est vrai que soit considérée en général, soit envisagée dans ses parties et espèces, la relation ne puisse être conçue sans quelque autre chose qui lui serve de sujet » (N 1, 1088 *a* 20-26).

Il s'agit, en un sens, du pendant métaphysique du principe logique selon lequel toute démonstration scientifique nécessite, outre une structure « commune », la position d'un genre ou « sujet » déterminé. Aucune « relation », explique Aristote, ne peut servir par elle-même de principe ontologique, puisque le πρός τι n'opère pas « sans quelque autre chose qui lui serve de sujet ». L'argument se relie très directement à la critique du caractère « séparé » de l'universel platonicien et la tradition en a d'ailleurs gardé la trace à ce titre comme « argument du *pros ti* »[1]. Il entretient également un lien étroit à la thèse d'équivocité rappelée en N 1 juste avant le passage cité. De ce point de vue, la cohérence du problème sous-jacent à la question du statut de l'universel ou du commun en mathématiques apparaît de plus en plus clairement : il s'agit, vraisemblablement par réaction à un programme platonicien, de s'opposer à une unité de type opératoire ou relationnelle, qui conduirait à négliger le fait que les opérations n'ont pas de sens en mathématiques en dehors des domaines d'objets sur lesquels elles agissent. Il apparaît clairement qu'aux yeux d'Aristote, un tel problème se trouvait au cœur des différentes définitions de la « philosophie » qu'il avait à disposition et constituait donc un enjeu central pour la défense de sa propre conception de la « philosophie » comme « première ».

***

Quel rapport ces considérations métaphysiques sur l' « égal/inégal » ou la « dyade du grand et du petit » pouvaient-elles entretenir à des théories mathématiques effectives ? Il apparaît succinctement d'abord dans le fait que la critique vise au premier chef une tradition désignée comme « pythagoricienne », censée donner une place centrale aux théories mathématiques. Au livre A où est menée une première fois cette critique contre

1. L. Robin (1908-1963) p. 21 sq., cf. 1089 *b* 17.

l'ontologie des relations portée par le modèle de l'« harmonie du *kosmos* »[1], la désignation est de fait plus précise : « Si l'on objecte que les êtres sensibles sont des rapports numériques (λόγοι ἀριθμῶν)[2], par exemple une harmonie, il est clair qu'il y a quelque chose du moins dont ils sont rapports. »[3] Rien n'oblige évidemment à considérer que cette théorie était proprement mathématique (plutôt que relevant de l'interprétation philosophique) et les indications manquent sur ce point. Mais on ne remarque pas assez qu'Aristote donne d'autres indications importantes allant dans le même sens. De fait, il se trouve que les λόγοι ἀριθμῶν tiennent une place centrale dans l'analyse proposée de la notion de πρός τι au chapitre 15 du livre Δ.

Contre toute attente, le Stagirite expose, en effet, un premier sens de la catégorie du πρός τι – dont il va se démarquer par la suite – *entièrement capturé par les relations numériques* (ce qu'il désigne comme πρός τι κατ' ἀριθμόν). Partant des trois types fondamentaux du « double » (διπλάσιον), de l'« hémiole » (ἡμιόλιον), de l'« épimore » (ἐπιμόριον)[4], ainsi que de leurs inverses, il propose une classification générale des relations selon qu'elles opèrent par rapport à l'unité ou par rapport à un autre nombre avec plus ou moins de « détermination ». Il n'est pas inutile de rappeler cette typologie pour mieux saisir leur lien étroit à une théorie mathématique dont les contours deviennent de plus en plus précis :

le premier cas proposé (rapport d'un nombre à l'unité) se dédouble, d'après Aristote, en « absolu » et « déterminé ». Comme exemple du

1. A 5, 985 *b* 23 - 986 *a* 6.

2. D'après le témoignage d'Aristote, il existait deux versions de la doctrine « pythagoricienne » : l'une qui identifiait toutes choses à un nombre, l'autre qui raisonnait plutôt sur l'analogie structurelle et la possibilité d'identifier toutes choses à certains rapports entre nombres ou « harmonie » cf. également N 5, 1092 *b* 12-15. Remarquons que ce passage est un des très rares cas où Aristote utilise λόγοι au sens de « rapport mathématique ».

3. A 9, 991 *b* 12-13 ; même critique en N 5, 1092 *b* 14-15, dans un développement qui fait immédiatement suite à la critique de l'inégal.

4. Si un nombre A est augmenté d'une de ses parties pour former un nombre B, on dit que B est à A dans un rapport « épimore ». Si l'augmentation est de moitié, par exemple, le rapport est dit « hémiole » (augmentation de la « moitié du tout »). Si elle est du tiers, « épitrite », etc. Ces adjectifs peuvent désigner les nombres eux-mêmes. Les intervalles fondamentaux de la gamme sont l'octave (double) et les deux rapports épimores de la quarte (épitrite) et de la quinte (hémiole).

premier rapport (« absolu »), l'exemple donné est celui du « multiple » et comme exemple du second (« déterminé ») celui du « double » (où l'on voit bien que le rapport à l'unité est effectivement « déterminé » comme spécification de « multiple ») ;

— le second cas (rapport de nombre à nombre) appelle également une distinction du même type en « déterminé » (« hémiole à sous-hémiole ») ou « indéterminé » (« épimore à sous-épimore »)[1].

Relations numériques
- de nombre à unité :
  - Déterminé (« Double »)
  - Absolu (« Multiple »)
- de nombre à nombre :
  - Déterminé (« hémiole à sous-hémiole »)
  - Indéterminé (« épimore à sous-épimore »)
- totalement indéterminée (« de l'excès à ce qui est excédé »)

Deux choses sont ici à remarquer d'emblée : tout d'abord, la nature relativement technique des exemples invoqués dans un passage qui est censé traiter de la catégorie du πρός τι en général ; mais plus profondément, on ne peut manquer de remarquer que ces « rapports » sont justement ceux qui apparaissent dans la théorie des harmonies musicales : le double est la forme primitive de consonance donnée par l'octave[2] ; l'épimore est la forme générale (« non déterminée », dit Aristote) des intervalles primitifs qu'on y peut construire, dont un exemple « déterminé » est assurément l'hémiole (intervalle de quinte)[3].

Qu'une catégorie aussi générale que celle du « relatif » soit reliée à une théorie aussi précise que celle des rapports numériques ne laisse pas de surprendre ici et tendrait à confirmer l'idée que la théorie mathématique

1. On a vu, en effet, que l'« hémiole » est un cas particulier de l'« épimore », lorsque la partie dont est augmentée le nombre initial est de moitié. Comparer deux nombres « hémioles », l'un inverse de l'autre, est donc un cas « déterminé » de la comparaison plus générale d'un « épimore » à son inverse.

2. Comme le rappelle d'ailleurs Aristote lui-même : Δ 2, 1013 *a* 28-29.

3. Sur les témoignages que nous pouvons avoir sur cette théorie et son détail, voir l'étude classique de P. Tannery, « Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique pure » (1902), repris dans Tannery (1995), p. 68-89. Sur la théorie musicale avant Aristote cf. E. Moutsopoulos (1989), notamment chap. V.2.

avait servi à une première thématisation des πρός τι à laquelle avait été donné un rôle fondateur en philosophie. Mais la description se poursuit avec deux mentions plus surprenantes encore, où va s'indiquer plus nettement le caractère central de cette théorie : tout d'abord, la classification s'achève sur le cas d'un rapport qui serait « totalement indéterminé » (ὅλως ἀόριστον), comme celui de « l'excès à ce qui est excédé » (ὑπερέχον πρὸς τὸ ὑπερεχόμενον)[1]. Il s'agit alors très clairement d'indiquer que les relations mathématiques outrepassent les limites de ce qui est exprimable par des rapports entre nombres :

« La relation de l'excès au défaut est une relation numérique totalement indéterminée, car tout nombre est commensurable, et, à l'inverse, le nombre ne se dit jamais de l'incommensurable ; l'excès par rapport au défaut, c'est en effet autant que le défaut, plus quelque chose : ce quelque chose est indéterminé, car il peut indifféremment se trouver égal ou non » (1021 *a* 3-8).

Ce passage est difficile à comprendre, d'autant qu'il est corrompu. Certains commentateurs, comme Alexandre, n'hésiteront pas à y discerner les contours d'éventuels « nombres incommensurables » (bien qu'une telle notion paraisse difficile à intégrer à ce que nous connaissons de la mathématique grecque classique et qu'Aristote semble plutôt dire ici le contraire). Un point semble néanmoins hors de doute : Aristote sait évidemment que les relations mathématiques ne peuvent *pas* s'exprimer intégralement sous la forme de rapports numériques parce que cela supposerait qu'il n'y ait rien d'incommensurable. La *relation* la plus générale ne peut donc être que celle de « l'excès et du défaut » et elle n'est effectivement pas « numériquement déterminée »[2]. Mais au lieu de constater que son premier modèle est donc trop étroit, le Stagirite conclut alors sans hésitation que toutes ces relations peuvent donc être dites κατ' ἀριθμὸν, voire ἀριθμοῦ πάθη (1021 *a* 9)[3] ! Ce premier cadre ne reposait donc pas

1. Ces expressions sont celles par lesquelles les mathématiques grecques expriment les relations d'inégalité. Elles sont également utilisées dans le passage de N 1 pour désigner les relations « les plus universelles » que certains platoniciens avaient proposé de faire valoir à la place du « grand et du petit », ou du « beaucoup et du peu ».

2. Voir également *Top.*, IV, 4, 125 *a* 33 - *b* 4 ; *Physique*, II, 200 *b* 28 sq.

3. La même expression étant apparue en A 5 en conjonction avec l'idée d'une théorie des rapports pour désigner la grande thèse pythagoricienne (ἔτι δὲ τῶν ἁρμονιῶν ἐν ἀριθμοῖς ἁρμόττοντες τὰ πάθη καὶ τοὺς λόγους [985 *b* 31]).

nécessairement, comme on l'a parfois supposé, sur une conception mathématique « archaïque », ignorante de la question de l'incommensurabilité.

Mais nous ne sommes pas au bout de nos surprises puisque ce rôle paradigmatique des rapports numériques, qu'on pourrait supposer tout à fait inadéquat aux yeux du Stagirite, est alors *justifié*. La suite précise, en effet, que « l'égal, le semblable et le même », c'est-à-dire les grands régimes de relations opérant à l'intérieur des autres grandes catégories (quantité, qualité et substance), doivent être conçus comme des *cas particuliers* de cette figure paradigmatique de la « relation numérique » :

« Toutes ces relations sont donc des relations numériques et des déterminations du nombre, comme aussi, mais d'une autre manière, l'égal, le semblable et le même. En effet, il y a l'Un sous chacun de ces modes : le même, c'est ce dont la substance est une ; le semblable, ce dont la qualité est une ; l'égal, ce dont la quantité est une. Or l'Un est le principe et la mesure du nombre. On peut donc dire que toutes ces relations sont des relations numériques, mais non dans le même sens » (1021 *a* 7-14)[1].

Nous retrouvons ici l'idée que le rôle ontologique de « l'Un » s'est donné à penser à partir d'un « sens privilégié » tiré de son usage dans le cadre de la catégorie de quantité, si bien que les relations numériques pouvaient apparaître comme prototype de la pensée des « relations » en général (avec, en conséquence, un rôle paradigmatique donné au couple « égal/inégal »).

La convergence des différents éléments entrevus jusqu'à présent est assez remarquable et l'on peut s'étonner qu'elle n'ait pas été plus souvent mobilisée dans la réflexion sur l'idée d'une « mathématique universelle ». Même si les informations restent parcellaires, nous voyons bien se dessiner ici une théorie qui pose l'Un comme principe, dont la générativité se trouve rapportée à des relations calquées sur le modèle des rapports numériques. Elle correspond sans aucun doute à une théorie *générale* de l'Égal/Inégal qui vaudrait non seulement pour tout type de quantités (les grandeurs incommensurables étant elles-mêmes évoquées au titre de ces

1. Ce passage est à mettre en parallèle avec le passage de Γ 2 où Aristote rappelle les ἴδια πάθη du nombre en tant que nombre (ἀριθμοῦ ᾗ ἀριθμὸς) et mentionne : le pair et l'impair, la commensurabilité *et l'égalité*, puis l'excès et le défaut (1004 *b* 10-13).

πρός τι κατ' ἀριθμὸν), mais plus généralement pour tout type de sujets (le « même » et le « semblable » étant conçus à partir de ce modèle – ce qui dérive assez naturellement du fait que l'idée universelle d'Un est elle-même tirée d'un sens privilégié comme « mesure de la quantité », dont nous avons vu qu'Aristote le met clairement en avant au début de I 1).

La difficulté principale est alors que cette théorie devrait être, en bonne logique, l'objet de *toutes les critiques* d'Aristote. De fait, elle tombe sous les coups des arguments contre l'univocité (I 1), la possibilité de séparer l'universel (M 3) et le danger d'une ontologie des relations (N 1 et 5). Même si la description de Δ 15 se fait sans distance, il est difficile d'ignorer que la suite du chapitre va d'ailleurs élargir considérablement le champ des « relatifs » (à la puissance et à l'acte) et indiquer, par différence, les limites de la première description. Nous en restons donc à un problème relativement ouvert : non seulement nous ne pouvons pas encore déterminer ce qu'Aristote accepte exactement dans ce modèle, et notamment dans quelle mesure il pourrait éventuellement lui concéder une forme réelle d' « universalité », mais nous avons surtout du mal à comprendre encore pourquoi il aurait pu, comme il le fait en E 1, mobiliser *positivement* le concept d'une « mathématique universelle ».

## 1.3. La mathématique universelle comme problème

Comment la « mathématique universelle » s'est-elle constituée pour la philosophie en problème ? Telle était notre question initiale, à laquelle nous commençons à entrevoir des éléments de réponse. Le premier, le plus surprenant sans doute, est l'écart entre les difficultés éprouvées par les commentateurs et l'absence de difficultés soulevées explicitement par les textes. Aristote mentionne toujours l'existence d'une théorie commune ou d'un corps de propositions universelles en mathématiques *comme un fait* (E 1, M 2 et 3). Bien plus, alors que ce fait paraît le plus propre à ébranler la conception de la science (plus précisément des *mathêmata*) qu'il essaie de défendre, il s'appuie sur lui comme sur un soutien solide. Bref, contre

toute attente, le concept d'une καθόλου μαθηματική n'est pas constitué par lui-même en problème. D'un autre côté, toutes les indications complémentaires que nous pouvons trouver pour donner plus de consistance à ce lieu théorique sont *problématiques* – non seulement parce qu'elles sont difficiles à insérer dans l'édifice aristotélicien, ce qui serait encore de l'ordre de l'interprétation, mais surtout parce qu'elles sont données dans le cadre de *critiques* centrales au projet métaphysique dans lesquelles Aristote attaque un certain modèle de l'universel (le refus d'une séparation réelle des objets mathématiques ; le refus d'une position d'univocité de l'Un et d'une unité analogique intrinsèque au *mathêmata* ; le refus d'une onto-logique des relations). Comment sortir d'une telle impasse ?

Remarquons déjà que cette situation, pour paradoxale qu'elle paraisse, n'est pas singulière. Elle est tout à fait comparable à celle déjà croisée de la « science une » à la fois contestée par les *Analytiques Seconds* et posée dans un concept renouvelé par la *Métaphysique*[1]. Or, dans ce cas, le double usage s'autorise d'une stratégie assez claire de *retournement* : Aristote ne se contente pas de refuser purement et simplement le concept de « science universelle » ; il entend montrer aux platoniciens que ce concept ne peut être maintenu dans ses droits qu'à condition de changer l'idée d'universalité qui le porte. Les remarques qui précèdent, en même temps qu'elles indiquent les limites dans lesquelles devraient se tenir les reconstitutions d'une « mathématique universelle », tendent à lui donner un statut comparable : on y voit Aristote *accepter* la position d'un niveau d'universalité en mathématiques, pour mieux y porter ses critiques métaphysiques (contre la séparation, contre l'univocité, contre l'onto-logique des relations). Les développements de Δ 15, I 1 et N 1 dessinent alors en creux une théorie mathématique, qui pouvait avoir servi de premier prétendant au titre de « mathématique universelle » et qu'Aristote chercherait à mobiliser pour retourner le projet platonicien contre lui-même en y fondant un certain nombre de critiques *philosophiques*[2]. Cela ne préjugerait en rien du fait qu'il

1. Comparez par exemple *An. Post.*, I, 28 : « Une science une est celle qui embrasse un seul genre », B 1, 995 *b* 5-15 ; B 2, 997 *a* 15 et la réponse apportée par Γ 3, 1005 *a* 19-30 citée ci-dessus.

2. Nous verrons au chapitre 2.2.2 de la partie II qu'un tel modèle est également présenté dans l'Epinomis d'une manière beaucoup plus détaillée.

accepte réellement pour son compte l'universalité de cette théorie en mathématiques : il lui suffisait de prendre appui sur ce que ses interlocuteurs désignaient ainsi pour montrer que cette position de théorie universelle induisait une métaphysique opposée à celle qu'ils proposaient.

Pour autant, il y aurait encore une différence essentielle entre le traitement de la « science une » et celui de la « mathématique universelle ». Dans le premier cas, en effet, l'opposition entre les deux régimes d'universalité est thématisée *explicitement*. Au livre Γ notamment, il est parfaitement clair que le type d'universalité dont pourra se réclamer la « science une » du philosophe ne peut pas être homogène au type d'études représentées par les *mathêmata*. Dans le second cas, deux figures de théorie universelle coexistent : celle qui apparaît dans le cadre des critiques (M 2, M 3, I 1, N 1) et celle qui est mobilisée *positivement* en E 1. La question est donc de savoir comment ces deux figures se rapportent l'une à l'autre.

Deux voies s'ouvrent alors pour appuyer le recours à la mathématique universelle comme *donnée* en E 1 : on peut penser que les critiques d'Aristote porte essentiellement sur l'interprétation *philosophique* de la théorie mathématique qu'on voit apparaître en Δ 15 (théorie des rapports numériques) et qu'Aristote ne se prononce pas sur sa légitimité mathématique (soit qu'il l'accepte, soit qu'il ne s'intéresse pas à cet aspect) ; l'autre possibilité est qu'il ait eu accès à une *nouvelle* théorie mathématique, à laquelle il pourrait se référer positivement en ce qu'elle s'accordait à ses vues philosophiques et qu'il pouvait faire valoir contre les vues de ses adversaires. Ces deux hypothèses ne sont pas incompatibles entre elles : Aristote pouvait assurément s'appuyer sur un modèle de théorie universelle pour faire valoir ses critiques et en défendre un autre lorsqu'il s'agissait de réfléchir à l'universalité de la philosophie première. Nous allons d'ailleurs voir que des témoignages existent à l'appui de chacune d'elles.

### *I.3.1. Contre Speusippe ?*

La première voie est clairement celle que met en avant Théophraste, qui reproche aux platoniciens de s'être contentés de vues très générales sur la déduction des objets des *mathêmata* sans prendre la peine d'entrer

dans le fonctionnement des théories existantes contrairement à ce qu'a fait son maître[1]. Son interlocuteur est alors explicitement Speusippe. Le peu qui transparaisse de la doctrine speusipéenne, dans la manière dont Aristote la réfute, laisse penser que Théophraste ne fait ici que prendre la suite de ses critiques. Speusippe qui partait, comme on sait, de la donnée des seules choses mathématiques[2], multipliant les principes (pour les nombres, pour les grandeurs, pour l'âme) aurait, en effet, tenté de conserver une certaine unité sur la base d'une ἀναλογία entre unité et nombre d'un côté, point et (« matière » des) grandeurs de l'autre[3]. Dans les *Topiques,* Aristote prend cette analogie ( « le point est dans la ligne comme l'un dans le nombre » ) comme exemple d'un procédé courant de constitution d'un genre commun (κοινὸν γένος) à partir du repérage des « similitudes » (ὁμοιότητα), qui servait de fondement à la recherche de définition[4]. La stratégie de retournement est alors très apparente : les raisonnements analogiques sont acceptés et même mis en avant, *mais pas la conclusion ontologique censée en découler.* Aristote n'accepte ni qu'il y ait un « genre commun » à la ligne et au nombre, ni même qu'il soit légitime de définir la ligne par le point comme on définit le nombre par l'unité. Si l'on peut bien, pour Aristote, raisonner analogiquement dans les sciences et y fonder la saisie du « commun », on ne pourra pas en conclure pour autant à l'existence de « genres communs ». Le monde speusippéen n'est qu'une

1. « Ayant engendré les nombres, les surfaces et les corps, ils laissent presque entièrement de côté les autres choses, si ce n'est qu'ils effleurent [le sujet] et se contentent de montrer seulement que les unes viennent de la Dyade illimitée, comme le lieu, le vide et l'illimité, les autres des nombres et de l'un, comme l'âme et certaines autres choses » (*Métaphysique,* 6 *a* 25 - *b* 2 ; trad. franç. Théophraste [1993]).

2. A 10, 1075 *b* 37-1076 *a* 4 et M 3, 1080 *b* 27-28 ; M 8, 1083 *a* 21-22 ; 1086 *a* 5-6 ; 1090 *a* 7-9 et *An. Post.,* I, 32 (qui porte sur la diversité des principes et se termine sur l'exemple du nombre et de la grandeur).

3. Sur le fait que Speusippe avait posé l'Un comme principe et déterminé ses modalités pour les nombres, les grandeurs et l'âme cf. *Mét.,* Z 2, 1028 *b* 21-24 ; M 9, 1085 *a* 28-32. Il fait donc partie de ces auteurs qui posaient le καθόλου dans les éléments (l'Un et le Point) qu'Aristote mentionne en Δ 3, 1014 *b* 6-9. On doit également se rappeler qu'au livre H, Aristote autorise le parallèle entre nombre et substance pour montrer que ces adversaires ont raisonné à contresens : ce n'est pas parce que l'Un est une substance que l'on peut dresser le parallèle, mais parce que la substance est une forme d'unité (1043 *b* 34 - 1044 *a* 11). À cette occasion, il attaque très clairement ceux qui voudraient faire de l' « unité et du point » des substances (l. 8).

3. *Top.,* I, 18, 108 *b* 23-31.

mauvaise tragédie où les épisodes ne s'enchaînent pas les uns aux autres (N 3, 1090 *b* 13-21)[1].

À la conception speusipéenne, il suffira d'objecter, comme Aristote le fait régulièrement, que l'existence de théories mathématiques indépendantes (Arithmétique et Géométrie) indiquent précisément l'impossibilité de constitution d'un « genre commun » – argument qui atteint évidemment d'autant plus Speusippe que celui-ci se distinguait d'avoir refusé les idées platoniciennes au profit des seuls objets mathématiques. La première théorie générale des *mathêmata* apparaît, dans ce contexte, comme une interprétation *philosophique* assez éloignée du détail des théories mathématiques auxquelles il suffirait de prêter un peu plus d'attention pour pouvoir défendre un autre modèle de « science universelle ». Elle consistait sous sa forme académique à prendre appui sur l'unité analogique des nombres et des grandeurs pour asseoir une construction métaphysique, dont l'Un serait une notion principielle et non équivoque et dont le déploiement relationnel pourrait se dire en termes de *pros ti* à partir d'un modèle général tiré des rapports numériques et fondé sur le rôle de la mesure. Aristote, sans nécessairement refuser la généralité mathématique sous-jacente à cette conception, ferait simplement valoir une étude plus attentive du fonctionnement propre des théories mathématiques (notamment de la manière dont se déploie l'effectivité des principes communs opérant certes « par analogie », mais dans un rapport constitutif à des principes « propres » et des « sujets », sans lesquels ils perdent toute efficace). S'il est indéniable que le nombre a servi de modèle pour penser de manière générale ce qu'était une « mesure » et que la théorie des rapports numériques a pu ainsi servir de fondement à une théorie générale de la relation, il n'en est pas moins faux que l'on puisse établir, sans autre précision, une réelle identité de rapport dans laquelle l'unité serait au nombre ce que le point est à la grandeur – ne serait-ce que pour des raisons évidentes d'hétérogénéité.

1. On notera au passage que la formule analogique donnée à cette recherche de la « similitude » s'exprime bien en termes de πρὸς τι : « comme l'un à l'un, l'autre à l'autre » (ὡς ἕτερον πρός, ἕτερόν τι, οὕτως ἄλλο πρὸς ἄλλο) (*Top.*, I, 17, 108 *a* 6-18). Cf. N 6, 1093 *b* 10 sq., qui reproche explicitement aux partisans des raisonnements analogiques de n'être pas assez attentifs au détail des théories et de se satisfaire de simples coïncidences.

C'est le principe des arguments d'équivocité avancés en I 1, mais également ce qu'Aristote objectera directement aux pythagoriciens : « Il n'est pas vrai de dire qu'il existe des atomes de grandeurs. Même au cas où il pourrait y avoir des grandeurs de cette sorte, les unités, en tout cas, n'ont pas de grandeur, car comment une étendue pourrait-elle être composée d'indivisibles ? » (1083 *b* 13-15). Le point ne peut entrer dans la composition d'une grandeur comme l'unité dans la composition d'un nombre et l'identité de rapport reste donc à la surface des rapports essentiels entrant dans la composition des objets. Si on entend contourner cette difficulté en mettant face à face la monade arithmétique et l'unité de mesure géométrique, on se heurtera cette fois, comme le rappellent I 1 et N 1, non seulement au fait que l'une est indivisible et l'autre non, mais aussi au fait que la mesure mathématique doit obéir à des règles d'homogénéité qui contraignent l'effectuation des opérations en fonction du *domaine d'objets* où elle agit : il n'est donc pas possible de se reposer ici sur les seules « relations » sans prendre en compte les « sujets » sur lesquels elles opèrent[1].

De telles conceptions en resteraient donc au seul niveau des principes, dont la « communauté », nous l'avons vu, est bien aux yeux d'Aristote, d' « analogie ». Leurs partisans concluraient trop vite à l'existence d'un « genre commun » (et donc d'une unité d'essence du mathématique), par un jeu sur l' « analogie » qui n'a précisément pas le même fonctionnement du point de vue du mathématicien ou du point de vue du philosophe. Ils resteraient aveugles aux « principes propres » et au « sujet », qu'il faut nécessairement convoquer pour pouvoir rendre compte de l'usage effectif de ces principes dans les démonstrations mathématiques. Aristote fait d'ailleurs dans ce contexte une critique qui n'est pas sans intérêt pour nous : « La cause de l'erreur dans laquelle sont tombés ces

1. Le cas plus évident est donné par le fait qu'il n'existe pas pour les Grecs de multiplication interne aux « grandeurs », le produit d'une grandeur par une autre n'ayant pas de sens « en général » à cause des contraintes dimensionnelles. Ainsi une réelle analogie mathématique entre nombre et grandeur se heurterait à des difficultés considérables. Pour prendre un exemple qui nous sera utile par la suite, il n'est pas possible de transposer certains traits des proportions numériques, comme ce que nous appelons aujourd'hui « le produit en croix » (et qui constitue la proposition 19 du livre VII des *Éléments* d'Euclide) aux grandeurs, puisqu'elle nécessite une notion de produit.

philosophes [*scil.* Les platoniciens], c'est que leur théorie part tout à la fois de spéculations sur les mathématiques et sur l'universel »[1] – preuve, s'il en fallait encore, que cette question de « l'universel en mathématiques » paraît bien avoir été un lieu central et parfaitement repéré de la philosophie qu'il discute.

Même si nous avons toujours soigneusement évité de recourir à des sources tardives, nous ne pouvons à ce point passer sous silence la manière dont Diogène Laërce décrit le programme speusippéen. Se référant à un écrit d'un certain Diodore, il rappelle en effet que Speusippe « fut le premier... à considérer ce que tous les *mathêmata* ont en commun et à les mettre le plus possible en relation les uns avec les autres »[2]. Le recours aristotélicien à une théorie commune à toutes les natures mathématiques qui les traiterait universellement, aussi bien que ses multiples critiques adressées à la conception platonicienne du καθόλου ou du κοινὸν γένος – thème qui, comme nous le verrons, sera remis au premier plan par les néo-platoniciens – atteignaient sans aucun doute un tel programme. Dans ce contexte, la mention d'une « mathématique commune » en 1, non liée à un genre particulier, pouvait bien s'interpréter *a minima* avec le pseudo-Alexandre, et à sa suite nombre de commentateurs[3], par le simple fait que « la mathématique » est considérée comme une discipline unique, alors même qu'elle traite de genres incommunicables entre eux. Bref, la mention de la κοινή μαθηματική participerait à une stratégie générale dans laquelle on montrait aux platoniciens et aux pythagoriciens, *sur la base de données qu'ils avaient eux-mêmes mis en avant,* que l'universalité est fondée, en dernière instance, sur l'équivocité. Il ne s'agissait alors nullement de contester le caractère « universel » de la théorie des rapports

1. 1084 *b* 24-25. L'exemple donné est précisément celui de l'analogie Un/Point. La référence est donc directement à Speusippe, puisque Platon refusait de faire du point un principe (992 *a* 21). C'est aussi ce qui permet d'identifier une référence à Speusippe dans le passage des *Topiques* où apparaît la même thèse (108 *b* 30-31).

2. πρώτῳ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐθεάσατο τὸ κοινὸν καὶ συνῳκείωσε καθ' ὅσον ἦν δυνατὸν ἀλλήλοις (trad. franç. Diogène Laërce [1999], p. 490). P. Merlan (1960) interprète la réflexion sur la communauté des *mathêmata,* où la question de la mathématique universelle trouve sa source, comme typiquement speusippéenne (p. 103). Sur cet aspect, voir également L. M. Napolitano Valditara (1988), chap. III.

3. Sasaki (2003), chap. 6, § 3.

(numériques) en mathématiques, mais de montrer qu'il ne permettait pas de passer à un niveau ontologique et méta-physique.

Cela dit, cette interprétation, très répandue parmi les commentateurs médiévaux, ne permet pas de rendre compte de certains passages, où Aristote déborde clairement le niveau des seuls principes et s'occupe de *démonstrations* mathématiques portant sur l'universel (comme celui de M 3). Au niveau de l'unité analogique, nous ne trouvons que des « principes » universels ou communs (et non des démonstrations, puisque la démonstration fait toujours intervenir également des principes « propres »). Or, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, le thème de la « démonstration universelle » en mathématiques tient également une place de premier plan dans les *Analytiques Seconds*. Par ailleurs, elle se heurte à une difficulté philosophique plus profonde : comme nous l'avons vu, Aristote oppose systématiquement l'universalité fondée sur l'équivocité, propre à la connaissance *philosophique*, au type de connaissance que mobilise le mathématicien. Comment pourrait-on soutenir que ce qu'il voulait dire par « mathématique universelle » était simplement que la mathématique ne tire son unité que sur fond d'équivocité ? N'est-ce pas précisément ce qui sépare le point de vue philosophique du point de vue mathématique ? Or l'argument d'E 1 met clairement face à face universalité de la mathématique et universalité de la philosophie. En ce point, il semble nécessaire de compléter le point de vue précédent en faisant valoir également l'idée qu'Aristote non seulement s'opposait à l'interprétation philosophique d'un certain modèle de « mathématique générale » (celui tiré de la théorie des rapports numériques), mais aussi défendait pour sa part *un autre modèle*.

### *1.3.2. La question de la démonstration universelle (*An. Post., *I, 5)*

La question de l'universel en mathématiques apparaît dans l'œuvre d'Aristote dans un autre contexte que ceux que nous avons croisés jusqu'à présent. Il s'agit de la question de la « démonstration universelle » (καθόλου ἀπόδειξις), dont traite le chapitre 5 du premier livre des *Seconds Analytiques* et dont les exemples sont exclusivement mathématiques. Plus

précisément, Aristote s'occupe alors à critiquer les erreurs de ceux qui ne s'astreignent pas à la règle d'universalité posée comme critère des démonstrations scientifiques dans le chapitre précédent (I, 4). Un des cas qu'il mentionne à cette occasion est le suivant :

« La permutabilité (ἐναλλάξ) des proportions était démontrée séparément des nombres, des lignes, des solides et des temps, quoiqu'il fût possible de la prouver de tous au moyen d'une démonstration unique. Mais par le fait qu'il n'y avait pas de nom unique pour désigner ce en quoi nombres, longueurs, temps et solides sont un et parce qu'ils diffèrent spécifiquement les uns des autres, cette propriété était prouvée séparément pour chacun. Mais à présent (νῦν), la preuve est universelle, car ce n'est pas en tant que lignes ou nombres qu'ils possèdent l'attribut en question, mais en tant que manifestant le caractère qu'ils sont supposés posséder universellement » (*An. Post.*, I, 5, 74 *a* 17-25).

Comme le passage de E 1, ce texte a posé de nombreuses difficultés d'interprétation. Il a même constitué, comme le rappelle G. Crapulli, la « croix » des commentateurs d'Aristote à la Renaissance[1]. Nous aurons l'occasion de revenir sur ces interprétations, puisqu'elles ont été au centre des débats modernes sur la mathématique universelle (tout autant que E 1). Pour en dire un mot tout de suite, une des questions soulevées par ce passage est d'abord de savoir de quoi exactement il est l'exemple. En effet, Aristote a donné trois cas où l'on manque l'universalité d'une démonstration : lorsqu'il n'y a rien à appréhender en dehors des particuliers ; lorsqu'il y a bien quelque chose à appréhender, mais qui n'a pas de nom (ἀλλ' ἀνώνυμον) ; lorsqu'on a pris la partie pour le tout. Il donne alors trois exemples : le premier est celui où l'on démontre que deux droites ne se rencontrent pas, parce que les angles formés (avec une même sécante) sont droits ; le second est celui de la permutabilité des proportions ; le troisième est celui d'une démonstration qui porterait sur telle ou telle espèce de triangle. On s'est beaucoup interrogé sur la concordance entre ces deux suites. Mais cette interrogation interne au commentaire des *Analytiques* atteint, en fait, assez peu notre exemple dans la mesure où Aristote y reprend expressément l'idée d'une absence de nom (διὰ τὸ μὴ εἶναι ὠνομασμένον τι). Les deux autres cas sont d'ailleurs également

1. Crapulli (1969), p. 47-55 pour un panorama des interprétations. Une des difficultés est notamment de déterminer si le νῦν a ici un sens temporel ou logique.

concordants : le « parallélisme » correspond bien à un cas où il n'y a pas de « sujets » à appréhender, pour Aristote, en dehors des particuliers obéissant à cette relation ; enfin, faire porter la démonstration sur une espèce de triangle correspond bien au cas où l'on a pris la partie pour le tout. Quand on étudie un peu plus précisément les conflits interprétatifs sur le sens à donner à chacun des exemples, on s'aperçoit assez vite qu'ils cherchent plutôt à résorber la difficulté de fond, qui est la consistance propre de ce niveau « anonyme » du καθόλου (de la même façon que nombre de commentateurs préféraient considérer la discipline mentionnée en E 1 comme une « théorie » ou une « science » universelle, plutôt que comme une « mathématique » à proprement parler, alors même que le texte ne semble pas laisser d'ambiguïté sur cet aspect). De ce point de vue, il paraît dangereux de chercher à fermer trop vite cette interrogation par une exégèse du seul passage de I, 5 et conformément à la démarche suivie jusqu'à présent, nous essaierons plutôt de reconstituer d'abord le réseau de problèmes dans lequel il s'insère.

Relevons néanmoins tout de suite la singularité de l'argument. Il s'agit, en effet, du premier texte positif sur le καθόλου ouvrant à un contenu strictement mathématique (la permutabilité des proportions) et même, plus précisément, à une démonstration (encore que la déception soit grande de ne pas la voir donnée explicitement). Forts de cette indication, nombre de commentateurs se sont d'ailleurs précipités à identifier sous cette démonstration universelle le soutien mathématique de notre fameuse « mathématique universelle », soit la théorie des proportions[1]. Pourtant, même à accepter que ce texte appuie l'hypothèse d'une évolution dans la théorie mathématique quant à son degré d'universalité, cette identification n'est pas sans soulever de difficultés. Par exemple, Aristote ne dit rien ici sur le caractère *mathématique* ou non de la démonstration. À la Renaissance, Ramus objectera (contre Proclus et ses défenseurs) que la doctrine des rapports et proportions (conçue par les

1. Cette stratégie de simple renvoi de *Mét.*, E 1 à *An. Post.*, I, 5 était celle de Ross (trad. Oxford, 1924) et de Heath (1925), qui renvoient également l'un et l'autre sans plus d'explication à la théorie « eudoxéenne » des proportions. Elle se trouve très souvent reprise par les commentateurs modernes d'Aristote, voir par exemple Cleary (1995) p. 289-292.

modernes comme théorie générale) relève de droit de la logique précisément *parce qu'elle est universelle* (au sens de non liée à un genre déterminé). Or autant cet argument s'accorde mal avec l'ensemble de notre corpus et notamment les καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν de la *Métaphysique*, autant il ne contredit en rien le passage des *Analytiques Seconds* si on le prend pour lui-même. Comme rien ne relie pour le moment ce passage au reste de notre corpus, cette interprétation est donc tout à fait plausible. Rien n'empêcherait que le type de démonstration « universelle » à laquelle Aristote fait ici allusion relève plutôt d'un point de vue logique que strictement mathématique.

Ce détour attire ainsi notre attention sur le caractère circulaire de l'interprétation qui s'appuierait sur ce seul texte pour *confirmer* l'existence d'une « mathématique universelle », telle qu'elle apparaît en E 1 – la première étape étant déjà de parvenir à établir un lien clair entre la mention d'une « mathématique universelle » et celle de la « démonstration universelle ». C'est pourquoi, d'ailleurs, nous n'avons fait intervenir ce texte, contrairement à l'usage, que dans un second temps. Tout ce que nous savons par ce passage est qu'*une* démonstration de la permutabilité des proportions était possible et qu'elle représentait un gain en généralité, mais rien n'empêche qu'une théorie contienne *localement* des démonstrations « universelles ». Rien ne nous est dit ici de précis sur l'extension de la théorie sous-jacente ni sur son état d'achèvement. Enfin, il faut remarquer que la difficulté ne se limitera nullement à l'identification de la démonstration universelle, mais concernera également la démonstration ancienne et « séparée ». À bien y réfléchir, elle est d'ailleurs beaucoup plus énigmatique, même si elle a beaucoup moins arrêté les commentateurs : que peut bien vouloir dire qu'on démontrait la permutabilité séparément pour « les longueurs, les temps et les solides »[1] ? Outre qu'on ne voit pas ce que le temps vient faire ici (mais rappelons-nous qu'il était déjà présent dans la mention des propositions universelles mathématiques en M 2), il est difficile d'imaginer une démonstration à ce point « séparée » qu'elle

1. M 2 énumérait comme domaine d'universalité : « nombre, point, grandeur et temps » ; M 3 : « nombre et grandeur » ; la prochaine mention que nous rencontrerons indiquera « ligne, nombre, solide, surface » et celle d'après « ligne et nombre ».

soit obligée de distinguer *parmi les grandeurs* entre les longueurs et les solides. Nombre de reconstructions se sont d'ailleurs facilitées la tâche en reconstituant simplement, conformément à ce qu'on trouve chez Euclide, une démonstration séparée pour les nombres et les *grandeurs*.

***

Regardons maintenant le réseau de questions dans lequel est pris le passage de I, 5. On prête, en effet, trop peu d'attention aux deux reprises de cet exemple, qui répondent pourtant assez clairement à nombre d'interrogations soulevées par les commentateurs – notamment en fournissant des liens entre le passage apparemment isolé de *An. Post.,* I, 5 et les considérations croisées dans la *Métaphysique.* La première met en avant, sans surprise, la question de l'universalité :

« De plus, si l'universel n'est pas quelque chose en dehors des particuliers, et si néanmoins la démonstration conduit à l'opinion qu'il existe quelque chose selon lequel on fait la démonstration et qu'une certaine nature existe parmi les substances : celle, par exemple, du triangle en dehors de tel [triangle], de la figure en dehors de telle [figure], et du nombre en dehors de tels nombres ; si, d'autre part, il est meilleur de démontrer sur ce qui est que sur ce qui n'est pas, et sur ce qui ne nous trompe pas plus que sur ce qui nous trompe ; si, enfin, la démonstration universelle est bien de la première sorte – on procède, en effet, dans cette démonstration comme dans le cas du proportionnel (τοῦ ἀνὰ λόγον) défini comme n'étant ni une ligne, ni un nombre, ni un solide, ni une surface, mais une chose en dehors de tout cela –, si donc cette démonstration est plus universelle, et si elle s'applique moins à ce qui est que la démonstration particulière, et produit une opinion fausse, il s'ensuivra que la démonstration universelle est inférieure à celle qui est particulière » (*An. Post.,* I, 24, 85 *a* 30 - *b* 3).

L'argument est assez resserré, mais néanmoins très simple dès qu'on en analyse les composantes. Hypothèse (1) : on suppose tout d'abord, conformément à la théorie métaphysique d'Aristote que l'universel n'est pas quelque chose « en dehors » des particuliers ; Hypothèse (2) : on accorde également, conformément à sa conception épistémologique, qu'une démonstration porte nécessairement sur un « sujet » (« quelque chose selon lequel on fait la démonstration ») et que ce sujet a une forme

d'universalité (« le » triangle, en dehors de tel triangle) – ce qui revient simplement à rappeler l'articulation des critères κατὰ παντὸς καὶ καθ' αὑτο et καθόλου d'*An. Post.*, I, 4. Hypothèse (3) : on suppose enfin qu'il est meilleur de produire une démonstration sur quelque chose qui existe plutôt que sur quelque chose qui n'existe pas. On constate alors, conformément à un exemple qu'Aristote a lui-même rappelé en I, 5, que la « démonstration universelle » peut ne pas porter sur un « sujet » : « ni une ligne, ni un nombre, ni un solide, ni une surface ». Conclusion : La démonstration « particulière » (celle qui porte sur une nature particulière) sera dans ce cas « meilleure » que la démonstration universelle qui porte sur quelque chose qui n'existe pas (un καθόλου ayant une forme de subsistance en dehors des particuliers).

Il s'agit d'une position du problème qu'Aristote conteste, comme en témoigne sa réponse : « Il n'y a aucune nécessité de supposer que l'universel est une réalité séparée des choses particulières parce qu'il signifie une chose une, pas plus qu'il n'est besoin de le supposer pour les autres choses qui ne signifient pas une substance, mais seulement une qualité, une relation ou une action. Si donc l'on fait une telle supposition, ce n'est pas la démonstration qui est en cause, mais bien l'auditeur » (85 *b* 23-22). Au détour de cette objection, nous obtenons néanmoins deux informations importantes. Tout d'abord, elle établit *explicitement* le lien du thème logique de la démonstration καθόλου – qui n'avait d'abord été présenté que comme un problème méthodologique de délimitation de l'universel dans la démonstration – à la question *philosophique* de la séparation de l'universel, telle qu'elle est apparue en M 2 et 3. Elle est donc précieuse pour établir la cohérence et l'unité de notre corpus, que trop de commentateurs ont présupposée sans l'avoir établie. Ensuite, il est remarquable que la reprise de l'exemple de la proportion se fasse dans le cadre d'une *objection* (surtout qu'il est pris ici en toute généralité, dans la définition même du proportionnel, et non plus sur le cas particulier de la démonstration d'une propriété comme la permutabilité). La théorie sous-jacente apparaît ici comme *acceptée* par les deux partis en présence, l'interlocuteur essayant de mettre Aristote en contradiction en lui faisant concéder que la démonstration universelle, modèle de toute science, est inférieure à la démonstration particulière.

Nous devons d'ailleurs être attentifs à la force de l'objection qui s'appuyait sur cette théorie et qui persistera jusqu'aux néo-platoniciens (notamment Syrianus, suivi par Proclus) comme un problème central posé par la « mathématique universelle » à la doctrine aristotélicienne. Si, en effet, est posée la primauté de la démonstration « universelle » et qu'existe en même temps une théorie « universelle » ne correspondant *pas* à la délimitation en « genre » (point dont nous savons par E 1 et M 3 qu'Aristote l'accepte), alors la primauté ontologique des substances individuelles s'intégrant dans des « genres » semble contredire la primauté épistémologique de l'universel – l'interlocuteur arguant de ce fait pour démontrer *ad absurdum* que la démonstration particulière devrait être dite par Aristote « meilleure ». Le Stagirite peut bien répondre que cette ligne d'argumentation n'établira pas non plus la primauté ontologique de l'universel (sinon sous une pétition de principe qui l'a posé d'emblée comme « séparé »), il n'en reste pas moins que les deux camps semblent en présence d'une difficulté irréductible de leurs systèmes respectifs. Ainsi une des indications les plus intéressantes de ce passage est de laisser entrevoir l'existence d'une théorie mathématique qui semble mettre au défi l'une et l'autre interprétation philosophique et qui, de ce fait, en paraît relativement indépendante.

Portons maintenant notre attention sur la seconde reprise de l'exemple. Cette fois, l'argument est beaucoup plus inattendu, puisqu'il affronte directement la difficulté (laissée en suspens depuis notre lecture de M 3) d'une démonstration qui, en mathématiques, ne porterait pas sur l'essence (sur le niveau du καθ' αὑτο). Au chapitre 17 de la deuxième partie, Aristote demande en effet : « Est-il possible que la cause d'un même effet ne soit pas la même dans tous les sujets mais différente ? Ou bien est-ce impossible ? » (99 *a* 1). À quoi il répond immédiatement que c'est impossible si l'on veut que l'effet soit démontré « par soi » ; dans le cas contraire, il ne semble pas que l'on ait affaire à des « problèmes » scientifiques, puisqu'on paraîtra verser dans une recherche portant sur l'accidentel. On s'attendrait à ce que la question soit alors close. Or Aristote poursuit néanmoins : « Si, cependant, ce sont [des problèmes scientifiques], le moyen sera semblable aux extrêmes : si ces derniers sont homonymes, le moyen sera homonyme, et s'ils sont génériquement uns, le moyen le sera aussi. »

Plus intéressant encore, il donne alors un exemple de ce qui paraissait d'abord n'être qu'une simple hypothèse : « Pourquoi la proportion est-elle permutable (ἐναλλὰξ ἀνάλογον) ? La cause est différente pour les lignes et pour les nombres, mais elle est aussi la même : en tant que ce sont des lignes, elle est autre, mais en tant qu'impliquant un accroissement déterminé (αὔξησιν τοιανδί) elle est la même » (*An. Post.*, II, 17, 99 *a* 2-10). La suite enchaîne sur le cas de la similitude dans les couleurs et dans les figures qui repose, quant à lui, sur une pure homonymie. Ce dernier cas est clairement opposé à celui de la proportion où une cause unique était identifiable. Mais comment le proportionnel pourrait-il tomber sous l'autre branche de l'alternative qui supposait l'unité *générique* puisqu'il s'agit de lignes et de nombres ? On peut chercher à lever cette difficulté en interprétant la dernière phrase du paragraphe (τὰ δὲ κατ' ἀναλογίαν τὰ αὐτὰ καὶ τὸ μέσον ἕξει κατ' ἀναλογίαν) comme ouvrant finalement une troisième possibilité : l'unité par analogie. Mais outre que rien n'assure que cette possibilité s'applique ici au cas de la permutabilité des proportions plutôt qu'à celui de l'homonymie (puisque Aristote a annoncé deux cas et non trois)[1], elle laissera entière un mystère qui n'est pas de désignation, mais de contenu : qu'on désigne le cas de la permutabilité des proportions comme « unité par analogie » ou non, Aristote n'en aura pas moins avancé qu'elle repose sur une unité *causale* qui est pour le moins mystérieuse et qu'il faudrait pouvoir expliciter[2].

1. On ne peut guère arguer de la proximité sémantique de l'ἀνάλογον et de l'ἀναλογία, puisque la similitude a été décrite, elle aussi, comme ἀνάλογον dans le cas où l'on compare des figures (99 *a* 13). Par ailleurs, lorsque Aristote détaille l'unité par analogie par rapport à la causalité, il insiste bien sur le fait qu'il n'y a justement pas unité de la cause, y compris de la cause formelle (*Mét.*, Λ 4, notamment 1070 *b* 10-35).

2. Ainsi on peut bien dire qu'Aristote désigne par « mathématique universelle » le point de vue « analogique » qui se dégage dans la théorie des proportions entre traitement du nombre et traitement des grandeurs (voir par exemple, J. Vuillemin [1967], p. 13-17, et plus récemment M. Crubellier [1997], p. 307-331). Pris sous cette forme générale, l'interprétation engage peu. Mais toute la difficulté comme on le voit dans le passage cité, est de déterminer le type de « cause unique » qui pourrait alors valoir dans les deux cas. M. Crubellier ne tranche pas sur ce point et invoque seulement une hypothétique « structure formelle » commune, sans dire quelle elle serait (p. 316). J. Vuillemin s'oriente clairement vers une version « logique » de la théorie sous-jacente. La difficulté est que nous n'avons aucun témoignage concordant d'une telle théorie et qu'elle amène à proposer de « corriger » la théorie euclidienne de telle sorte qu'elle s'accorde avec cette interprétation. C'est donc une interprétation très coûteuse en

L'embarras, pour ne pas dire la confusion, d'Aristote dans ce paragraphe, est un fait qu'il ne faut pas chercher à résorber trop vite. La difficulté soulevée n'a guère de sens dans un développement comme celui des *Seconds Analytiques*. Si l'on considère qu'une démonstration scientifique consiste à démontrer des propriétés essentielles et qu'on donne comme critère qu'une propriété essentielle doit pouvoir être attribuée à un sujet « par soi » et « pour tous », alors on ne voit pas comment la cause d'un même effet pourrait ne pas être la même dans « tous les sujets », sinon en tant précisément qu'elle est accidentelle. Pourtant, la difficulté résiste indéniablement à cette réponse simple qu'Aristote commence par rappeler. Cela nous confirme dans l'idée que les trois critères avancés dans les *Seconds Analytiques* ne sont pas parfaitement compatibles et qu'Aristote a du mal à les tenir ensemble.

Mais pourquoi dans ces conditions garder un critère d'universalité distinct du « pour tous » et source de toutes les difficultés ? Pour qui a lu M 3, cette insistance n'est pas surprenante : la donnée du καθόλου en mathématiques peut, en effet, servir de *soutien* à Aristote pour défendre une conception alternative à la « séparation » réelle (c'est-à-dire substantielle) des objets mathématiques, ce qui est un point crucial de son dispositif métaphysique. *An. Post.*, I, 24 a confirmé que cette question était loin d'aller de soi et donnait prise à une discussion assez vive : les partisans de la séparation de l'universel objectaient, en effet, que l'acceptation de ce niveau du καθόλου contredisait directement la manière dont Aristote essayait de ramener le substantiel au particulier au niveau ontologique tout en valorisant l'universel au niveau démonstratif. Plus généralement, nous avons vu que ce niveau du καθόλου ne s'accorde pas immédiatement avec l'idée que les théories mathématiques sont totalement adhérentes à la distinction en « genres ». Il désigne un lieu de

conjectures. Une autre solution conduit à reconstruire *ab ovo* un traitement *mathématique* unifié du nombre et de la grandeur, différent de ce qu'on peut trouver chez Euclide. C'est la solution qui a été privilégiée par les historiens des mathématiques au titre d'une théorie « anthyphérétique » des rapports, sur laquelle nous reviendrons. La difficulté est alors de rester en accord avec les exigences philosophiques posées par Aristote. Ces différentes « solutions » seront examinées plus précisément dans le chapitre suivant consacré à la confrontation avec les théories mathématiques.

déhiscence du « par soi » et de l' « universel », avec lequel les *Seconds Analytiques* sont régulièrement aux prises[1]. Aussi paraît-il beaucoup plus fécond de laisser ici vivre le problème de l'universel en mathématiques, plutôt que de chercher à toute force à l'écraser sous une « solution » *ad hoc*.

Ce que confirment les textes des *Seconds Analytiques*, c'est d'abord que l'apparition d'une nouvelle conception « universelle » de la proportion opérait à double sens : d'un côté, elle pouvait offrir un soutien à l'offensive que voulait mener Aristote contre la substantialisation des objets mathématiques (comme il apparaît clairement en *Mét.*, M 2, 3 et *An. Post.*, I, 24) ; de l'autre, elle jetait un doute sur la possibilité de concilier les critères de la démonstration (« par soi » ; « pour tous » et « universelle » : *An. Post.*, I, 5 et II, 17). Cette remarque achève l'étape de reconstitution de notre problème avec deux indications importantes : d'une part, on voit que la conception « universelle » issue de l'exemple mathématique de la proportion est le lieu d'un conflit interprétatif, ce qui renforce l'impression d'une relative indépendance de la donnée mathématique – point qui est essentiel pour rendre compte des déclarations d'Aristote en E 1 et en M 3 où il fait fond sur cet aspect comme une *donnée factuelle* ; de l'autre, on s'aperçoit qu'elle donne prise à une tension interne au dispositif aristotélicien, qu'on n'a aucune raison de vouloir lever *a priori* et qui sera essentielle pour comprendre la manière dont le problème parvient aux néo-platoniciens. C'est seulement une fois qu'on est parvenu à saisir cette richesse du problème et la relative indépendance de la théorie qui le soutient, qu'il devient intéressant de se demander ce qu'elle pouvait bien être en se tournant vers les théories mathé-

1. On doit remarquer à ce propos que II, 17 nous donne une indication très précieuse en désignant la cause unique comme « augmentation déterminée ». C'est la première désignation positive du niveau du καθόλου. Elle nous donne une réponse certes nominale mais néanmoins utile, au problème de M 3 : le fait de saisir les grandeurs et les nombres sans tenir compte de leur divisibilité se fait en les considérant sous le point de vue de l'augmentation. Ce point de vue n'agit pas au niveau du « par soi », mais il n'en est pas pour autant « accidentel » : il exhibe une structure propre des objets mathématiques en tant qu'ils obéissent à des relations de comparaisons (égal/inégal) qui restent stables dans le maniement opératoire (rapports et proportions). Nous reviendrons sur ces différents points pour essayer de leur donner un contenu plus mathématique par la suite.

matiques en présence et notamment vers la question du statut de la « théorie des proportions » vers laquelle nous dirige naturellement l'exemple choisi pour la « démonstration universelle ». Nous allons d'ailleurs voir que la reconstitution du problème philosophique nous offre une entrée dans cette confrontation tout à fait différente de celle qui a prévalu auprès des historiens des mathématiques.

II

# « MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE » ET THÉORIES MATHÉMATIQUES : ARISTOTE, EUCLIDE, *EPINOMIS*

## II.1. THÉORIE DES PROPORTIONS ET MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE : LA CONFRONTATION AVEC LE DISPOSITIF EUCLIDIEN

La série de textes ouverte par *An. Post.,* I, 5 oriente vers un rapprochement beaucoup plus précis non seulement avec telle ou telle théorie mathématique – comme Δ 15 – mais avec leur évolution : on y voit apparaître, en effet, une nouvelle conception de la permutabilité des proportions, dont *An. Post.,* I, 24 a indiqué qu'elle allait de pair avec une nouvelle caractérisation de la proportionnalité en général et qu'elle soutenait un mode de démonstration « universel »[1]. De plus, et c'est une autre différence essentielle avec Δ 15, la théorie « universelle » est alors présentée dans un contexte général d'acceptation. Dans ce cadre, la stratégie de retournement ne saurait consister à prêter plus d'attention à certaines données mathématiques élémentaires et aux difficultés qu'elles posent, mais à faire valoir *un changement de point de vue interne aux mathématiques* (dont

1. Nous suivrons donc une compréhension temporelle du νῦν, dont la vraisemblance s'éprouvera à la cohérence d'ensemble du traitement que nous proposons.

Aristote devait montrer qu'il va dans son sens et contre le programme platonicien de « science universelle »). Nous avons donc ici un bon candidat pour isoler une « mathématique universelle » qu'Aristote opposerait à une autre théorie générale, comme celle que nous avons vu se dessiner autour des « rapports numériques » dans le cadre des critiques adressées dans la *Métaphysique* à la tradition issue des pythagoriciens et de Platon. Toute la difficulté est alors de saisir plus précisément quelles théories pouvaient se trouver en présence. Pouvons-nous reconstituer un référent à la démonstration dite « universelle » de la permutabilité des proportions ? Repose-t-elle bien sur une *théorie* universelle, comme semble l'indiquer *An. Post.,* I, 24 ? Quelle serait, par différence, l'interprétation ou la pratique « séparée » ?

Comme nous ne possédons pas de documents mathématiques contemporains d'Aristote, la réponse repose nécessairement sur des conjectures. Mais, de même que ces conjectures ne sont pas libres au point de négliger le contexte philosophique précis où elles prennent leur source, de même peuvent-elles difficilement ignorer le document inestimable que nous fournissent ici les *Éléments* d'Euclide, surtout si l'on considère que cet ouvrage rassemble un certain nombre de résultats antérieurs à sa constitution. Certes, on a beaucoup insisté, et à juste titre, sur la distance qui sépare le modèle démonstratif euclidien de celui d'Aristote. Cette opposition est même une des clés des débats autour de différents modèles de rationalité telle qu'elle renaîtra au début de l'âge classique. Mais cet éclairage présente l'inconvénient de masquer des rapprochements très forts non tant sur la forme des démonstrations et l'organisation hypothético-déductive générale, que sur leur rapport à la délimitation des domaines d'objets. Il est remarquable, en effet, que nombre et grandeur soient traités *séparément* dans les *Éléments* en parfait accord avec la doctrine de l'incommunicabilité des genres aristotélicienne. Les livres géométriques (I à VI) ne font jamais intervenir le concept de nombre, y compris lorsqu'il s'agit de thématiser des mesures, tandis que les livres VII à IX en traitent exclusivement. Les démonstrations utilisées par ces différentes parties sont totalement indépendantes et chaque ensemble utilise des principes propres – les principes communs, comme les axiomes gouvernant l'égalité, étant placés en ouverture du

traité[1]. Une conséquence immédiate de cette organisation d'ensemble est que la définition de la proportion et la démonstration de la permutabilité sont donc formulées *séparément* pour les nombres [VII, 13] et pour les grandeurs [V, 16].

Il n'est pas possible d'expliquer ces faits par quelque *a priori* historique, qui aurait traversé la pensée mathématique grecque. Qu'il suffise de rappeler que les pythagoriciens ne voyaient, quant à eux, aucune difficulté à considérer les « nombres » comme « étendus »[2]. Si nous comparons également avec les thèses de Platon, nous pouvons aisément constater que la délimitation de l'ἀριθμος y est beaucoup plus ouverte que chez Aristote. Arithmétique et Géométrie sont certes distinguées, mais cette séparation ne se traduit pas immédiatement par une démarcation irréductible de leurs domaines d'objets. L'exemple le plus obvie en est donné par le célèbre passage du *Théétète* sur le traitement de l'incommensurabilité, qui est présenté comme une recherche portant sur des nombres[3].

De fait, il faut bien garder à l'esprit qu'un usage large du concept de « nombre » n'est pas sans avantage, puisqu'il permet précisément de contourner certaines contraintes d'homogénéité. On peut s'en convaincre à la lecture d'Aristote lui-même, qui n'hésite pas à comparer à l'occasion des hétérogènes dès lors qu'il les a ramenés à des « nombres ». Ainsi, dans le passage de l'*Éthique à Nicomaque* traitant des différentes formes de justice, il s'autorise à comparer des individus (agriculteur, cordonnier) et leurs productions (nourriture, chaussure) (1133 *a* 6 sq.)[4]. Cet usage est mis sous le signe de la distinction entre nombre au sens strict, ou « monadique » (μοναδικός), et nombre pris « en général » (ὅλως)[5] – distinction qui se retrouve dans la *Métaphysique* (N 5, 1092 *b* 23-24), juste après le passage critiquant les conceptions pythagoriciennes. Ainsi la séparation entre

1. Sur quelques exceptions apparentes et ne posant pas de difficultés réelles, voir Gardies (1988), p. 11-12.

2. *Mét.*, 1080 *b* 30-31.

3. 147 *e* sq. Théétète n'hésite pas à présenter la quadrature d'une ligne comme produisant un nombre (148 *a* 7). Dans un passage du *Philèbe* (16-17), sur lequel nous reviendrons, Platon place également la recherche des idées sous un concept très général de nombre.

4. La permutabilité est alors présentée comme une règle de manipulation formelle des rapports : 1131 *a* 5 sq.

5. 1131 *a* 30-31.

nombre et grandeur ne vaut que pour le nombre au sens strict, c'est-à-dire le nombre comme « sujet » mathématique, et non pour le nombre intervenant dans la mesure de telle ou telle classe de choses sensibles (des chevaux, des hommes, de la nourriture). Il n'y a là aucune contradiction puisque cette distinction accompagne naturellement la théorie de l'abstraction aristotélicienne : rien n'empêche de considérer un même objet sensible, par exemple un homme, « en tant que » nombre (unité) ou « en tant que » grandeur (solide) dès lors que ces attributs lui appartiennent bien en propre (M 3, 1078 *a* 22-26). Rien ne s'oppose donc *a priori* à ce que soit fait usage dans le cadre du traitement des grandeurs sensibles d'un certain concept de « nombre ». Mais cela ne vaut évidemment pas des théories mathématiques, où ces genres d'objets sont traités comme sujets et doivent donc être étudiés séparément. Le parti pris euclidien et la proximité avec les principes avancés dans les *Seconds Analytiques* en sont donc d'autant plus apparents[1].

Mais le trait le plus frappant du traitement euclidien n'est pas tant cette séparation rigide entre nombre et grandeur que le régime d'exception apparente ouvert par le livre X. À cette occasion, et pour la première fois, nombre et grandeur sont enfin rapportés l'un à l'autre (X, prop. 5 et 6), d'un point de vue qui entre apparemment en contradiction directe et avec la doctrine aristotélicienne et avec la séparation à laquelle les *Éléments* s'étaient jusqu'alors tenus. Nous reviendrons par la suite sur le second aspect, qui a été à la source de nombreuses hypothèses reconstructives tendant à régler cette apparente « anomalie » (perçue comme telle, remarquons-le, surtout par les modernes). Pour en rester d'abord au premier, rappelons tout de suite pour atténuer l'étrangeté de

1. Comme l'a fait remarquer Bernard Vitrac, il existe chez Euclide des concepts communs aux différentes théories et, parmi eux, celui de « multiplicité » (πλῆθος), qui n'est pas sans évoquer le rôle joué par le « nombre en général » en ce qu'il désigne traditionnellement une détermination numérique (« sur les présupposés du livre V », *Él.*, vol. 2, p. 127-134 ; sur la manière dont on peut faire intervenir des notions comme « multiple » sans recours à l'idée de nombre, voir l'exposé général de la théorie de la mesure des grandeurs, p. 15-17 ; pour une liste des traits communs, p. 532). Il faut donc être sensible au fait que ce qui rapproche Aristote et Euclide est moins ici la dénégation d'un point de vue opératoire commun – que les modernes auraient eu le mérite de mettre en avant – qu'une même réticence à considérer l'opératoire comme ayant une consistance en soi, en dehors du sujet sur lequel il opère.

cet usage, que le même passage d'Aristote qui établissait le plus fermement l'incommunicabilité des genres mentionnait déjà cette éventualité que « les grandeurs soient des nombres » (εἰ μὴ τὰ μεγέθη ἀριθμοί εἰσι). Ce passage a généralement été interprété comme stigmatisant une erreur que ne devrait pas commettre celui qui a compris l'incommunicabilité des genres[1]. Mais, comme nous venons de le voir, Aristote lui-même n'a pas hésité à traiter à l'occasion des grandeurs « comme des nombres ». Outre le passage de l'*Éthique à Nicomaque,* qui pourrait laisser penser à quelques conceptions anciennes du Stagirite, le cas le plus célèbre est assurément celui du temps, considéré dans la *Physique* comme « nombre » du mouvement (219 *a* 1 sq.) – alors même qu'Aristote le présente à plusieurs reprises dans le même traité comme une grandeur[2]. Cela lui permet de munir un ensemble de grandeurs d'un ordre (au sens de l'ordre de succession : τάξις), caractéristique des relations numériques *et* temporelles, par différence avec les relations spatiales[3]. Ainsi peut-il donner un sens à l'idée de « nombre minimum » du temps, de la même façon qu'on peut considérer une ligne « selon la multiplicité » (220 *a* 27-32). Certes ce « nombre » n'est pas celui qui sert d'objet d'étude aux mathématiciens et Aristote précise à cette occasion qu'il s'agit du nombre comme « nombré » plutôt que comme « nombrant »[4] – où nous retrouvons une distinction comparable à celle qui permettait de séparer un « nombre en général » et un nombre au sens mathématique, « monadique ». Mais cela n'en déplace pas moins la difficulté, qui n'est pas tant d'opposer ici Aristote et Euclide, que de comprendre, *dans l'un et l'autre cas,* dans quelle mesure une telle pratique est ou non compatible avec le cadre d'une séparation première et irréductible des domaines d'objets. C'est d'ailleurs en ce point que la confrontation avec Euclide va se révéler la plus féconde.

De fait, l'idée de traiter des grandeurs « comme des nombres » ne constitue pas nécessairement une violation de la règle d'incommunicabi-

1. Par exemple Heath (1949), p. 43-44 ; Gardies (1988), p. 13.
2. Par exemple dès 220 *a* 29-30, lorsqu'il s'agit de rappeler que le temps « en tant que grandeur » ne saurait avoir de minimum, alors qu'il en a un « en tant que multiplicité ».
3. Voir *Cat.,* VI, 5 *a* 28 sq.
4. 220 *b* 8-9 : ὁ δὲ χρόνος ἀριθμός ἐστιν οὐχ ᾧ ἀριθμοῦμεν ἀλλ' ὁ ἀριθμούμενος.

lité sous deux conditions essentielles : la première est évidemment de disposer d'un langage opératoire commun, sans quoi aucune comparaison ne sera évidemment possible[1] ; l'autre condition est que l'équivalence ne porte pas directement sur les « sujets », sans quoi on aura contrevenu au principe, mais sur leurs relations. Or c'est bien une approche de ce type que présentent les *Éléments* au début du livre X. On y apprend, en effet, que : « Les grandeurs commensurables ont comme rapport l'une relativement à l'autre celui d'un nombre relativement à un nombre » (X, 5) et, réciproquement, que « si deux grandeurs ont comme rapport l'une relativement à l'autre celui d'un nombre relativement à un nombre, les grandeurs seront commensurables » (X, 6) – les démonstrations utilisant le vocabulaire commun aux nombres et aux grandeurs pour conclure. Il ne s'agit pas alors d'intégrer les nombres à un domaine *d'objets* plus large qui serait celui des grandeurs, mais de spécifier une certaine classe de grandeurs (« commensurables » l'une avec l'autre) par le fait qu'elles peuvent être traitées comme on traite des nombres, c'est-à-dire *qu'elles entretiennent entre elles un certain type de rapport.* La vraie difficulté, souvent notée par les commentateurs[2], porte alors sur cette notion d' « identité de rapports », qui, à suivre la doctrine aristotélicienne, ne devrait justement pas avoir de sens indépendamment de son « sujet » et a été *définie* séparément pour les nombres et pour les grandeurs (V, Def. 5 et VII, Def. 21). À proprement parler, il n'y a pas de sens à dire qu'un « rapport » entre grandeurs est « le même » qu'un « rapport » entre nombres, parce que ce terme n'a pas le même sens des deux côtés de l'équivalence. C'est le problème, déjà rencontré plusieurs fois chez Aristote, que posera toute unité opératoire, dès lors qu'on refuse à la « relation » la possibilité d'être définie directement comme un objet.

Mais le silence d'Euclide sur cette question et la désinvolture apparente avec laquelle il autorise ici l'équivalence pourrait aussi bien être un

1. Ce qui est possible chez Aristote avec les concepts de « nombre général » ou de « nombre nombré » – désignations malheureuses puisqu'elles semblent heurter frontalement l'incommunicabilité des genres – et chez Euclide avec le langage des multiplicités (« être multiple de », « être partie de »).

2. Voir les références citées dans la traduction Vitrac du livre X, *ÉL*, vol. 3, p. 106, n. 57 et 58.

de ces « défauts » qui valent pour témoignage d'une proximité avec les conceptions aristotéliciennes[1]. Rappelons-nous, en effet, que la commensurabilité est présentée invariablement par Aristote comme un attribut *essentiel* du nombre[2]. D'un point de vue aristotélicien, la caractérisation d'un rapport entre grandeurs permettant de les dire « commensurables » revient donc *ipso facto* à les traiter *comme* des nombres et notamment à considérer que s'y applique la définition des rapports numériques[3]. Or c'est bien par une caractérisation de ce type que s'ouvre le livre X. Commensurabilité et incommensurabilité sont caractérisées de manière générale, avant que ne soit étudiée la question des « rapports », par la possibilité d'exhiber ou non une « mesure commune » à deux grandeurs (Def. 1). Une procédure, la fameuse « anthyphérèse » ou « retranchement alterné », est alors proposée pour les démarquer : *Si, de deux grandeurs inégales [proposées] la plus petite étant retranchée de la plus grande de façon réitérée et en alternance, le dernier reste ne mesure jamais le [reste] précédent, les grandeurs sont incommensurables* (X, 2). En utilisant ce même critère (dont on remarquera qu'il est négatif et donc non effectif pour les grandeurs incommensurables entre elles), on peut établir, par contraposition, un moyen permettant de déterminer la plus grande commune mesure de deux grandeurs commensurables (X, 3)[4]. Il y a donc bien une première étape dans laquelle, en utilisant simplement les ressorts d'un procédé général de « mesure » (ce que nous

1. Pour une interprétation contraire, voir Gardies (1988), notamment p. 24-25. Pour Gardies, la proposition X, 5 établit précisément l'écart entre le point de vue d'Aristote et celui d'Euclide, puisqu'il attribue au premier l'acceptation d'une théorie universelle de type « logique » dans laquelle les « sujets » considérés seraient des « termes ». Vitrac (2002) fait remarquer à l'encontre des hypothèses reconstructives favorables à une théorie « cachée » que nous ne possédons aucun témoignage critique grec à propos de X, 5 et 6, qui ne semblent pas avoir posé particulièrement de problèmes aux commentateurs.

2. Nous l'avons vu notamment lorsqu'il s'agissait de définir la notion de rapport numérique « totalement indéterminé » en Δ 15, 1021 *a* 3-8 ; voir également Γ 2, 1004 *b* 10-13.

3. On remarquera que c'est bien la logique des parties et non celles des équimultiples, qui est mobilisée dans la démonstration de X, 5. Plus généralement, l'expression d'Aristote va *en sens contraire* des considérations modernes en spécifiant une classe de grandeurs comme pouvant être rapportés, sous certaines conditions, à des nombres (entiers naturels), cf. *ÉL*, vol. 2, p. 531.

4. Dans cette partie, nous ne nous occupons pas de savoir si ce type de justification aurait pu être acceptée par Euclide, mais de savoir dans quelle mesure l' « anomalie » du livre X en serait une *pour Aristote*. Pour une tentative de reconstruction du point de vue euclidien, voir *ÉL*, vol. 3, notice « sur l'usage de la théorie des proportions dans le livre X », p. 118-128.

appelons aujourd'hui, en contexte arithmétique : « algorithme d'Euclide »), on sépare deux classes, dont l'une peut assez naturellement être appelée « commensurable »[1], puisqu'elle repose sur le même procédé que celui utilisé pour trouver la plus grande commune mesure à deux nombres (VII, 2). C'est alors, et alors seulement, que l'on peut montrer que le « rapport » défini dans ce cas est comparable à un rapport entre nombres (X, 5 et 6).

Avant d'étudier ce dispositif avec plus d'attention, nous devons remarquer qu'il donne déjà à la question de l'universalité une forme très particulière. L'équivalence établie entre rapports de grandeurs commensurables et rapports entre nombres permet assurément d'atteindre à une unité profonde des domaines d'objets, *mais n'écrase justement pas leur « séparation »*. La frontière se déplace, en effet, du côté de l'opposition entre commensurable (qui spécifie un certain type de *rapport,* comparable à celui d'un nombre à un autre) et incommensurable (non comparable à des nombres), plutôt qu'entre les genres d'objets (discret et continu). Pour qu'un point de vue unitaire soit possible, il faudrait donc que nous puissions disposer *également* d'une théorie (des rapports, puisque ce sont eux qu'on compare ici) suffisamment générale pour pouvoir traiter au préalable *et sans distinction de cas,* les rapports des grandeurs commensurables et incommensurables. On sait que c'est précisément la force du livre V des *Éléments* d'avoir proposé une telle théorie. La complexité des définitions proposées pour définir la proportion dans ce cadre général témoigne de l'effort qu'il fallut accomplir pour y parvenir. L'universalité y apparaît alors, non pas du fait que nous disposons d'une théorie « englobant » différents domaines d'objets (nombre et grandeur), mais du fait que nous disposons d'une théorie générale des proportions entre grandeurs (livre V) *et* d'un critère permettant de départager, à l'intérieur des rapports entre grandeurs, un cas « commensurable », donc comparable à un rapport entre nombres (début du livre X). Ce type d'universalité est très spé-

1. On prendra garde que le prédicat « commensurable » n'est pas monadique et que la « classe de grandeurs » ainsi définie n'est pas fixe, mais correspond à des couples de grandeurs qu'on compare l'une à l'autre. Il n'y a pas, chez Euclide, de grandeurs commensurables ou incommensurables « en soi ».

cifique et nous ne pouvons manquer son affinité avec les arguments de M 3 : il n'est pas « séparé » et ne se dit pas « en dehors » des grandeurs ou des nombres. En aucune façon, il ne modifie le traitement *séparé* du nombre et de la grandeur, dès lors que ceux-ci sont considérés pour eux-mêmes (pour les proportions : livre V et livre VII)[1].

Il paraît assez naturel de proposer qu'Aristote fait fond sur un traitement de ce type lorsqu'il se réfère à l'idée d'une démonstration « universelle » de la permutabilité des proportions. L'identification de la « mathématique universelle » à la théorie dite « des rapports et proportions » du livre V a d'ailleurs été le fondement de la plupart des discussions autour de ce thème jusqu'au milieu du XVII^e^ siècle au moins[2]. Elle semble très ancienne, puisque, outre les allusions d'Aristote, on trouve dans les scolies l'idée que le livre V fournit une théorie « commune » à la géométrie et à l'arithmétique, c'est-à-dire à la mathématique « prise absolument »[3]. Nous possédons également, comme nous le verrons une déclaration explicite de Marinus rapprochant la καθόλου μαθηματική et la théorie euclidienne, déclaration qui vient utilement compléter celles plus allusives de Jamblique et de Proclus. En ce sens, l'interprétation que nous venons

1. On remarquera notamment qu'il ne s'agit absolument pas de donner une théorie « commune » qui reposerait sur un usage effectif de la procédure *anthyphérétique*. Comme nous le verrons par la suite, la plupart des reconstructions reposent sur l'idée qu'une telle théorie a néanmoins existé. Il y a alors deux interprétations possibles : ou bien, l'on considère que cette théorie correspondait au moment où les cas devaient encore être distingués (c'est l'hypothèse avancée par Becker [1933] et reprise par la plupart des commentateurs) ; ou bien l'on considère que cette théorie correspond à la démonstration « universelle » (hypothèse proposée par Gardies [1988]). Dans le premier cas, la difficulté est qu'on cherche à régler en recourant à Aristote une « anomalie » du traitement euclidien qui est, en fait, parfaitement en accord avec ses descriptions. Dans le second, la difficulté est de s'appuyer sur Aristote pour lui faire témoigner d'une théorie qui ne s'accorde pas (et même contredit) ce qu'il dit du καθόλου en mathématiques (en M 3, mais également en *An. Post.*, I, 24). Nous reviendrons en détail sur ces deux difficultés dans la suite.

2. Le grand tournant sera marqué moins par les *Regulae* (inédites jusqu'au début du XVIII^e^ siècle, même si certaines copies en circulent dans la seconde moitié du XVII^e^) que par la publication de l'introduction de Van Schooten à la *Géométrie* de Descartes sous le titre *Principia Matheseos* (notamment dans la grande édition de la *Géométrie* de 1659-1661). On voit alors apparaître une littérature qui considère comme évident l'identité de la « mathématique universelle » et de l'algèbre cartésienne.

3. Par exemple *Scholia in Euclidis elementa*, 5.1.1-4 Σκοπὸς τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ περὶ ἀναλογιῶν διαλαβεῖν· κοινὸν γὰρ τοῦτο τὸ βιβλίον γεωμετρίας τε καὶ ἀριθμητικῆς καὶ μουσικῆς καὶ πάσης ἁπλῶς τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

d'esquisser peut sembler aller de soi. Mais ce qui ne va pas de soi, et sur quoi la plupart des commentateurs favorables à ce rapprochement ont plutôt tendance à ne pas se prononcer, est que la plupart des arguments portés *contre* cette interprétation, notamment le fait que le livre V ne traite explicitement que des grandeurs, renforcent plus qu'ils n'affaiblissent l'impression de proximité d'Euclide et d'Aristote : car le fait que le livre V ne puisse traiter que des grandeurs indique bien que l'universalité y apparaît à la fois comme valable de droit et *pourtant inexprimable « séparément »*[1]. C'est le fondement même des arguments aristotéliciens contre l'existence séparée de l'universel et contre l'univocité de l'Un (et de la mesure), si bien que les deux points de vue se complètent ici parfaitement. Nous comprenons également mieux la singularité apparente de l'argument de M 3. Muni d'une théorie de ce type, Aristote pouvait assurément *s'appuyer sur elle* pour faire remarquer aux platoniciens : tout d'abord, que leur concept de science « universelle », fondé sur la « communauté » des *mathêmata,* devait être profondément révisé ; ensuite, que le mode spécifique de « séparation » de l'universel ne correspondait pas à la position d'un « sujet » indépendant ; enfin, et par comparaison, que le mode d'existence des objets mathématiques en général n'avait pas besoin de correspondre à une séparation de type substantiel.

Réciproquement, cette confrontation jette un jour nouveau sur l'apparition de la « mathématique universelle » en E 1. Car si l'on admet qu'Aristote a tenté de s'appuyer sur une théorie « universelle », comparable à celle qu'expose Euclide au livre V, pour faire valoir sa conception des objets mathématiques, il ne pouvait manquer de se heurter à une *nouvelle* difficulté : la possibilité de proposer une théorie universelle à même

1. Gardons-nous notamment de croire que l'universalité pourrait être exprimée au niveau des rapports eux-mêmes. Comme y ont insisté nombre de commentateurs récents (Mueller [1981], Vitrac [*ÉL,* vol. 2 1994], Caveing [1998]), la mathématique euclidienne ne traite pas les « rapports » comme des objets, à la manière moderne, mais comme des relations portant sur des objets (conformément d'ailleurs à la doctrine aristotélicienne sur le statut des relations). Par ailleurs, il faut bien être conscient que la théorie du livre V ne vaut pas pour les nombres au sens où il suffirait de remplacer « nombre » par « grandeur » dans les énoncés pour retrouver la théorie des rapports numériques. Comme le fait remarquer par exemple I. Mueller (1981, p. 122), ce procédé échoue dès la démonstration de la proposition 5, où il faut pouvoir donner la *n*-ième partie d'une grandeur quelconque, ce qui n'est pas possible pour tout nombre.

les mathématiques conduisait naturellement à se demander si la « philosophie première » n'opérait pas de la même façon (auquel cas, elle aurait pu être atteinte par une réflexion immanente aux *mathêmata,* qui ne ferait que poursuivre une certaine interprétation du programme de la *République* défendue dans l'Académie)[1]. D'où l'importance de régler cette question pour asseoir le type *propre* d'universalité dont relève la « philosophie première » en tant qu'elle vise, en outre, un objet *réellement* séparé. Dans ce cadre, on l'a vu, c'est la question de la séparation substantielle qui vient alors au premier rang – la « philosophie première » se trouvant donc plutôt rapprochée de la Physique, dont elle se distingue simplement du fait que son objet est « plus noble » parce que « immobile ». Nous faisons donc bien plus dans ce parcours que simplement trouver un éventuel référent pour la « mathématique universelle », nous trouvons également une *justification* au type de problème que pose E 1, dès lors qu'on prend en compte la manière spécifique dont il est amené dans la *Métaphysique.*

***

Remarquons pour finir cette première confrontation d'ensemble, que l'anomalie apparente de l'apparition de la théorie générale du livre V dans les *Éléments* appuie également le rapprochement avec Aristote. La théorie des proportions n'apparaît, en effet, qu'après les livres géométriques (I à IV), alors qu'elle présente un traitement général des grandeurs – concept qui est d'ailleurs *introduit* dans ce cadre. De plus, si le livre suivant développe quelques implications de cette théorie, c'est par la « répétition » apparente d'un certain nombre de propositions établies dans le second livre[2]. Enfin, l'exposé s'interrompt alors brutalement, contrairement à

1. Ici le problème, très apparent dans E 1, n'est plus tant le mode propre d'effectivité du καθόλου en mathématiques que le statut de la physique. Les arguments avancés par Aristote (contre la séparation, l'univocité et la substantialisation) n'atteignent pas, en effet, dans son principe l'idée d'une dépendance de la physique à la mathématique posée par les platoniciens. Pour s'y opposer, il faut faire intervenir un nouveau type d'argument qui porte sur le caractère spécifique de la « séparation » opérant dans les mathématiques.

2. Ces « répétitions », comme celle de II, 11/VI, 30 et I, 47/VI, 31 sont problématiques dans la mesure où elles résultent de ce qu'on a d'emblée décider d'identifier des propositions dont le contenu est différent.

l'impression de montée en généralité donnée par la gradation précédente, pour revenir au traitement particulier et « séparé » des nombres (livres VII à IX). Ici encore, certaines propositions portant sur les rapports vont être « redémontrées », comme celle déjà mentionnée sur la permutabilité (VII, 13). Ces « défauts » dans l'ordre des *Éléments* ont été source de perplexité chez les commentateurs et ont souvent donné lieu à des hypothèses de type « archéologique »[1] : Euclide se serait contenté de mettre bout à bout des théories antérieures (arithmétique « pythagoricienne », théorie « eudoxéenne » des proportions, théorie des irrationnelles inspirée de Théétète), créant ainsi des tensions à leurs points de raccordements. Mais une chose est qu'Euclide ait emprunté à des théories existantes – ce que personne ne semble nier –, autre chose qu'il se soit contenté de juxtaposer ces théories sans souci de cohérence – ce qui paraît beaucoup plus discutable si le jugement d'incohérence repose sur la seule difficulté d'interprétation du commentateur. La première étape doit donc être ici de vérifier si ce qui nous apparaît comme des « anomalies » ne pourrait pas relever d'un type de cohérence qui ne nous est plus familier[2].

Sans vouloir entrer dans ces discussions techniques, qui excèdent les limites de cette étude, nous verserons au dossier cette remarque simple et rarement mobilisée : *tous* les prétendus « défauts » des *Éléments* que nous venons d'énumérer sont des « qualités » d'un point de vue aristotélicien. Faire intervenir la théorie générale *après* le traitement particulier est une conséquence immédiate de la volonté de donner un traitement *séparé* à la géométrie *stricto sensu* (celle qui s'attache à la construction des figures, et notamment des polygones réguliers qui oriente les livres I à IV). Si, par ail-

1. Pour reprendre l'expression de B. Vitrac, *Él.* vol. 3, p. 22-24 ; et p. 510 pour la description de l'argument.

2. Cette mise en garde est souvent avancée par B. Vitrac dans son édition des *Éléments* pour atténuer le caractère de nécessité dont se parent certaines conjectures historiques fortes. Elle indique, par ailleurs, le caractère méthodologiquement suspect du recours aux commentateurs tardifs, qui ont en fait souvent rencontré les mêmes difficultés que les lecteurs modernes. B. Vitrac (2002) avance, à ce propos, un constat trop rarement fait : « Alors que ledit Livre (V) a suscité une importante littérature exégétique dans la tradition médiévale puis renaissante, tout particulièrement chez les mathématiciens des pays d'Islam, la tradition grecque, pour sa part, est restée à peu près muette sur ce point » (p. 137). Cette remarque ne prend évidemment tout son sel que si nous nous rappelons que ces deux contextes (arabe et médiéval) voient justement apparaître les premières réécritures « anthyphérétiques » et « logicistes » du livre V.

leurs, nous considérons – comme cela est d'ailleurs généralement accepté – que la théorie des irrationnelles du livre X constitue un des apports les plus importants des *Éléments,* nous voyons qu'elle supposait bien les deux étapes qui la précèdent : d'une part, une théorie des proportions suffisamment générale pour pouvoir s'appliquer aux cas commensurables et incommensurables et l'introduction d'un sujet rassemblant les différentes espèces d'objets géométriques : la « grandeur »[1] (livres V et VI) ; de l'autre, un certain nombre de résultats arithmétiques établis préalablement (livres VII à IX)[2]. L'incommunicabilité *impose* alors de développer ces résultats *pour eux-mêmes,* puisque le nombre vaut ici comme « sujet » et non comme simple auxiliaire du traitement des grandeurs. Elle exige que la théorie du nombre ne se limite pas à ce qui pouvait être utile dans le cas particulier où les grandeurs sont considérées « comme des nombres », mais étudie l'ensemble des *attributs essentiels* du nombre (notamment son caractère premier ou composé, pair ou impair, etc.). La progression d'ensemble paraît donc irréprochable d'un point de vue aristotélicien.

Un autre rapprochement peut attirer notre attention. Si Aristote reste assez vague sur le contenu mathématique de la théorie universelle, il n'en précise pas moins en *An. Post.,* II, 17 que le caractère commun qui sert de soutien aux proportions est l' « augmentation déterminée ». Or l'idée du livre V, si peu intuitive et si féconde, consiste précisément à ne pas traiter les grandeurs proportionnelles directement (c'est précisément impossible dans le cas des grandeurs incommensurables), mais par le biais d'une « augmentation déterminée »[3]. Rappelons, en effet, la célèbre définition de la proportion (V, Déf. 5) :

« Des grandeurs sont dites être dans le même rapport, une première relativement à une deuxième et une troisième relativement à une quatrième quand des équimultiples de la première et de la troisième ou simultanément dépassent ou

1. On sait d'ailleurs que ce rassemblement n'est pas sans poser de difficultés et que certains objets géométriques comme les angles n'y entrent pas immédiatement (problème qui agitera beaucoup les renaissants autour de la querelle de l' « angle de contact », mais qui se pose également plus simplement à cause de la division de l'angle en un nombre quelconque de parts).

2. Par exemple la propriété « avoir un rapport de nombre carré à nombre carré » (VIII, 11) qui joue un rôle essentiel dans X, 9.

3. Acerbi (2003) a montré que ce rapprochement pouvait être assuré par une étude philologique scrupuleuse des usages de l' « augmentation » chez Euclide et Aristote.

sont simultanément égaux ou simultanément inférieurs à des équimultiples de la deuxième et de la quatrième, selon n'importe quelle multiplication, chacun à chacun, [et] pris de manière correspondante. »[1]

Comme on le voit immédiatement, on impose aux grandeurs une certaine augmentation (un multiple quelconque, mais identique de la première et de la troisième, puis un autre de la seconde et de la quatrième) et l'on impose que les relations générales de comparaison (égal/inégal) soient stables par cette transformation quel que soit le multiple choisi. Conformément à ce qui a été dit en M 3, on fait donc abstraction des propriétés de divisibilité (par lesquelles sont habituellement distingués nombre et grandeur) pour se porter à un traitement commun, qu'on peut bien traiter séparément puisqu'il paraît essentiel aux objets mathématiques (gouvernés par l'excès et le défaut), mais qui n'a pourtant pas d'autonomie réelle par rapport aux domaines d'objets (il ne définit *pas* un nouveau domaine).

Il serait certainement exagéré de chercher à en conclure que la théorie universelle à laquelle se réfère Aristote *est exactement* celle qui est exposée au livre V des *Éléments,* ou, réciproquement, que sa conception est *la même que celle* d'Euclide. Mais on peut certainement avancer qu'une théorie *comparable* pouvait remplir un grand nombre des réquisits avancés par Aristote que certaines reconstructions anachroniques ont trop souvent négligés. Peu de renseignements nous sont donnés, en revanche, sur les limites dans lesquelles doit se tenir cette comparaison : doit-on exclure qu'existait un traitement plus général encore, qui aurait accepté de définir la proportion en la faisant porter sur des « termes » ? Le passage d'*An. Post.,* I, 24 qui définit le proportionnel comme n'étant « ni une ligne, ni un nombre, ni un solide, ni une surface, mais une chose en dehors de tout cela » pourrait le laisser penser. Dans l'*Éthique à Nicomaque,* Aristote mobilise d'ailleurs une définition de la proportion comme égalité de rapports se rapportant à quatre objets laissés indéterminés[2] – et qualifiés par la suite par ὅρος, qu'on rend généralement par « terme » (1131 *b* 5). Nous avons déjà vu qu'une telle interprétation paraît avoir existé chez les néo-

1. Ici, comme par la suite, nous suivons la traduction de Bernard Vitrac des *Éléments (Él.).*
2. ἡ γὰρ ἀναλογία ἰσότης ἐστὶ λόγων, καὶ ἐν τέτταρσιν ἐλαχίστοις. (1131 *a* 31-32).

platoniciens tardifs qui, comme Marinus, considéraient qu'Euclide avait en fait « traduit » une théorie authentiquement universelle dans un langage géométrique.

Mais ce « soutien » est surtout, nous semble-t-il, un bon exemple du danger porté par le recours aux commentaires tardifs et par la considération de certaines déclarations aristotéliciennes hors de leur contexte d'apparition. Car cette interprétation s'accorde justement mieux avec un contre-argument platonicien qui ferait valoir l'existence d'un genre mathématique commun, qu'avec les thèses d'Aristote qui la refusent vigoureusement. De fait, on cite souvent le passage de I, 24 en oubliant qu'il est clairement pris *dans une objection* (comme nous l'avons fait remarquer, le fait que l'universel soit « en dehors » des objets mathématiques énumérés est précisément le point qu'Aristote va récuser). Quant au passage de l'*Éthique à Nicomaque,* il est explicitement placé sous un traitement du « nombre général » qui semble correspondre plutôt à une première figure de théorie générale (mise sous la dépendance des πρός τι κατ' ἀριθμὸν) et qui porte d'ailleurs sur l'ἀναλογία (au sens de la question de l'insertion des moyennes) plutôt que sur l'ἀνάλογον.

Mais il est surtout un obstacle à ce type de reconstruction que nous devons toujours garder en mémoire : pour Aristote, en effet, un traitement purement « formel », qui considérerait la proportion en général comme portant sur des « termes » laissés indéterminés (quant à leur « genre »), ne pourrait pas avoir de validité proprement *mathématique* s'il pouvait se développer indépendamment de tout sujet. Cela contredirait, en effet, assez directement aux réquisits qu'il a donnés pour la démonstration telle qu'elle opère dans les *mathêmata.* Au mieux, il serait donc logique (c'est le sens des arguments que mobilisera Ramus). Certaines interprétations modernes ne semblent pas gênées par cette objection et considèrent, plus ou moins explicitement, que ce point de vue logique ou philosophique est suffisamment adhérent à la mathématique pour être appelé une « mathématique universelle » (ou, si l'on préfère, une « théorie générale des mathématiques »)[1]. Mais cette lecture, outre qu'elle

1. C'est notamment le sentiment de J. Vuillemin (1967).

paraît souvent appuyée sur des considérations anachroniques, rend la plupart des arguments avancés par le Stagirite caduques. Si la « mathématique universelle » relève toujours déjà du point de vue de la science universelle *du philosophe* (ou du logicien), il n'y a aucun sens à les distinguer (E 1) ou à y asseoir une théorie du mode propre de donation des objets mathématiques (M 3). Cette remarque simple cache d'ailleurs une difficulté bien plus redoutable : le traitement euclidien, quelle que soit la généralité qu'on veut accorder à la « grandeur », ne se rapporte justement pas, comme celui de la démonstration logique, à des « termes » indéterminés, dont le seul trait commun serait de référer à une certaine forme propositionnelle. Son domaine d'objets est *spécifié* par des contraintes fortes (homogénéité et comparabilité)[1]. Si donc on suppose que le passage de I, 5 fait référence à un traitement « formel », mais néanmoins redevable d'une authentique *mathématique* universelle, il faudra également pouvoir produire une théorie *mathématique* distincte de celle qui apparaît chez Euclide – théorie sur laquelle nous n'avons aucun témoignage subsistant[2].

1. Voyez les définitions *ÉL*, V.3 et V.4 (même si la seconde contrainte ne prend pas la forme explicite de l'« axiome d'Archimède » qu'on y lit parfois indûment ; voir *ÉL*, vol. 2, p. 135-141).

2. L'interprétation « logiciste » consistera alors à « corriger Euclide » en ce sens. Par exemple, J. Vuillemin (1967) n'hésite pas à dire que V, Déf. 3 et 4 sont des « interpolations malheureuses » (p. 15). J.-L. Gardies (1988) voit, plus généralement, dans le livre V une lecture inintelligente de la théorie d'Eudoxe qui faisait de la grandeur un terme universel et poursuivait le mouvement engagé par une première théorie générale de type anthyphérétique. Son argument mérite d'être cité, car on y voit très clairement opérer le contresens sur l'abstraction aristotélicienne que nous mentionnions : « La conception aristotélicienne de l'abstraction exigeait le développement d'une proto-théorie à fondement méréologique, dont nous n'avons trouvé que des traces assez discrètes au premier livre des *Éléments*. Cette proto-théorie devait elle-même envelopper une théorie élémentaire des proportions fondée sur l'anthyphérèse. Ainsi devrait-on avoir une unique version de certains théorèmes, qui se trouvent dédoublés chez Euclide » (p. 30). I. Mueller (1970) a proposé, pour sa part, une reconstruction mathématique plus fidèle au contexte euclidien en portant une attention particulière au rôle que joue l'homogénéité dans le livre V – par différence avec une théorie préalable attribuée à Eudoxe. Elle n'en nous semble pas moins discutable en ce qu'elle postule que l'objet « anonyme » dont parle Aristote en *An. Post.*, I, 5 formait un « genre » unifiant les différents types d'objets mathématiques et qu'il réfère, comme Gardies, à une conception eudoxéenne de la « grandeur ».

## II.2. La théorie ancienne

### *II.2.1. Le programme mathématique*

À considérer une théorie douée du type de généralité qui apparaît dans le livre V d'Euclide et à supposer qu'elle remonte bien à l'époque d'Eudoxe*, Aristote pouvait assurément s'appuyer sur l'état le plus avancé des mathématiques de son temps pour contrer les doctrines platoniciennes en faisant valoir que l'universalité n'est possible, dès le niveau des *mathêmata,* que sous la condition d'une conception non univoque, non séparée *et pourtant unifiée* des objets considérés (ce qui gênera précisément nombre d'interprètes d'Euclide !). On ne pouvait ruiner plus profondément un programme qui rêvait d'établir sur la « communauté » des *mathêmata* le point de vue « synoptique » d'où le dialecticien était censé dominer l'ensemble du savoir sous une parfaite univocité de l'être. Le καθόλου du dialecticien, loin de se cristalliser dans la simplicité des idées se disperse ici dans la distinction des genres et l'équivocité de l'être qui doit être désormais le vrai ressort de toute science « universelle ». Mais il ne se disperse pas, pour autant, au point d'opérer en position d'extériorité aux *mathêmata* et permet donc de retourner contre elle-même l'exigence platonicienne d'une saisie de leur « communauté ». D'où le recours à la « mathématique universelle » comme un fait et un point de comparaison pour penser les différentes modalités du καθόλου et la position d'une philosophie première (E 1, M 3, *An. Post.,* I, 24)[1].

Pour autant, même si nous avons déjà beaucoup avancé à ce point dans la compréhension du rôle de la mathématique universelle et dans son rapport aux mathématiques, nous n'avons fait que la moitié du chemin, puisque nous n'avons pas identifié l'état ancien et « séparé » de la

* Voyez n. 1,p. 148.

1. En *Mét.,* M 3 et *An. Post.,* I, 24, ce fait sert à indiquer le caractère non séparé du καθόλου. En E 1, il n'a pas valeur d'argument, mais sert à interroger le type d'universalité que peut avoir la philosophie « première » en tant qu'elle traite d'un étant privilégié.

théorie. Quelles indications avons-nous sur ce point ? Nous savons déjà qu'il existe chez Euclide une démonstration « séparée » de la permutabilité des proportions pour les nombres (VII, 13). Cette démonstration fait intervenir des propriétés spécifiques de son « sujet » et toute démonstration portant sur des grandeurs devait donc en être également « séparée » (ce qui est bien le cas en V, 16). L'idée qu'une théorie des rapports numériques[1], ait pu servir de premier modèle de théorie générale est d'ailleurs souvent avancée. Cette interprétation n'est pas purement conjecturale puisqu'elle concorde avec les indications entrevues dans la description aristotélicienne (Δ 15, I 1), aussi bien qu'avec ce qui transparaît du traitement euclidien. Pour autant, à supposer qu'on veuille suivre cette piste, elle ne suffirait pas à définir une direction de recherche claire puisque Euclide comme Aristote ne séparent dans ces cas que des nombres *et des grandeurs*. Toute la difficulté est de parvenir à concevoir également une distinction, interne aux grandeurs, qui obligerait à traiter séparément des lignes, des surfaces et des solides (voire, si l'on se tient fidèlement aux énumérations aristotéliciennes, des « temps »). Cette séparation est beaucoup plus difficile à établir parce qu'elle semble opérer à un niveau trop élémentaire et l'idée même de « grandeur » semble d'ailleurs indiquer qu'on sait déjà traiter ces différents objets de manière unifiée.

Nombre de reconstructions se sont alors mises en quête d'une théorie intermédiaire entre un état jugé ancien (« pythagoricien », dit-on alors), où l'on s'en tenait à des rapports numériques (ou des rapports entre termes commensurables) et la théorie des « grandeurs » exposé dans le livre V des *Éléments* (généralement attribuée à Eudoxe). Le fait que le livre X ne fasse aucune difficulté à traiter ensemble nombres et grandeurs pouvait alors laisser croire qu'avait existé une étape unificatrice entre la théorie des rapports numériques (livre VII) et la théorie des rapports entre grandeurs (livre V). Le fait que les premières propositions du livre X (et, surtout, les démonstrations) utilisent un procédé identique à celui qui est mobilisé dans les livres arithmétiques pour la détermination de la plus grande commune mesure (VII, 1 et 2), paraissait donner une indication

1. Chez Euclide, cette théorie des proportions entre nombres est exposée aux propositions 4 à 19 du livre VII.

précieuse sur la constitution d'une première conquête de généralité, néanmoins insuffisante à constituer par elle-même une théorie *générale* des rapports entre grandeurs.

On doit à Zeuthen, puis à Becker, d'avoir défendu l'existence d'une telle théorie « intermédiaire » fondée sur ce procédé de retranchement alterné, aujourd'hui connu sous le nom d' « algorithme d'Euclide », et qu'il est d'usage parmi les commentateurs de désigner par son nom ancien d' « anthyphérèse »[1]. Cette théorie reconstruite présentait le mérite d'être à la fois plus générale que la théorie des rapports numériques (qui ne peut s'appliquer à des grandeurs géométriques que si elles sont commensurables entre elles) et néanmoins encore « séparée », au sens où la démonstration de permutabilité des proportions exigeait d'y distinguer des cas. O. Becker avait d'ailleurs fait remarquer, à l'appui de son interprétation, que la propriété de permutabilité, à laquelle se réfère Aristote pour marquer l'évolution des mathématiques de son temps, ne semble pas choisie au hasard, puisqu'elle est précisément *la première* (des propriétés exposée dans le livre V) à ne pas pouvoir être démontrée dans la théorie anthyphérétique « en général », c'est-à-dire pour toute grandeur, mais nécessite une démonstration au cas par cas[2]. Une base plus stable semblait alors donnée pour discuter de l'universalité à accorder ou non à la théorie du livre V.

Mais ces reconstructions, portées sur les fonds baptismaux par l'enthousiasme de l' « histoire des sciences » naissante, présentent toutes sortes de difficultés, dont la première et non des moindres est de suppo-

1. Le soutien de cette interprétation est, à nouveau, un texte d'Aristote (*Topiques*, VIII, 158 *b* 29-35), sur lequel nous reviendrons. On trouvera les éléments du dossier ainsi qu'une discussion critique dans l'édition par B. Vitrac des *Éléments* (vol. 2, p. 507-523). Il est à noter qu'Euclide n'emploie par le terme d' « anthyphérèse », mais le verbe correspondant (retrancher de façon alternée).

2. On trouvera la reconstruction de cette théorie dans O. Becker (1933), qui dit n'avoir pas connu l'interprétation de Zeuthen (publiée en danois en 1917). L'hypothèse de Becker a été reprise et affinée par un grand nombre de commentateurs comme Van der Waerden (1954), W. Knorr (1975). On en trouvera une critique détaillée dans B. Vitrac (2002). J.-L. Gardies (1988) se distingue du fait qu'il considère la théorie anthyphérétique, contre l'orientation donnée par Zeuthen et Becker, comme étant la théorie *universelle* à laquelle fait référence Aristote (p. 24-30). D. Fowler considère de son côté, sans statuer sur la « mathématique universelle », que la théorie anthyphérétique était la théorie en usage dans l'Académie de Platon. Il en a proposé une reconstruction détaillée dans Fowler (1987).

ser légitime un équivalent ancien de nos modernes « développements illimités » – ou, si l'on veut être un peu moins anachronique, des « fractions continues » qu'utiliseront les mathématiciens arabes[1]. De fait, si l'on veut que la théorie « anthyphérétique » soit plus générale que la théorie des rapports numériques, il faut qu'elle puisse s'étendre aux grandeurs *incommensurables*. Or les retranchements alternés iront à l'infini dans le cas où il n'existe pas de mesure commune (c'est précisément l'objet de la démonstration X, 2). Proposer une définition *générale* des proportions comme comparaison des développements anthyphérétiques semble donc supposer, en première approche, d'accepter comme légitime la possibilité de comparer deux suites infinies[2].

Une seconde difficulté, non moins grande, est de devoir s'engager alors dans des conjectures « archéologiques » fortes, puisque la théorie des rapports arithmétiques du livre VII devient, sous cette hypothèse, tout bonnement *inutile* – nombre et grandeur apparaissant comme susceptible d'un traitement commun dans le cadre général défini par le début du livre X (théorie « anthyphérétique » des rapports). Pourquoi Euclide se serait-il embarrassé d'exposer tout du long une théorie ancienne, qui ne lui était pas utile – sinon pour quelques résultats qu'il aurait pu se contenter d'exposer pour eux-mêmes ? On en vient rapidement à conclure qu'il

1. R. Rashed (1984), chap. II, p. 93-145.

2. Nombre de reconstructions, conscientes de cette difficulté, s'engage alors dans des stratégies de contournement, parfois très complexes, permettant de se rapporter au cas fini ou à des considérations sur la périodicité des développements (on trouvera un panorama des solutions proposées dans Caveing [1998], notamment chap. III et discussion finale p. 299-317). Quelle que soit l'ingéniosité de ces solutions, elles n'en soulèvent pas moins un problème fondationnel d'ampleur en ce qu'il aura fallu accepter auparavant la légitimité d'opérations sur l'infini. Ce point gênait Becker (p. 317-318), qui l'assumait néanmoins. La difficulté est également soulevée par Caveing critiqué par Gardies (1988), p. 31 sq., qui propose d'ailleurs une traduction en termes de fractions continues (p. 24). Remarquons que plus est supposée de complexité, plus devient mystérieux que ne subsiste aucune trace explicite de cette théorie extrêmement riche et développée. On en vient alors assez facilement à l'idée que cette théorie a été délibérément enterrée par ses adversaires (Fowler) – selon les ressorts bien connus de la « théorie du complot ». Les arguments historiques s'amenuisent ainsi peu à peu, jusqu'à disparaître totalement : car s'il ne subsiste aucune trace de cette théorie, *il n'en subsiste pas plus des attaques qu'elle aurait subies*. Comme le fait remarquer Bernard Vitrac (2002), un des traits les plus remarquables des commentaires grecs sur les *Éléments* est qu'on n'y trouve *jamais* mention des difficultés liées au traitement des rapports dans le livre V, ce qui constitue une différence essentielle avec la lecture des mathématiciens arabes et latins.

s'est en fait contenté de juxtaposer des théories antérieures, sans toujours se soucier de leur cohérence d'ensemble.

Les hypothèses abondent pour tenter de régler ces difficultés, mais elles prennent rarement la peine d'étudier le bien-fondé d'un des postulats qui a motivé la recherche de la théorie intermédiaire : doit-on considérer qu'une première théorie des rapports, modelée sur les rapports entre nombres, était effectivement *trop pauvre* pour suffire aux prédécesseurs d'Aristote dès lors qu'il s'agissait de traiter de l'incommensurabilité ? La chose est loin d'être évidente. Nous savons notamment par le témoignage célèbre du *Théétète* qu'une des premières stratégies de traitement *général* de l'incommensurabilité consista précisément à tenter de la maîtriser *dans le cadre de la commensurabilité et sous la forme d'une recherche portant sur des « nombres »*[1]. Même si l'interprétation du texte est soumise à de nombreuses discussions, dans lesquelles il n'est pas possible d'entrer ici, un point paraît hors de doute : comme la stratégie d'extension repose sur l'idée de se rapporter au cas commensurable (en introduisant une notion de « commensurabilité en puissance »), disposer d'une première démonstration (de la permutabilité) pour le seul cas commensurable n'obligerait donc nullement à supposer un état de la théorie mathématique si élémentaire qu'il ne pourrait être qu' « archaïque ». La vraie question est plutôt de savoir quelle place pouvait tenir cette théorie des rapports commensurables : était-elle le dernier mot de la théorie des proportions entre grandeurs ou servait-elle d'appui à un traitement plus élaboré ?

Les indications données par le *Théétète* orientent assurément plutôt dans cette seconde direction. Il n'y est pas question de « retranchement alterné », mais il y est bien question d'une technique permettant de se ramener à des cas commensurables en rapportant le traitement des lignes incommensurables (entre elles) à celui de surfaces commensurables (entre elles) construites sur elles. Nous avons vu également que l'évocation par Aristote d'une théorie générale des rapports entre nombres ne supposait nullement un silence gêné sur le cas incommensurable, qui était simplement présenté – sans beaucoup de précision il est vrai – comme une *extension* du domaine des rapports numériques à des cas « indéterminés ». C'est

1. *Théétète*, 147 *d* - 148 *b*.

également l'occasion de rappeler que le même passage de I 1, qui détaille une théorie générale de la mesure « imitée » des nombres, mentionne au détour d'une phrase l'idée qu'il y a parfois « multiplicité de mesures » sur l'exemple suivant : « La diagonale du carré et son côté sont mesurés par deux termes ; et pour toutes les grandeurs il en est ainsi » (1053 *a* 17). Nous reviendrons par la suite sur les liens existants entre ces deux directions.

Or, si la théorie attribuée à Théétète offre une unité remarquable – dont nous devons garder à l'esprit qu'elle a suffisamment impressionné Platon pour qu'il en fasse le modèle de ce qu'est l'unité d'une εἶδος[1] – elle n'en nécessite pas moins encore des démonstrations « au cas par cas », et cela *qu'on en fournisse une interprétation anthyphérétique ou non.* De fait, elle conduit, dans son principe même, à distinguer la commensurabilité au niveau des lignes, des surfaces et des solides. Plus exactement, elle *sépare* une classe de lignes commensurables entre elles et une classe de lignes (appelées δυνάμει) dont les rapports ne sont « exprimables » qu'en référence à des surfaces (Euclide parlera de droites « commensurables en puissance seulement »)[2]. Le fait d'avoir alors à produire des démonstrations « séparées » pour les surfaces ne signifierait donc pas ici qu'on va traiter d'un *objet* particulier (la surface, par différence avec la ligne ou le solide), mais d'une classe de rapports (non réductible à celui d'une ligne à une autre, sous-entendu « commensurables »[3], et qui doivent donc être exprimés au niveau des surfaces).

Que la première classe de rapports (commensurables au niveau des lignes) ait pu être décrite par un procédé comparable à l'anthyphérèse n'est pas impossible et au demeurant tout à fait naturel puisqu'on cherche à savoir quel type de rapport entre grandeurs se laisse comparer à un rap-

1. Ce qui en fait un candidat très puissant pour penser ce qui fait l'unité de la science, problème qu'aborde précisément le dialogue éponyme de Platon.

2. X, Déf. 2. Euclide ne mentionne pas le cas solide, mais *Théétète* le mentionne en 148 *b* 2-3. Chez Théétète le critère de commensurabilité est donné par le fait d'être le côté d'un nombre carré, alors que chez Euclide cette propriété est retrouvée comme critère de commensurabilité parmi les grandeurs dites « exprimables » (X.9). Depuis l'Antiquité, les commentateurs s'interrogent pour savoir si ces deux théories sont réellement compatibles, mais ce point ne nous concernera pas ici.

3. Nous ne devons pas oublier qu'un des noms de l'incommensurabilité est ἄ-λογος, ce qui laisse penser que le λόγος était censé, dans une première acception, impliquer la commensurabilité (ou, du moins, nous y reviendrons, une manière de se rapporter au cas commensurable).

ports entre nombres. Il est immédiat de proposer qu'il s'agit des rapports qui expriment une mesure commune qu'on va chercher à déterminer de la même façon qu'on détermine la plus grande mesure commune de deux nombres non premiers entre eux (VII, 2)[1]. Un passage célèbre des *Topiques* fournit à cette interprétation un soutien significatif : « Et même en mathématiques, certaines choses ne semblent pas faciles à démontrer à cause d'un défaut de définition, par exemple qu'une [droite] sécante à une surface, parallèle au côté, divise semblablement et la ligne et l'aire. Or la définition étant énoncée, la proposition [devient] immédiatement claire ; car les aires et les lignes ont la même antanérèse, et ceci est une définition du même rapport » (trad. Vitrac, in *Él.,* VIII, 158 *b* 24 - 159 *a* 1). Ce passage est *l'unique* document que possèdent les tenants de la théorie « anthyphérétique » à l'appui de leurs thèses et c'est d'ailleurs avec lui que s'ouvre l'étude de Becker (1933). Mais, pour pouvoir alors passer de la définition d'un certain type de rapport à une théorie générale, il faut encore ajouter trois postulats, qui ne semblent nullement évidents : 1 / il faut d'abord *identifier,* comme le fera Alexandre se référant aux « Anciens », l'anthyphérèse et ce qu'Aristote désigne ici d'un terme proche, mais distinct que nous avons laissé non traduit : « antanérèse »[2] ; 2 / il faut ensuite considérer que le « défaut de la définition » doit s'entendre comme une absence pure et simple, c'est-à-dire qu'Aristote ne critique pas une définition fautive, mais déplore *l'absence* de définition du « même rapport » ; 3 / enfin, on doit poser que cette absence aurait été palliée non pas par *une,* mais par *la* définition du rapport en général[3].

Ce sont là beaucoup d'hypothèses fortes pour un gain qui reste faible. Car même à supposer qu'Aristote fasse ici référence à la définition du rapport *en général,* on voit mal comment on pourrait aller jusqu'à lui faire

1. Cela dit, rien ne permet d'affirmer que telle était l'idée de Théétète. On pouvait tout aussi bien poser la distinction des deux classes sur la base du *constat* d'existence de grandeurs non commensurables et nous savons, par le témoignage célèbre d'Aristote sur l'incommensurabilité de la diagonale du carré, que ce fait pouvait être démontré élémentairement sans recours à l'idée d'anthyphérèse (*An. Pr.,* I, 23 41 *a* 26-30). Pour les arguments en faveur de l'existence d'une théorie anthyphérétique, présentée comme caractéristique des mathématiques « platoniciennes », voir Fowler (1987) et Caveing (1988).

2. Alexandre, *In Ar. Top. Com.,* 545, 12-17.

3. Pour la discussion de ces points, voir le dossier rassemblé par Bernard Vitrac *Él.,* vol. 2, p. 515-523.

tenir pour légitime la comparaison de deux suites infinies (cas incommensurables), lui qui s'est si vivement et si constamment battu contre l'effectivité en mathématiques d'un infini autre que potentiel[1]. Nous devons être attentifs à ce point : quels que soient les trésors d'ingéniosité déployés par les commentateurs pour montrer qu'on peut en fait statuer sur des rapports incommensurables en se ramenant à des considérations sur le rang (fini) des développements illimités, le fait d'avoir posé l'anthyphérèse comme définissant le rapport *en général* supposera qu'on ait accepté en droit la comparabilité de deux développements illimités comme définition « aristotélicienne » de l'identité de rapport. Certes, une telle orientation ne posera pas de difficultés aux mathématiciens arabes, qui tenteront de développer pour leur propre compte une telle théorie en réaction à ce qu'ils voient dans le livre V comme un défaut de clarté dans la définition, il est vrai assez peu intuitive, de la proportion[2]. Mais de là à estimer qu'un tel point de vue était *déjà* celui d'Aristote, il y a un pas que rien ne semble permettre de franchir. On retrouve ici ce problème que l'usage d'Aristote par l'histoire des mathématiques s'est parfois fait comme s'il n'était qu'un simple témoin de la science de son temps et qu'il était possible de lui faire attester, sans autre forme de procès, l'existence de théories qui auraient sinon ruiné, du moins mis en grand péril certaines de ses thèses philosophiques les plus centrales[3].

Or non seulement les données paraissent ici vraiment trop minces pour pouvoir établir que les rapports étaient alors définis *en général* par la

1. Notamment le texte célèbre de *Phys.*, III, 207 *b* 27-34.

2. Voir Plooij (1950) et Vitrac (2002), chap. III.

3. Le cas le plus extrême est celui de l'ouvrage de Gardies (1988), qui considère la théorie anthyphérétique comme le référent de la « mathématique universelle » aristotélicienne. Il parvient ainsi à reconstituer une théorie dans laquelle nous possédons un procédé *univoque* de mesure (l'anthyphérèse), qui ne suppose aucune référence à un sujet, pas plus qu'elle ne suppose que ne soit pas réellement séparé ce qu'elle parvient à exprimer séparément – bref, l'exact contraire de ce qu'Aristote désigne comme καθόλου ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν.

4. On peut d'ailleurs remarquer que la pratique euclidienne de l'anthyphérèse ne repose pas sur l'établissement d'une suite de quotients partiels (comme sont obligés de le supposer les tenants d'une comparaison des rapports par l'intermédiaire de telles suites de *nombres*). Parce qu'il évite soigneusement d'introduire le langage des nombres dans le traitement des grandeurs, Euclide doit introduire à chaque étape de l'algorithme une *nouvelle* grandeur (multiple du diviseur). Voyez les démonstrations de X.2 et 3.

comparaison des développements anthyphérétiques[4], mais une conjecture aussi forte ne paraît pas du tout nécessaire. Pour le comprendre, il faut revenir à nouveau à ce que nous dit Aristote. Il est clair que le problème de l'unité des mathématiques, une fois déclaré insoluble au niveau des « sujets » (incommunicabilité des genres, c'est-à-dire irréductibilité du discret et du continu, du numérique et du spatial), peut néanmoins être résolu au niveau des *rapports*. C'est en quoi consiste la possibilité de traiter les grandeurs « comme des nombres » (nous en avons vu un exemple avec le traitement proposé au début du livre X des *Éléments*). Le procédé présenté par le *Théétète* consiste alors à proposer de se rapporter, autant que faire se peut, au cas commensurable. C'est cette stratégie que suit encore le livre X, même s'il semble s'agir d'un traitement différent de celui que proposait Théétète (dont on se rappelle qu'il traitait de « nombres »). Le premier niveau y est celui des lignes commensurables entre elles, qui définit une première classe de rapports entre grandeurs (réductible à un rapport de ligne à ligne). Une définition de ce type de « rapport » est donnée dans le texte des *Topiques*. Rien n'oblige néanmoins à penser qu'elle était, pour autant, *la* définition du rapport[1]. De fait, apparaissent immédiatement dans ce type d'approche des lignes qui ne sont pas commensurables l'une à l'autre et n'ont entre elles de « rapports » que par l'intermédiaire de surfaces qu'on peut construire sur elles. Dans ce cas, par principe, nous ne pouvons plus utiliser une définition du même type, puisque les surfaces sont commensurables entre elles alors que les lignes sur lesquelles elles sont construites ne le sont pas. Nous devons donc au moins spécifier les *genres d'objets* sur lesquels porte la définition et les propriétés des proportions qu'ils entretiennent. Ces classes correspondent assez bien à celles qui sont présentées au livre X des *Éléments* au titre de l'opposition ῥητή/ἄλογοι (on remarquera au passage qu'il existe bien une classe d'objets dites « sans rapport », ἄ-λογοι dans une acception qui ne coïncide nullement avec celle d'incommensurable *stricto sensu*).

1. Si, en revanche, on laisse de côté les discussions autour de l'universalité pour se porter directement sur le rôle tenu par l'anthyphérèse dans la théorie du livre X, on peut encore argumenter que son organisation générale repose sur une conception anthyphérétique. C'est le sens de la reconstruction proposée par Fowler (1987), 5.2.

L'idée célèbre présentée au livre X des *Éléments* est de partir d'une ligne donnée, du carré construit sur elle et des rectangles commensurables à ce carré, ce qui définit une classe de grandeurs dite ῥητη, c'est-à-dire « exprimable »[1]. Par X.9, nous disposons d'un critère simple qui permet de déterminer quelles grandeurs de la classe ῥητη se ramèneront en dernière instance à des lignes commensurables : il s'agit de celles qui entretiennent un rapport de nombre carré à nombre carré. Les opérations dans la classe ῥητη doivent alors distinguer entre deux cas (selon que les lignes qui en sont les représentants sont « commensurables » ou « commensurables en puissance seulement »). Les opérations élémentaires (addition, soustraction et « rectangle ») sont stables pour la première sous-classe (c'est-à-dire qu'elles produisent des grandeurs qui sont toujours « exprimables »), mais pas pour la seconde (qui peuvent produire un autre type de grandeurs qu'on appellera « irrationnelles »). On est donc amené à introduire de nouveaux objets correspondant à ces opérations ( « binomiale », « apotomé », « mésos » ), le but du livre étant de proposer une classification générale des lignes irrationnelles par des raisonnements combinatoires à partir de ces cas simples[2]. On voit qu'il n'est guère difficile de constater alors la nécessité de procéder à des démonstration « au cas par cas », puisque le projet d'ensemble de cette théorie est précisément de distinguer des classes d'objets, dont le comportement sous les opérations élémentaires n'est pas le même.

*
* *

1. Plutôt que « rationnelle », qui peut induire le lecteur moderne en erreur puisque rien n'empêche la ligne initiale d'être « irrationnelle » au sens moderne du terme (irrationnelle quadratique, bien évidemment, puisqu'il s'agit de prendre le carré construit sur elle). Par exemple, ce que nous désignons comme $\sqrt{2}$ désignerait une grandeur « exprimable » dans cette construction.

2. Pour une présentation générale, voir Taisbak (1982). L'étude de Taisbak offre d'ailleurs un soutien très grand à notre hypothèse en ce qu'elle propose une reconstruction du livre X reposant uniquement sur une théorie élémentaire des rapports *commensurables*. L'anthyphérèse n'y est mentionnée que dans le cas spécifique du rapport base/surface (équivalent de la proposition V.1 d'Euclide, donr Taisbak admet qu'elle pouvait, d'après le témoignage d'Aristote, être démontrée par anthyphérèse). Le cas des solides, qui n'est pas traité par Euclide, est mentionné par Théétète à la fin de son exposé et peut être interpolé à partir de la manière dont Euclide traite les droites « commensurables en puissance seulement ».

Cette direction de recherche peut sembler insatisfaisante pour qui comprend la « séparation » dont parle Aristote comme l'existence de démonstrations mathématiques distinctes (en l'occurrence de la permutabilité des proportions). À proprement parler, il semble que nous n'ayons finalement besoin que d'une seule démonstration pour la permutabilité (dans le cas des nombres) et différentes manières de s'y rapporter à partir du principe selon lequel des grandeurs commensurables ont entre elles un rapport de nombre à nombre. Mais cette insatisfaction du lecteur moderne est anachronique et à contresens de la conception du Stagirite. Dans la doctrine aristotélicienne, la « démonstration mathématique » n'est justement *pas,* comme nous avons tendance à le penser aujourd'hui, un procédé de dérivation *formelle,* qui pourrait valoir de plusieurs « sujets ». Elle renvoie au tout constitué par la dérivation logique *et par les « principes propres » au sujet considéré.* C'est l'argument même de *An. Post.,* I, 10. Le fait de devoir introduire ou non une étape ramenant un rapport au cas « commensurable » est partie intégrante de la démonstration et suffit à fonder la distinction et l'irréductibilité des démonstrations.

Il y a un autre argument que l'on peut avancer pour montrer que l'hypothèse d'une théorie « anthyphérétique » ne s'impose nullement pour régler la question de la théorie « ancienne » que serait venue relever la démonstration « universelle » de la permutabilité des proportions. Nous avons déjà remarqué que les conceptions modernes de la « séparation » ont souvent du mal à séparer plus que les « grandeurs », contrairement à celle que nous venons d'évoquer. Mais même quand elles y parviennent, comme dans la solution proposée par Zeuthen et Becker, elles s'avèrent incapables de rendre compte de la séparation du « temps », qu'Aristote fait pourtant régulièrement figurer dans la liste des objets tombant sous les propositions « universelles » (notamment en *An. Post.,* I, 5 : « La permutabilité des proportions était démontrée séparément des nombres, des lignes, des solides *et des temps,* quoiqu'il fût possible de la prouver de tous au moyen d'une démonstration unique »). En quoi le temps devrait-il être susceptible d'une démonstration « séparée » si la difficulté était strictement *géométrique* ? La difficulté avec le temps ne serait-elle pas en ce cas une simple conséquence de son traitement par l'intermédiaire de rapport entre grandeurs ? Mais alors, pourquoi donc le mentionner ? Et pourquoi,

sous ce point de vue, le temps, plutôt que le son ou les rayons lumineux qui, eux, sont *essentiellement* des quantités et des objets des *mathêmata* autres que les grandeurs *stricto sensu* ?

Il y a derrière ces questions un argument fort en faveur de l'interprétation que nous défendons. Tournons-nous, en effet, vers la *Physique*. Il est clair que la stratégie générale de recours au « nombre » n'y a pas pour seul but de fournir une relation d'ordre (succession), mais aussi de régler les problèmes de *comparabilité* que poserait le fait de traiter le temps uniquement comme une grandeur. Ce problème est explicitement posé au chapitre IV, 14 : Le mouvement ne donnant pas prise par lui-même à la quantité (rappelons-nous qu'il n'est une quantité que « par accident »), nous sommes conduits à la difficulté de savoir comment nous pouvons *comparer* deux mouvements en général (223 *a* 30 sq.). Soient deux mouvements que je veux rapporter « au même temps », rien n'assure *a priori* que ces deux mesures *relatives* (à tel et tel mouvement) soient comparables *entre elles*. Plus généralement, comment pourrais-je assurer que le temps est « le même » pour tous les phénomènes s'il intervient dans la théorie physique comme simple opérateur de mesure (nombre du mouvement) ? Il est remarquable qu'Aristote réponde d'abord à ces difficultés en arguant des propriétés générales du nombre (le fait de rapporter l'ensemble des mesures à un étalon universel donné par le mouvement du ciel étant *second*).

Cette stratégie est également mobilisée et explicitée dans le fameux passage de l'*Éthique à Nicomaque* sur la proportion que nous avons déjà évoqué. Le recours au « nombre général » y intervient également pour assurer la *comparabilité* par l'intermédiaire d'une mesure valant sur tous les domaines d'objets considérés. Par principe, rappelle Aristote, il serait impossible d'établir des proportions entre des termes hétérogènes, comme le produit du travail d'un agriculteur et d'un cordonnier, s'il n'y avait aucun moyen des les comparer. Il faut donc faire intervenir un procédé de mesure qui rend ces objets « comparables » ou, expression remarquable, « commensurables » :

> « Ce n'est pas entre deux médecins que se forme une communauté [d'échange], mais entre un médecin et un agriculteur, c'est-à-dire entre des personnes différentes et qui ne sont pas égales, mais qu'il faut mettre sur pied d'égalité.

« C'est pourquoi il faut que soient en quelque façon comparables toutes les choses qui s'échangent[1]. Et c'est à cela qu'est venue servir la monnaie, qui devient une sorte de moyen terme, puisqu'elle constitue ainsi la mesure de tout (πάντα γὰρ μετρεῖ). Si bien que, évaluant aussi l'excès et le défaut, elle permet alors d'établir combien de chaussures équivalent à une maison ou à de la nourriture » (*Éth. Nic.,* 1133 *a* 16-22).

On voit très nettement se dégager dans ces exemples une stratégie qui, partant d'une théorie des rapports commensurables (donc réductible à un rapport de nombre à nombre), cherchait à y ramener chacun des cas traités en mobilisant des arguments de réduction à ce cas (soit par des constructions dans le cas du traitement géométrique, soit par l'introduction d'un étalon de mesure « universel » dans le cas des traitements non mathématiques, comme en physique ou dans la théorie de la justice)[2]. Peut-être a-t-on donc fait fausse route à chercher des démonstrations séparées, au sens moderne, pour différents types d'objets (ligne, surface, solide, temps). À l'inverse, la piste ouverte par le *Théétète* concorde avec les indications éparses données par Aristote sur une pratique ancienne, auquel il recourt lui-même à l'occasion, et qui consistait à réduire un cas où la mesure semblait impossible (problème de comparabilité des entités en présence) à un régime général de comparaison ou « commensurabilité ». Le point essentiel et qui rejoint nos remarques précédentes est que dans ce cadre la séparation ne résulte pas du fait que la démonstration a une « forme » différente à chaque fois (c'est précisément la partie dont Aristote concéderait d'ailleurs volontiers qu'elle peut être « commune »), mais du fait que ligne, surface, solide et temps devront être ramenés *par une argumentation spécifique* (c'est-à-dire « propre » au sujet considéré) à un régime propre de commensurabilité.

1. Le terme employé ici est συμβλητα (comparez avec *Mét.,* M 6, 1080 *a* 20 sq.), mais il est remarquable que la suite n'hésite pas à dire qu'il s'agit en fait de rendre les termes σύμμετρα, terme qui est utilisé par Euclide pour désigner la commensurabilité (1133 *b* 16 sq.). Sur la « communauté » instauré par « l'égalité géométrique » entre les hommes, on comparera à Platon *Gorgias,* 508 *d* et *Lois,* 757 *b*.

2. On remarquera une autre anomalie des listes d'objets entrant dans les références aristotéliciennes à l'universel : la présence des « points » dans la mention de *Mét.,* M 2 (1077 *a* 10-14). Or il est remarquable que l'idée d'un traitement des nombres comme des « points » apparaisse précisément dans la *Métaphysique* au moment où est mentionnée l'usage pythagoricien du « nombre général » comme fondement de la théorie des rapports (N 5, 1092 *b* 23-24).

## *II.2.2. Le programme philosophique*

### 2.2.1. Retour sur le programme de Platon

Une dernière question émerge alors naturellement, qui conclura notre cheminement : pouvons-nous reconstituer un programme *philosophique* qui aurait poussé Aristote à s'aventurer assez loin dans l'acceptation d'un niveau propre du καθόλου en mathématiques et notamment à appuyer ses critiques sur la donnée d'une théorie mathématique ? Est-ce qu'il existait, à côté du programme très général qui se dessine en creux dans les critiques adressées à Speusippe, une version plus offensive et plus solide de l'unité des *mathêmata,* qui pouvait accompagner un programme comme celui que nous pouvons voir se dessiner derrière la stratégie du *Théétète* ? Pour parvenir à répondre à cette question, il n'est pas inutile de commencer par rappeler d'abord ce que nous trouvons à ce sujet chez Platon lui-même. La première remarque que nous devons faire à ce propos – et c'est une grande différence avec les autres auteurs du corpus – est que les rares indications qu'il donne sont toutes programmatiques. C'est pourquoi, d'ailleurs, une histoire de la « mathématique universelle » ne peut guère commencer avec Platon sans s'embarrasser de présupposés.

Sans vouloir entrer dans les détails complexes du rôle des mathématiques dans la philosophie platonicienne, nous voudrions juste rappeler quelques éléments, dont nous aurons besoin par la suite, notamment pour lire l'*Epinomis.* L'idée selon laquelle la visée d'une science de toutes choses suppose la saisie de la communauté des *mathêmata* est clairement avancée au livre VII de la *République*[1]. Par son regard synoptique (σύνοψις) le dialecticien est censé parvenir à ce que Platon désigne alors d'un terme

1. « Ce parcours méthodique (μέθοδος) à travers tous les *mathêmata* que nous avons exposés, s'il parvient à ce point où il trouve les uns par rapport aux autres leur communauté (κοινωνία) et leur parenté (συγγένεια), et s'il établit par le raisonnement en quoi ils sont apparentés les uns aux autres, en tirera quelque contribution en vue de cette recherche que nous souhaitons mener, et ce ne sera pas en vain que nous aurons peiné » (VII, 531 *c-d*). Sur la communauté, parmi les hommes et parmi les choses, modèle du *kosmos* et fondée sur l'égalité géométrique, voir également *Gorgias,* 508 *d.*

assez rare pour être souligné : μάθησις [537 *c*]. Il ne fait pas de doute que se dessine ainsi un point de vue qu'on pourrait fort bien désigner – comme le fera Jamblique en s'y référant – de κοινὴ θεωρία τῶν μαθημάτων. Mais, et c'est toute la différence entre les deux traitements, rien ne nous est dit sur ce qui fait cette communauté que le dialecticien doit saisir. Notamment, aucune « mathématique » ne vient ici satisfaire une visée qui est clairement celle du philosophe (alors que Jamblique prendra le soin d'expliquer pourquoi le point de vue du philosophe peut être dit d'après lui « mathématique »).

Certes un net privilège est accordé à l'arithmétique, présentée comme une « discipline commune (κοινόν [scil. μάθημα]), à laquelle recourent de manière complémentaire tous les arts, tous les raisonnements et toutes les sciences, celui que tout le monde veut apprendre en premier »[1]. Pour autant, cette primauté de l'arithmétique est loin d'être rigidement assurée chez Platon. Ainsi dans les *Lois,* où se trouve avancé un programme d'éducation comparable à celui de la *République* (*Lois,* VII, 818 *a* sq.), le privilège de l'arithmétique est contrebalancé par une indication célèbre, quoiqu'à nouveau très allusive. Après avoir rappelé les méthodes égyptiennes pour enseigner l'arithmétique, l'Athénien précise en effet : « Après cela, portant leurs leçons sur les mesures, longueurs, largeurs, profondeurs, ils les délivrent d'une ignorance ridicule et laide » – dont il dit avoir été lui-même tardivement débarrassé et dont il tira grande honte pour la race hellène (819 *d-e*). La suite n'est guère aisée à déchiffrer parce que Platon y fait référence à la question de la mesure, mais sans recourir au vocabulaire qu'il utilise généralement pour désigner les problèmes d'irrationalité ou d'inexprimabilité des grandeurs. Rien n'interdit donc que l'exemple cité soit plus restreint qu'il n'y paraît quand on y introduit, comme l'ont fait nombre de traducteurs, le vocabulaire du commensurable et de l'incommensurable. Reste que Platon ne s'en tient pas à la difficulté, apparemment résolue par les Égyptiens, et revient à la charge pour faire de cette étude *en général* une condition de toute science : « Outre ces connaissances, il y en a d'autres, leurs parentes, où nous commettons beaucoup de fautes toutes pareilles à celles-là. / – Lesquelles donc ? / – Les relations entre mesurables et non-

1. *République,* VII, 522 *c,* trad. franç. (2002), p. 370.

mesurables et la nature de ces relations (τῶν μετρητῶν τε καὶ ἀμέτρων πρὸς ἄλληλα ἥτινι φύσει γέγονεν). C'est cela qu'il faut examiner et discerner sous peine d'être absolument nul » (820 *b-d*).

À défaut de laisser apparaître en toute clarté des candidats au titre de théorie commune, ces deux passages montrent bien l'ambivalence entre nos deux visées d'unité des *mathêmata* : l'une qui se situe en amont, à un niveau fondationnel, et prend appui sur l'universalité du nombre ; l'autre, qui se situe en aval, à un niveau ascensionnel, et réclame que les objets conçus sous ce fondement soient redevables de l'unité qu'on supposait au départ et notamment que la question de la *mesure* soit susceptible d'un traitement réellement général (c'est-à-dire capable de trancher sur les relations du mesurable au non-mesurable, « sous peine d'être absolument nul »). Cette répartition traversera d'ailleurs les interprétations platoniciennes de la « parenté » des *mathêmata* et commandera une grande part des débats sur le sens à donner à la « mathématique universelle » (l'unité « arithmétique » étant mise en avant par des auteurs d'influence « néo-pythagoricienne », comme Théon, tandis que l'unité « géométrique » sera remise fortement en avant par Proclus et ses disciples comme Marinus – Jamblique jouant dans ce basculement le rôle d'intermédiaire).

Mais les lecteurs de Platon avaient à leur disposition d'autres textes, où puiser des indications sur le type de « communauté » dont sont redevables les *mathêmata*. Le premier était certainement le *Philèbe* (16 *c* - 17 *a*), qui servit de point de départ aux réflexions des néo-platoniciens, en ce que s'y manifestait assez clairement la filiation avec la tradition pythagoricienne, que nous avons déjà croisée à plusieurs reprises. Il s'agit du passage où Platon fait décrire à Socrate la voie (ὁδὸς) dont il est amoureux, non sans avoir précisé : « La montrer n'est pas du tout difficile, mais la pratiquer l'est grandement ; car tout ce qu'on a jamais pu inventer dans le domaine de l'art, c'est par cette voie qu'on l'a découvert. »[1] Suit alors la fameuse référence aux anciens (παλαιοί) :

« C'est des dieux qu'est venu aux hommes ce présent, à ce que du moins j'en juge, lancé qu'il fut du haut des régions divines par quelque Prométhée en même temps que le feu le plus éclairant ; et les anciens, qui valaient mieux que nous,

1. Platon, *Philèbe,* Les Belles Lettres, 1966, trad. franç. A. Diès, p. 8-9.

nous ont transmis cette tradition, que tout ce qu'on peut dire exister est fait d'un et de multiple, et contient en soi-même, originellement associées, la limite et l'infinité (πέρας δὲ καὶ ἀπειρίαν). Il nous faut donc, puisque les choses sont ainsi ordonnées, poser toujours, en quelque ensemble que ce soit, et chercher en chaque cas une forme unique (μίαν ἰδέαν) » (16 *c* 5 - *d* 2).

On voit que la généalogie aristotélicienne n'est pas sans échos dans le texte platonicien. Bien plus, Platon fait lui-même très clairement le lien avec une théorie générale du « nombre » :

« Si donc nous l'appréhendons, après cette unique forme examiner s'il y en a deux, et, sinon deux seulement, trois ou quelque autre nombre ; puis faire le même examen pour chacune de ces unités nouvelles, jusqu'à ce que, de cet un primitif (τὸ κατ' ἀρχὰς ἓν), on voit non seulement qu'il est un et multiple et infini, mais aussi quelle quantité précise il atteint (ἀλλὰ καὶ ὁπόσα) ; quant à la forme de l'infini, ne pas l'appliquer à la multitude avant d'avoir saisi quel nombre total celle-ci réalise dans l'intervalle entre l'infini et l'un ; alors seulement laisser chacune des unités de cet ensemble se disperser dans l'infini (16 *d* 2 - *e* 2).

Quel rapport un tel programme pouvait-il entretenir avec la pratique mathématique ? En première apparence, le lien paraît ténu, mais la suite du texte donne quelques indications intéressantes. Ainsi, après avoir détaillé son schéma en précisant qu'il fallait ajouter à côté de la Limite et l'Illimité, non seulement leur « mélange », mais également la « cause » de ce mélange, Socrate tente de justifier le rapprochement entre ces différents principes et celui de l'Un et du Multiple, qui traversent tous ces genres. Pour cela, il commence par remarquer que « le plus et le moins », ou plus généralement « l'excès et le défaut » ne peuvent pas être redevables d'une limite sans perdre leur nature (24 *a-e*). Nous retrouvons ici le principe associé à la « relation », dont la seule unité accordée est d'être « multiple » (25 *a*). Face à ce premier principe est alors posé, sans surprise, celui de l'Égal. Mais la liste ne s'arrête pas là et une gradation comparable à celle qui se trouvait chez Aristote, quoique bien plus vague, est alors avancée : « Après l'égal, le double et tout ce qui se comporte de nombre à nombre, de mesure à mesure. »[1] On remarquera notamment que, comme

1. Πρῶτον μὲν τὸ ἴσον καὶ ἰσότητα, μετὰ δὲ τὸ ἴσον τὸ διπλάσιον καὶ πᾶν ὅτιπερ ἂν πρὸς ἀριθμὸν ἀριθμὸς ᾖ μέτρον ᾖ πρὸς μέτρον. (25 *a* 7 - *b* 1). Voir également le passage célèbre de 55 *d* - 57 *d* sur la manière dont tous les arts sont soumis à la science du nombre, de la mesure et de la pesée, l'arithmétique étant elle-même la plus précise et la plus exacte de ces trois sciences.

en Δ 15, le fait de placer la recherche sous une théorie générale du nombre ne signifie pas qu'on s'interdit de distinguer les rapports numériques et les rapports de mesure – distinction qui paraît n'avoir de sens que si les seconds ne sont pas réductibles aux premiers.

Un autre texte que mobiliseront régulièrement les lecteurs de Platon pour donner plus de consistance au programme d'une unité des *mathêmata* est évidemment le *Timée* (35 *b* 4 - 36 *b* 5). Le rapprochement avec le *Philèbe* paraît d'autant plus naturel qu'un des objets de ce dialogue est précisément de donner un sens à la notion de « mélange ». Platon va alors proposer une explication beaucoup plus précise de la recherche du « nombre » dans les « intermédiaires », en mobilisant cette fois directement la théorie des rapports numériques. On se rappelle, en effet, que le démiurge ayant « mélangé » l'indivisible et le divisible en tirait la substance intermédiaire de l'âme du monde, dont la forme apparaissait ainsi comme unifiant le Même et l'Autre (35 *a*). Il procédait ensuite à la division de ce tout selon certains rapports (les relations invoquées étant alors les multiples : double, triple, triple du triple, etc., ainsi que l'hémiole). Une deuxième étape consistait alors à « combler les intervalles doubles et triples » (1, 2, 3, 4, 9, 8, 27) à l'aide de deux types de médiétés (μεσότητας) – où se reconnaissent aisément ce qu'on désignera par la suite comme moyenne « arithmétique » et « harmonique ». Cette seconde opération donnait naissance à une nouvelle série de relations : hémiole, épitrite, époge (« un plus un huitième », qui équivaut dans l'arithmétique musicale au rapport définissant le ton). Après quoi, le démiurge « comblait » les intervalles épitrites avec les intervalles époges. On voit ici clairement comment les rapports numériques, tirés de l'arithmétique musicale, pouvaient jouer un rôle dans un programme onto-logique prétendant saisir à partir de constructions complexes l'unité de l'âme du monde.

Or nombre de lecteurs opéreront un rapprochement entre ce passage difficile et la présentation générale du rôle de l'ἀναλογία donnée en 31 *c* à propos du « lien » du feu et de la terre :

« Mais que deux termes forment à eux seuls une belle composition sans un troisième, cela n'est pas possible. Quelque lien (δεσμόν) intermédiaire doit naître pour les rapprocher l'un de l'autre. Or, de tous les liens, le plus beau est celui qui de lui-même et des termes qu'il relie crée l'unité la plus forte. Et cela c'est la pro-

portion qui naturellement la réalise de la façon la plus belle. Lorsque de trois nombres, ou masses, ou puissances quelconques[1], le moyen est tel que ce que le premier est par rapport à lui, ce moyen lui-même le soit par rapport au dernier ; et inversement, quand il est tel que, ce que le dernier est par rapport au moyen, le moyen le soit par rapport au premier, le moyen devenant alors à la fois le premier et le dernier, le premier et le dernier devenant tous deux moyens à leur tour, il arrive ainsi nécessairement que tous les termes aient la même fonction, que tous jouent les uns par rapport aux autres le même rôle, et dans ce cas tous forment une unité parfaite » (31 *b* 8 - 32 *a* 7. Trad. franç. A. Rivaud modifiée).

La difficulté principale pour arriver à discerner ici l'association d'un programme général à une théorie mathématique unitaire n'est pas seulement qu'il s'agit dans un cas du corps et dans l'autre de l'âme du monde, mais surtout qu'il ne s'agit pas de la même opération mathématique. En effet, il est remarquable que Platon utilise deux termes différents (et deux contextes distincts) pour parler de la question des moyennes : arithmétiques et harmoniques d'un côté, géométrique de l'autre. Comme nous le verrons sous peu, il ne fallut cependant pas attendre longtemps pour que l'un et l'autre exemple soit mis sous une théorie générale des ἀναλογίαι.

Tout le problème qui divise les commentateurs depuis l'Antiquité est de parvenir à savoir si un tel point de vue était déjà celui de Platon[2]. Il est évident que le modèle des relations numériques achoppe dans le cas de la recherche des moyennes géométriques sur des cas d'incommensurabilité. La question se ramène donc à savoir si Platon fait ici allusion à une théorie particulière (comme celle des nombres semblables)[3], ou au cas général de l'insertion des moyennes proportionnelles. Dans le premier cas, on se heurtera à cette difficulté d'avoir à faire reposer une théorie

1. Ce passage a donné lieu à de très nombreuses discussions, selon qu'on interprétait le δυνάμεων d'un point de vue mathématique ou non (auquel cas se posait la question du sens à donner à ὄγκων, qui n'a *a priori* pas de sens mathématique reçu) et selon qu'on interprétait la suite comme apposition, comme le font les modernes, ou comme une simple énumération, comme le faisaient les anciens. Nous proposons la traduction la plus neutre possible et renvoyons pour une discussion à la mise au point de N. Vinel (2003).

2. Proclus rappelle, se référant à Nicomaque (II, 14), que la « proportion » désigne à strictement parler la moyenne géométrique et que c'est simplement par abus de langage que nous l'utilisons pour désigner ce que Platon a eu raison d'appeler « médiété » (*In Tim.*, 20.21-29, trad. franç. Festugière, p. 44). Mais il s'empresse de rappeler que cette interprétation divise en fait les commentateurs.

3. Sur cette théorie, voir plus bas, p. 125.

générale des mathématiques sur une théorie qui paraît en fait très particulière ; dans le deuxième, il n'y aura tout simplement pas de théorie unifiée. Notre propos n'est pas du tout d'entrer dans l'interprétation de ces textes difficiles, sur lesquels existe une littérature immense[1], mais d'indiquer un programme et une direction de recherche, dont nous aurons besoin par la suite. Il est notamment très important de remarquer que l'ἀναλογία pouvait donner son unité aux mathématiques dans un sens très différent de celui qui a été privilégié lorsque nous suivions la voie euclidienne. En effet, il s'agit moins ici de proportionnalité que d'insertion de moyennes[2].

### 2.2.2. Un programme « platonicien » de mathématique générale : l'*Epinomis*

Assurément, le témoignage de Platon ne suffit pas à établir, même en creux, l'existence d'une « mathématique universelle » qui pourrait avoir servi de fondement au programme d'une « science de toutes choses ». Pour donner plus de chair à ce programme, nous sommes contraints de recourir à des témoignages plus tardifs. Le plus significatif, de ce point de vue, est certainement celui de Proclus, sur lequel nous reviendrons abondamment dans la partie suivante. En effet, lorsque le Diadoque met en place son interprétation de la « mathématique commune », en rappelant l'exigence d'une saisie de la « communauté des *mathêmata* » nécessaire au point de vue dialectique, il rappelle qu'existait une version concurrente à celle qu'il va défendre. Cette conception, qu'il fait remonter à Ératosthène et à l'*Epinomis,* réduisait la « mathématique commune » au traitement de l'ἀναλογία.

Le dialogue *Le Platonicien* d'Ératosthène étant perdu, il n'est pas possible de savoir dans quelle mesure le mathématicien défendait effective-

1. Pour un commentaire détaillé : Brisson (1974), où l'on trouvera toutes les références à cette question (notamment 4.2, p. 314-332 pour la description de la « structure mathématique de l'âme du monde » et p. 368-388 pour la question des proportions).

2. Ce sens est celui que mobilise l'*Éthique à Nicomaque.* Cela nous donne des indications intéressantes pour comprendre non seulement pourquoi Aristote pouvait commencer par rappeler que la proportion est considérée comme propre au *nombre* monadique (avant de la rapporter au « nombre en général »), mais aussi pourquoi il peut se contenter ensuite de la faire porter sur des « termes » (qui sont toujours des nombres, éventuellement « généraux »).

ment cette conception et quel rapport elle entretenait éventuellement avec sa propre pratique[1]. En revanche, l'*Epinomis* est conservé et nous y trouvons bien une conception de l'unité des mathématiques très différente de ce qu'on peut reconstituer à partir du modèle de la théorie des rapports et proportions euclidienne. Certes, nous ne savons pas qui est l'auteur de ce dialogue, longtemps considéré comme le treizième livre des *Lois* et attribué alors à Philippe d'Oponte. La question étant encore en discussion parmi les spécialistes, nous tiendrons simplement pour acquis qu'il était écrit au IIIe siècle avant notre ère et qu'on ne savait déjà plus qui en était l'auteur, puisqu'il est intégré par Aristophane de Byzance à sa classification des œuvres de Platon[2].

Le but du dialogue est de déterminer ce qu'est la « vraie sagesse » et, à cette fin, l'auteur commence par étudier quels savoirs sont utiles et quels autres non. Il commence ainsi par mettre de côté un certain nombre de *technai* (974 *b* 4, repris en 975 *a* 1 - 976 *c* 5). Celui qui cherche à atteindre la perfection ne saurait se satisfaire de ces savoirs dispersés et remonte à leur origine, où se manifeste l'unité du savoir[30]. Il parvient ainsi au premier des *mathêmata* : la science du nombre en soi (976 *e*). Ce développement ne règle pas la question de savoir si une telle science peut pour autant prétendre au titre de sagesse (979 *b* 2 - *d* 6). De fait, tel n'est pas le cas : l'arithmétique ne vaut que comme condition théorique d'un savoir de l'ordre du monde régi par le Dieu, lui-même condition de l'authentique vertu. Aussi l'essentiel du dialogue est-il consacré à des questions cosmogoniques poursuivant la théodicée des *Lois*. Une fois ce parcours accompli, l'auteur revient néanmoins sur les *mathêmata* qui en conditionnent l'apprentissage, et en explicite plus précisément l'unité. En quel sens

1. Nous verrons cependant que d'autres témoignages tardifs, comme celui de Théon, donnent quelques indications sur le traité d'Ératosthène qui vont dans le même sens.

2. *DL*, III, 62 ; Tarán (1975) ; Lafrance (1994).

3. Nous rappelons ce contexte parce qu'il eut un grand succès dans la littérature latine (Cicéron, Augustin) et qu'on ne saurait négliger la proximité qu'il entretient avec certains passages des *Regulae*, sur l'unité du savoir par opposition à la diversité des techniques. Non qu'il faille supposer que Descartes ait lu l'*Epinomis*. Il lui suffisait d'avoir lu, par exemple, le *De oratore*, III, 5, 19-6, 21, où Cicéron pose également l'unité profonde d'un savoir qui ne saurait se disperser selon les *genera rerum* et s'appuie sur Platon pour établir que la connaissance repose sur le lien *(vinculum)* reliant entre eux les arts humains dans une même communauté *(societas)*.

doit-on considérer que la science du nombre donne à la mathématique son unité ? C'est cet argument, très souvent repris par les néo-platoniciens, qui va nous intéresser :

« C'est pourquoi les mathématiques (μαθημάτων) sont nécessaires. Or la plus importante et la première, est celle des nombres pris en eux-mêmes et dépourvus de corps, toute la théorie du pair et de l'impair, de leur génération, de leurs puissances et de ce qu'ils en communiquent à la nature des étants. Quand on la connaît, vient immédiatement après celle que l'on désigne bien ridiculement du nom de "géométrie". En effet, la nature des nombres ne les rendant pas tous semblables les uns aux autres, la similitude peut être rendue manifeste par l'intermédiaire de ce qui revient en propre aux surfaces planes (πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν) ; merveille qui n'est pas humaine, mais divine lorsqu'elle est réalisée, ainsi qu'il apparaît à qui peut la comprendre. Viennent ensuite les nombres trois fois augmentés et semblables par nature au solide. Ceux qui sont dissemblables sont rendus semblables par une nouvelle technique, que ceux qui l'ont découverte par hasard ont appelé stéréométrie. Ici, le divin et le merveilleux, pour ceux qui le considèrent et y réfléchissent, c'est de voir comment la puissance s'enroulant autour du double ainsi que celle qui procède à rebours modèle en genre et en espèce (εἶδος καὶ γένος) selon chaque proportion (καθ' ἑκάστην ἀναλογίαν) la nature tout entière » (990 *c* 5 - 991 *a* 1).

Ce passage est certainement volontairement obscur, dans la tradition des spéculations sur le nombre géométrique (*Rép.*, 546 *b*) ou sur la séparation du mélange dans le *Timée* (la suite est d'ailleurs une citation quasi littérale de *Timée* 36 *a* sur la « naissance » des deux moyennes). Mais cette obscurité voulue ne doit pas faire écran à la saisie d'un certain nombre d'indications importantes, notamment au montage inédit qu'il propose. C'est la première fois, en effet, que nous disposons d'une association aussi claire entre programme philosophique et théorie mathématique. Le premier aspect (le programme philosophique), se situe, sans conteste, dans le prolongement du livre VII de la *République* : il s'agit bien d'expliciter ce qui fait la « communauté » des *mathêmata*. Mais ce schéma connaît ici un infléchissement décisif : la dialectique a, en effet, tout simplement disparu de l'horizon et le sommet est désormais occupé par les mathématiques, dont la partie la plus haute touche à la cosmologie (991 *b-c*).

Le second aspect (la théorie mathématique) est plus difficile à identifier. Il ne fait pas de doute que l'auteur de l'*Epinomis* se place dans une tradition où la théorie du nombre unifie l'ensemble des *mathêmata*. La géo

métrie ne s'y distingue pas de l'arithmétique par le sujet qu'elle considère, mais par le type de problème qu'elle permet de résoudre. Le passage est très allusif, mais il indique clairement qu'elle permet de régler des questions de nombres par le recours à des surfaces planes. Cette indication a souvent été considérée comme une allusion au procédé proposé par Théétète – ce qui a parfois conduit à rendre la « dissimilitude » évoquée par « incommensurabilité ». Rien n'indique pourtant encore que ce déplacement soit justifié. De fait, la suite du passage se concentre plutôt sur le problème central de l'insertion des moyennes :

« Ainsi, la première [proportion] s'avance suivant le double, d'après le rapport numérique (κατ' ἀριθμὸν λόγον) de un à deux ; double également, celle qui est selon la puissance ; double encore celle qui s'achemine vers le solide et le tangible en sautant de un à huit[1] ; enfin, du double à une moyenne, l'une, à égale distance, surpasse le plus petit de ce dont est surpassé le plus grand ; l'autre excède les extrêmes et est excédée par eux d'une même partie de chacun d'eux[2]. Ainsi entre six et douze se forment l'hémiole et l'épitrite. La progression, qui évolue dans les deux sens au milieu de ces derniers, dispensant aux hommes la grâce du consonant et du commensurable (σύμφωνον καὶ σύμμετρον), en vue des jeux du rythme et de l'harmonie, est un don du chœur bienheureux des Muses » (991 *a* 1 - *b* 5).

1. Comme nous l'avons déjà rappelé, le « double » était considéré dans la théorie musicale comme la relation fondamentale (celle de l'octave). Il en découla toutes sortes de spéculations autour de cette relation, dont nous avons ici un exemple. L'auteur fait remarquer que l'énumération nous fait rencontrer le premier nombre carré (4) et le premier nombre cube (8) dans les puissances de 2. Or il s'agit des premiers termes de la première ἀναλογία (suite de nombres en proportion continue) : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128... On peut donc tirer de cette suite en « raison double » la suite des « premiers » carrés : 1, 4, 16, 64... et la suite des « premiers » cubes : 1, 8, 64. En termes plus clairs, l'auteur fait donc remarquer que les suites construites à partir du premier nombre qui s'offre à nous dans la suite des entiers comme carré (4) et comme cube (8) engendre des suites extraites de la première et sont donc également de « raison double », mais à une certaine puissance (carrée ou cube). Dans toutes ces considérations, nous ne devons pas oublier que l'unité n'est pas comprise comme un nombre (sans quoi elle serait le premier nombre, plutôt que 2, et la « première » ἀναλογία serait évidemment : 1, 1, 1, 1...). Sur tous ces points, voir Théon , trad. franç. (1892), p. 175-183 (T 107.24-110.19).

2. Même remarque pour les insertions de moyennes proportionnelles (ἀναλογία toujours), mais cette fois en considérant les rapports « inverses ». Le premier type de moyenne est la moyenne arithmétique, qui revient à diviser la somme des termes par deux. Le second est la moyenne harmonique, dont la distance à chaque extrême est égale à une même partie de chacun d'eux ; soit, si $b$ désigne le moyen, $a - b = a/n$ et $b - c = c/n$. Le lien au rapport inverse du double est ici moins clair, sinon que la moyenne harmonique peut s'exprimer comme moyenne arithmétique des inverses ($1/a + 1/c = 2/b$), à moins que la référence à la puissance de l'inverse du double ne renvoie ici aux exemples numériques qui suivent.

Le contexte général est ici celui du modèle musical, hérité des pythagoriciens et poursuivi par le *Timée*. On cherche alors à retrouver dans les cycles célestes ou l'organisation de l'« âme du monde » des rapports découverts dans les accords de la gamme (double : octave ; hémiole : quinte ; épitrite : quarte). La théorie générale des médiétés manifeste alors le « lien » profond de toutes choses. Telle est d'ailleurs la conclusion du passage :

« Voici la vraie méthode – car on doit dire au moins cela : tout diagramme numérique, toute composition, toute combinaison harmonique, enfin le concert de toutes les révolutions célestes révèlent leur similitude d'essence (τὴν ὁμολογίαν οὖσαν μίαν) à qui s'en instruit méthodiquement. Elle apparaîtra si, je le répète, on apprend correctement, les yeux toujours fixés sur l'unité – car alors, à la réflexion, il apparaîtra qu'un lien (δεσμὸς) naturel unique relie tous les phénomènes » (991 *a* 1-5)[1].

Ce développement, sous lequel se placeront Nicomaque, Théon et Jamblique, est essentiel pour attester l'existence d'une position d'unité des *mathêmata* fondée sur une théorie générale des mathématiques et enrôlée dans un programme platonicien de « vraie méthode ». Contrairement à ce qui se passait dans le *Timée,* l'auteur de l'*Epinomis* a pris un soin certain à donner une présentation synthétique dans laquelle on passe naturellement de la constitution des ἀναλογίαι (progressions de nombres en proportion continue) aux moyennes – la question des moyennes proportionnelles étant prudemment laissée de côté et le rapport entre proportion continue et moyenne esquissé à partir de considération sur le rôle du « double » comme paradigme. Il offre donc un pendant au programme de Speusippe en soutenant la seconde hypothèse avancée : l'existence d'une conception philosophique fortement appuyée sur des théories mathématiques assez élaborées et que la théorie « universelle » mentionnée en *An. Post.,* I, 5 aurait remise en cause. Par ailleurs, il concorde remarquablement avec le type de théorie générale sous-jacente à la théorie des πρός τι κατ' ἀριθμὸν de *Mét.,* Δ 15. Reste alors à comprendre

1. ἀνάγκη γὰρ τό γε τοσοῦτον φράζειν - πᾶν διάγραμμα ἀριθμοῦ τε σύστημα καὶ ἁρμονίας σύστασιν ἅπασαν τῆς τε τῶν ἄστρων περιφορᾶς τὴν ὁμολογίαν οὖσαν μίαν ἁπάντων ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι, φανήσεται δέ, ἄν, ὃ λέγομεν, ὀρθῶς τις εἰς ἓν βλέπων μανθάνῃ δεσμὸς γὰρ πεφυκὼς πάντων τούτων εἷς ἀναφανήσεται διανοουμένοις.

en quoi précisément cette théorie aurait été remise en cause par l'arrivée d'une théorie plus générale et, plus simplement, quel type d'articulation elle proposait exactement entre nombre et grandeurs, « arithmétique » et « géométrie ».

Comme nous l'avons déjà entrevu, cela revient à interroger le rapport entre la théorie de la *dissimilitude des nombres* allusivement mentionnée dans ce texte et la question de l'*incommensurabilité des grandeurs,* qui a jusqu'à présent été l'interlocuteur privilégié dans les questions d'universalité. Sans vouloir entrer dans tous les détails de cette théorie, remarquons déjà que la question de la similitude entre nombres est, dans la mathématique euclidienne, une notion technique. Deux nombres plans ou solides sont, en effet, dits « semblables » quand leurs « côtés » sont proportionnels (VII, Def. 22). Rien n'oblige évidemment à considérer que c'est le sens qui est ici mobilisé. Pour s'en convaincre, il faut encore remarquer que la théorie des nombres semblables joue précisément un rôle essentiel pour amener à une détermination claire de la question de la moyenne proportionnelle. En effet, les propositions VIII, 18 et VIII, 20 des *Éléments* ont précisément pour but d'établir que :

> « 18 : Entre deux nombres plans semblables, il existe un nombre moyen proportionnel. Et le nombre plan a, relativement au nombre plan, un rapport doublé de celui du côté homologue relativement au côté homologue.
>
> « 20 : Si un nombre moyen proportionnel tombe entre deux nombres, ces nombres seront plans semblables. »

Il existe donc un lien fort entre la question de la recherche des moyennes et la question de la similitude des nombres (ainsi que de l' « homologie » des côtés). Ce lien joue un rôle central dans la distinction entre commensurable et incommensurable. Au lemme de la proposition X, 9 des *Éléments,* il est en effet rappelé que les nombres plans semblables sont ceux qui ont entre eux un rapport de carré à carré (VIII, 26). Or Euclide vient d'indiquer que ce critère (avoir un rapport de nombre carré à nombre carré) discrimine au sein des grandeurs « exprimables » les lignes commensurables et incommensurables en longueur. Cela signifie donc que la théorie « arithmétique » peut assumer la question des moyennes proportionnelles *jusqu'à un certain point que marque la condition de la simili-*

*tude des nombres.* C'est précisément la ligne de fracture qui est introduite par l'*Epinomis* pour discriminer « arithmétique » et « géométrie ».

Une fois cette ligne franchie, qui est celle des lignes incommensurables en longueur, la théorie doit affronter directement la question des incommensurables et pour cela, le recours aux surfaces s'avère nécessaire. Nous avons vu que chez Théétète, c'est bien toujours un nombre (moyen proportionnel) qu'il s'agira de déterminer dans ce que l'on nomme, d'après l'*Epinomis,* du nom « ridicule » de géométrie. De fait, les « surfaces » mobilisées ne sont pas plus « géométriques » que ne l'étaient les nombres « carrés » (il ne s'agit pas notamment d'étudier sous le nom de géométrie l'objet propre des premiers livres des *Éléments* : triangle, cercle, polygones). Elles servent ici à désigner un moment où le traitement des nombres doit nécessairement recourir à un autre procédé de comparaison que celui qui était possible tant que les objets considérés étaient directement commensurables entre eux (donc directement comparables à des rapports numériques).

On voit qu'il n'est donc pas exagérer d'induire et de la stratégie de retournement engagée par Aristote et du programme platonicien de recherche d'une « communauté » des *mathêmata,* qu'il existait bien une position de théorie générale des *mathêmata* fondée sur les πρός τι κατ' ἀριθμὸν. Ceci règle donc une interrogation laissée en suspens dans notre travail de reconstruction des positions d'Aristote. S'il paraît discutable d'en attribuer la paternité à Platon lui-même, il est, en revanche, très vraisemblable que ce modèle ait eu cours dans l'Académie, d'autant qu'il allait de pair avec une élucidation des passages si difficiles du *Timée* (dont on peut imaginer qu'ils avaient dû susciter bien des interrogations). En outre, ce dispositif pouvait résister à la plupart des critiques d'Aristote (sauf précisément celle sur la « démonstration universelle ») et constituait un adversaire redoutable si l'on suppose qu'il appuyait sur un programme mathématique offensif, comme la référence constante des commentateurs à Ératosthène peut le laisser penser. Contre toute attente, c'est d'ailleurs lui et non celui qu'on pouvait construire avec les *Éléments* d'Euclide qui semble avoir dominé jusqu'à Proclus. Car c'est ce modèle d'unité des mathématiques qu'on trouve mis en avant chez Nicomaque, Théon et Jamblique pour exprimer ce qui fait la « communauté » des *mathêmata.*

Parallèlement, on comprend mieux qu'Aristote ait pu trouver dans la mise au point d'une théorie « universelle » au sens qu'il donne à ce terme dans les *Seconds Analytiques,* un soutien de poids, alors même que cette théorie introduisait certaines difficultés dans sa propre conception (notamment sur le rapport de l'universel aux « genres »). De fait, elle constitue une attaque directe de ce modèle, dont elle remet en cause la généralité. Avec lui s'achève donc naturellement notre premier parcours en compagnie de la « mathématique universelle ».

III

# LE MOMENT NÉO-PLATONICIEN

## INTRODUCTION : D'ARISTOTE À PROCLUS

Après le moment aristotélicien, le second grand moment de la mathématique universelle fut assurément néo-platonicien. En témoignent les deux seuls traités conservés à ce jour qui soient *explicitement* consacrés à ce thème : *Sur la science mathématique commune* de Jamblique (250-325)[1] et le *Commentaire au premier livre des Éléments d'Euclide* de Proclus (*ca.* 410-485) – principalement son premier prologue, d'ailleurs titré par un traducteur de la Renaissance : « Sur la science mathématique universelle »[2]. Dans l'état actuel des connaissances, il n'est guère facile de déterminer si ces ouvrages relèvent d'un « genre », auquel les deux auteurs se seraient pliés après d'autres et qui appartiendrait à une histoire oubliée de la mathématique universelle[3]. Il est néanmoins remarquable que le thème n'appa-

1. *De Communi mathematica scientia,* ed. N. Festa (1891) [désormais J].
2. Τίς ἡ καθόλου μαθηματική ἐπιστήμη (C. Dasypodius, *Volumen II mathematicum,* Strasbourg, 1570). Une traduction latine complète avait été donnée quelques années auparavant par F. Barozzi (Barocius) à Padoue, en 1560. L'édition moderne de référence est celle de G. Friedlein (1873) [désormais P].
3. O'Meara (1990), p. 157-161.

raisse pas dans les œuvres conservées d'autres grands commentateurs (Nicomaque, Théon, Pappus), où il pourrait assez naturellement trouver sa place – fût-ce de manière critique. Cela dit, Jamblique aussi bien que Proclus attribuent tous les deux à leurs prédécesseurs « Pythagoriciens » une réflexion censée porter déjà sur la « mathématique générale » (ὅλη μαθηματική), au moins sur la question de son organisation d'ensemble en genre et espèces[1].

Les références les plus claires à une tradition de problèmes sont en fait pour l'essentiel – ce qui ne sera pas pour surprendre – des renvois directs à Platon et, dans une moindre mesure, à Aristote. Le premier aspect apparaît clairement chez Proclus au chapitre XIV de son premier prologue. Deux questions classiques y sont évoquées : celle du sommet des *mathêmata* (θριγχὸν τῶν μαθημάτων), explicitement héritée de *République,* VII, 534 *e,* et celle de leur « lien » (σύνδεσμος), explicitement héritée de l'*Epinomis* (dont Proclus est un des premiers auteurs à ne pas considérer qu'il s'agit d'un dialogue authentique de Platon). Dans ce cadre se trouve également critiquée une solution attribuée à Ératosthène (- 276/- 194), selon laquelle le lien des *mathêmata* serait donné par l'idée d'ἀναλογία. C'est précisément contre cette thèse que Proclus fait alors valoir son propre concept de « mathématique générale » (P 43.24 sq.).

Si peu de témoignages subsistent sur la « mathématique générale » – d'ailleurs présentée ici par Proclus comme une doctrine originale –, la question du « lien » ou de la « communauté » unissant les différents *mathêmata* paraît, en revanche, avoir été au premier plan des exposés de la tradition platonicienne depuis les temps de la première Académie. Une grande continuité apparaît sous ce point de vue[2]. Le dialogue philosophique d'Ératosthène, *Le platonicien,* ne nous est malheureusement pas parvenu, mais Théon de Smyrne (*ca.* 70 - *ca.* 135)[3] en a conservé quelques passages qui offrent un témoignage concordant avec celui de Proclus. Après avoir

1. J 18.12 ; P 35.23 ; voir également Syrianus, *In Mét.* (éd. Reimer, 1902), p. 102.25.

2. Elle développe l'exigence platonicienne d'une saisie de la συγγένεια et de la κοινωνία des *mathêmata* – deux expressions reprises par Jamblique (J 5.33 ; 6.187).

3. *Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium,* éd. E. Hiller (1878) [désormais T]. Nous citons dans la traduction J. Dupuis (1892), en la modifiant si nécessaire. Le dialogue d'Ératosthène est cité explicitement en T 2.3 et 81.17

rappelé la distinction qu'Ératosthène proposait de faire entre λόγος (rapport) et διάστημα (intervalle)[1], puis donné une définition générale de l'ἀναλογία comme identité de rapports, Théon avance : « Ératosthène dit que le rapport est le principe qui donne naissance à la proportion et qu'il est aussi la première cause de la génération de toutes les choses qui sont disposées avec ordre. »[2] Cette thèse héritée du *Timée* – où apparaissait justement la question platonicienne du « lien » – est l'occasion pour Théon de convoquer l'autorité de l'*Epinomis* et le fameux passage sur le δεσμὸς que nous avons étudié dans la partie précédente (à cette différence près que l'ἀναλογία est venue s'y substituer heureusement à l'ὁμολογία, assurant ainsi une cohérence maximale entre le passage sur le rôle des moyennes et la conclusion sur le fondement de la « vraie méthode »)[3].

Ce n'est pas la seule référence à ce programme dans cet « exposé des connaissances mathématiques utiles à la lecture de Platon ». Dès les premières pages, où Théon rappelle les passages célèbres de *République,* VII sur l'apprentissage des *mathêmata* et la vue d'ensemble (σύνοψις) nécessaire au dialecticien, son autorité est convoquée - conjointement à nouveau à celle d'Ératosthène (T 2.15-22). Rappelant ensuite la place privilégiée que tient l'arithmétique dans ce schéma et la nécessité d'une saisie de la parenté (συγγένεια) et de la communauté (κοινωνία) des mathématiques,

1. T 81.17-19. Ces passages, s'ils sont bien d'Ératosthène, iraient dans le sens d'une origine musicale de la théorie des λόγοι qui aurait pu rendre nécessaire ce genre de distinction.

2. (T 82.22 sq.). Ce passage est d'ailleurs intéressant pour témoigner d'une part du lien fort entre théorie des rapports et théorie de l'égal ; de l'autre, de l'intervention dans la théorie des « éléments » d'un niveau propre du relatif : « Toute proportion se compose, en effet, de rapports et *le principe du rapport est l'égalité.* Cela est évident : dans tous les genres, il y a un certain élément propre, ou un principe, dans lequel tous les autres se résolvent, tandis que lui-même ne se résout en aucun d'eux. Or, ce principe est nécessairement indécomposable et indivisible, car tout ce qui peut se décomposer et se diviser est appelé collection et non élément. / Les éléments de la substance sont donc indivisibles selon la substance, ceux de la qualité le sont selon la qualité, ceux de la quantité le sont selon la quantité. Et chaque chose est indivisible et une, selon qu'elle est un élément d'une chose composée ou mixte. Ainsi l'élément de la quantité est l'unité, celui de la grandeur est le point, celui du rapport et de la proportion est l'égalité » (trad. J. Dupuis, p. 135. Nous soulignons). Sur l'identification de l'universel aux « éléments » (Un et point), voir *supra,* p. 55.

3. T 84.7-14. Le passage est attribué à Platon. Dans la citation qu'en fait Théon, il n'est question que d'un δεσμὸς – et non d'un σύνδεσμος comme chez Proclus. Ces deux moments (définition du principe du rapport et référence à l'*Epinomis*) se retrouvent chez Pappus [*Synagoge,* 3.86-88] (éd. F. Hultsch, 1876-1878).

Théon se tourne à nouveau vers ce dialogue pour confirmer le primat de la théorie des nombres (T 7.9 sq., se référant à *Ep.*, 976 *e* - 977 *d*)].

Cette place de premier plan accordée au programme de l'*Epinomis* se retrouve chez Nicomaque (*ca.* 100) qui rappelle en ouverture de son *Introduction arithmétique* le passage sur le « lien » des *mathêmata* en se référant à ce qu'il croit être le « treizième livre des *Lois* »[1]. Ce même passage est également repris, quoique plus allusivement, par Jamblique au début de son traité sur la science mathématique commune, lorsqu'il cherche à faire valoir la nécessité d'un point de vue unitaire sur les mathématiques (chap. 6)[2]. Nous disposons donc d'informations non négligeables sur la prégnance de ce modèle, qui viennent remarquablement soutenir la reconstitution proposée dans le précédent chapitre : de toute évidence, il était d'usage de chercher à comprendre le programme de la *République* appelant à une saisie de la « communauté » des mathématiques en le rapprochant des indications données dans l'*Epinomis* sur le rôle de la proportion (ἀναλογία), qui elles-mêmes s'appuyaient sur la description du « lien » issue du *Timée*. C'est ce dispositif qui sert de modèle à Jamblique pour avancer l'idée d'une théorie générale des *mathêmata* (κοινὴ θεωρία τῶν μαθημάτων) et d'interlocuteur privilégié à Proclus pour faire valoir, par différence, son propre concept de « mathématique générale » (ὅλη μαθηματική).

Ainsi, non seulement les commentateurs que nous venons de citer – Proclus faisant délibérément exception sous ce point de vue – ne considèrent pas qu'une théorie comme celle qu'expose le livre V des *Éléments* – ou une autre d'ailleurs – ait réglé la question de l'unité des mathématiques, *mais ils n'éprouvent même pas le besoin de discuter cette possibilité.* Contrairement à ce qui se passera chez les commentateurs arabes et latins, la discussion sur l'unité des mathématiques n'est donc pas liée au diagnostic de certaines difficultés conceptuelles internes à la théorie euclidienne : elle repose avant tout sur l'existence d'un *autre* programme. Le point est de

1. *Introd. Ar.*, 1.3.5.

2. J 6.5-11. Jamblique utilise à nouveau le thème du lien en mentionnant cette fois le σύνδεσμος, comme Proclus, à propos de la thèse, attribuée à Archytas, selon laquelle les sciences mathématiques sont « sœurs » – passage qu'il rapproche immédiatement du programme platonicien de recherche de la συγγένεια.

grande importance pour l'appréciation des rapports entre philosophie et mathématique dans l'Antiquité. Car la tentation est toujours grande de réduire les « mathématiques grecques » au modèle classique qu'on trouve chez Euclide et Archimède, puis de considérer que la « théorie des rapports et proportions » en constituait le noyau dur. En fait, la ligne de fracture apparue dès les temps de l'Académie au niveau philosophique et mathématique se poursuit dans la coexistence entre deux grands modèles de théorie des λόγοι : celui donné par le livre V d'Euclide et celui donné par la théorie des rapports entre nombres (dont l'exposé de Nicomaque est un des rares témoignages complets subsistants et qui reste dominant dans un exposé comme celui de Théon).

Que les auteurs néo-pythagoriciens (jusqu'à Jamblique compris) se soient plutôt orientés vers Ératosthène[1] et l'*Epinomis* que vers Euclide, n'est pas pour surprendre. D'une part, leur doctrine confère évidemment un net privilège théorique au nombre comme principe de toutes choses ; de l'autre, cette « solution » avait l'avantage d'accorder en apparence les Anciens (« Archytas », Platon, voire Aristote) sur un modèle minimal et effectivement commun où était censé se dévoiler le caractère universel de leur « sagesse » : l'unité y est donnée sous la forme d'une « parenté » qui opère à un niveau très général (l'utilisation des nombres ; la recherche de l'ἀναλογία) ; elle se ramène en dernière instance à un modèle plutôt logique et fondationnel tiré de la théorie des rapports numériques. Nicomaque, après avoir rappelé la célèbre formule attribuée à Archytas selon laquelle les disciplines mathématiques sont comme des sœurs, n'hésite pas, malgré le peu de consistance de cette nouvelle métaphore, à déclarer l'arithmétique « mère » de toutes les mathématiques[2]. Mais le signe le plus manifeste de l'inflexion du côté d'une théorie générale du nombre est donné par l'exposé de Théon : censé présenter les mathématiques nécessaires à la lecture de Platon, il n'accorde en effet aucune place spécifique

1. Sur le rapport de Nicomaque à ce que nous pouvons connaître du *Platonikos,* voir J. Bertier (1978), p. 13. Les citations de Nicomaque que nous donnons sont tirées de cet ouvrage.

2. C'est l'objet du chapitre 1.4, consacré à établir la primauté de l'arithmétique sur les autres *mathêmata.* Sur l'ontologie de Nicomaque et l'importance donnée au nombre, voir D. O'Meara (1989), p. 14-23.

aux théories géométriques, pourtant présente dans les dialogues (pensons simplement à l'usage des polyèdres réguliers dans le *Timée*). Inversement, une importance très grande est réservée aux théories musicales, dans le cadre desquelles apparaissent le traitement général du λόγος et un traitement sommaire (purement descriptif) des figures. Ce dernier se trouve d'ailleurs à nouveau justifié par l'autorité d'Ératosthène, censé avoir démontré « que toutes les figures résultent de quelque proportion, que pour les construire il faut partir de l'égalité et qu'elles se résolvent en égalité, qui est la première origine de toutes les proportions et qui elle-même ne peut se résoudre en aucune autre, mais seulement dans la raison d'égalité » (T 111.10-13). Dans cette tradition, dont l'approche est typiquement « fondationnelle », nul n'est besoin de statuer sur l'existence d'une authentique théorie universelle, au sens où la dispersion apparente des domaines d'objets pourrait engendrer des difficultés conceptuelles propres.

S'il est donc possible d'établir une lignée de problèmes continue, il ne faudra pas confondre la perpétuation de la question de l'unité ou du « lien » des *mathêmata* avec celle de la « mathématique universelle », telle que nous l'avons reconstituée à partir du texte d'Aristote. La critique de Proclus n'a d'ailleurs pas d'autre but que d'ouvrir à nouveau ce problème – en réinvestissant fortement la référence aristotélicienne délaissée par ses prédécesseurs – problème dont nous avons vu qu'il émergeait précisément au point de tension entre modèle « fondationnel » et modèle « ascensionnel ». Il est intéressant de remarquer que le modèle « pythagoricien », s'accorde sans trop de difficulté avec l'ontologie aristotélicienne des « genres », alors que ses attendus philosophiques sont pourtant si différents. Le début du traité de Nicomaque est exemplaire de ce point de vue. Après avoir exposé une doctrine, attribuée aux pythagoriciens, d'après laquelle l'opposition déterminante est celle de l'être (« au sens propre ») et du devenir (être « par homonymie »), il pose néanmoins une division irréductible entre deux genres d'être qui traverse cette répartition : « Des êtres *au sens propre* et de ceux qui le sont *par homonymie,* c'est-à dire des intelligibles et des sensibles, les uns sont unifiés et à l'état de cohésion, comme le vivant, le monde, l'arbre, et tout ce qui leur ressemble, lesquels au sens propre et particulier s'appellent grandeurs ; les

autres sont divisés et à l'état de juxtaposition et comme en tas, lesquels s'appellent multiplicités, comme un troupeau, un peuple, un tas, un chœur et toutes choses semblables » (1.2.4). Nous retrouvons ici la séparation inaugurale entre les deux genres de la quantité (ici ποσόν et πηλίκον) que Proclus présentera d'ailleurs comme typique de la classification « pythagoricienne » des *mathêmata* (P 35.27).

Cette position est doublement importante : d'une part, il s'agit d'un des rares témoignages subsistant sur la question de l'unité des *mathêmata,* antérieur aux œuvres de Jamblique et Proclus. D'autre part, il a représenté une source très importante, sinon la source la plus importante à côté d'Aristote, de la philosophie des mathématiques jusqu'à la Renaissance, notamment par l'intermédiaire de son commentaire par Jamblique, puis par les élèves d'Ammonius : Asclepius de Tralles et Jean Philopon, enfin de sa traduction libre par Boèce sous le titre : *Institutio Arithmetica*[1]. Or cette première configuration reste au seuil de la difficulté, telle qu'elle a été posée par Aristote, puisqu'elle ne dit en fait rien sur l'unité théorique du traitement de ces deux genres d'objets. Que nous ayons besoin du nombre pour exprimer les premières vérités géométriques est patent – de même qu'est indéniable le rôle de modèle logique qu'a pu jouer la théorie des rapports entre nombres pour la constitution d'un régime opératoire des λόγοι (c'est l'idée aristotélicienne d'une « mathématique première » et d'un primat des relations numériques dans la conceptualisation des « relatifs »). Mais cette position n'engage justement pas sur la possibilité de produire une théorie valable de tous les objets (ou, si l'on veut respecter la formulation plus neutre : qui ne soit pas liée à un genre particulier), problème que Jamblique aura précisément le mérite de poser à nouveau, même s'il reste encore dépendant du cadre néo-pythagoricien. Là se tient précisément la question d'une « mathématique universelle » en tant qu'elle n'est pas seulement celle du « lien » ou de la « parenté » des *mathêmata*[2]. Sous ce point de

1. Sur les médiations qui conduisent de Nicomaque à Boèce, voir l'introduction qu'a donnée J.-Y. Guillaumin (1995) à l'*Institution arithmétique,* p. XXIV. Rappelons que le *Commentaire au premier livre des Éléments* de Proclus ne semble pas avoir été connu des auteurs arabes et latins du Moyen Âge.

2. Nous ne suivons donc pas A. Charles-Saget (1982) dans l'idée d'une très grande proximité de Proclus et Nicomaque (p. 201-205).

vue, les œuvres de Jamblique et de Proclus apparaissent à la fois comme s'inscrivant dans une forte tradition de problèmes et comme marquant un moment de rupture ou de retour au problème initial.

Ceci nous conduit naturellement à l'autre indication fournie sur la tradition dans laquelle s'insère le programme néo-platonicien (en fait, principalement Proclus) : le rôle prépondérant tenu par Aristote aux côtés des références platoniciennes. Sur ce point, les informations sont plus fournies. Nous savons notamment que l'étude des œuvres du Stagirite avait été introduite dans le cursus néo-platonicien par Porphyre, au titre d'une formation logique préalable à l'acquisition de la « vraie » philosophie (celle de Platon, plus ou moins identifiée à celle de Pythagore). La *Vie de Proclus* que nous a transmise Marinus, indique clairement que son maître avait d'ailleurs suivi un tel cursus[1]. Ce mouvement de retour conduisait naturellement à séparer de manière assez tranchée les questions d'ordre logique (référées de manière privilégiée à Aristote) et les questions d'ordre ontologique (référées de manière privilégiée à Platon). Or nous savons que la question du καθόλου offrait une prise de choix à ce partage. Comment ne pas remarquer, en effet, la tension propre à la philosophie aristotélicienne entre une théorie de la science inscrite sous le privilège de la démonstration καθόλου, et la multiplication des critiques adressées au καθόλου platonicien au profit du privilège ontologique de la substance individuelle (comme composé de forme et de matière) ? Nous avons vu que cette objection semble d'ailleurs avoir été immédiatement portée contre la théorie de la science aristotélicienne et précisément sur l'exemple de l'universel en mathématique (*An. Post.*, I, 24). Une stratégie simple de retournement de l'aristotélisme contre lui-même consistait alors à faire valoir les critères logiques (primat de l'universel) *contre* les critères ontologiques (primat de la substance individuelle) – selon un mouvement tout à fait comparable, mais inverse, à ce qu'Aristote avait lui-

1. « En moins de deux années complètes, Syrianus lut avec lui tous les traités d'Aristote, ceux de logique, de morale, de politique, de physique et celui qui les dépasse tous, sur la science théologique. Puis, quand il eût été bien introduit par ces ouvrages, comme par des sortes de sacrifices préparatoires et de petits mystères, il l'amena peu à peu à la mystagogie de Platon » (Marinus [2002], § 13, p. 15-16).

même tenté d'opérer contre les platoniciens[1]. Le passage de l'apprentissage préliminaire de la « logique » à la « vraie philosophie » s'y trouvait fondé.

Cet arrière-plan est très apparent dans la constitution de la mathématique générale procléenne – par différence avec le traitement jambliquéen, qui prend un soin certain à se référer systématiquement aux « pythagoriciens » (y compris pour leur attribuer, via la référence à « Archytas », la paternité de certaines thèses platoniciennes). Ainsi, juste après avoir exposé les théorèmes communs aux mathématiques, Proclus se demande à qui il appartient de connaître la permutabilité des proportions pour elle-même, reprenant l'exemple canonique de démonstration καθόλου donné par les *Analytiques Seconds,* I, 5 (P 9.2-11)[2]. Quelques pages plus loin, discutant explicitement du statut de l'universel, il reprend à nouveau le modèle aristotélicien de démonstration, cette fois sur l'exemple non moins familier du triangle et de ses espèces (isocèle, équilatéral, scalène) (P 14). Ce thème est ensuite développé longuement au chapitre XI, lorsqu'il s'agit de réfléchir sur la logique du mathématicien (P 32-33). Le premier réquisit est, en effet, de savoir où tracer la limite de validité du commun (κατὰ τὰ κοινὰ). L'exemple du triangle sert à stigmatiser, comme chez Aristote, le danger des démonstrations trop particulières. Mais ce cas ne s'étend évidemment pas au point de surmonter la frontière des genres. La notion de « similitude » pour les nombres et pour les figures donne alors un exemple de concept trop général, dont la communauté ne serait que nominale (c'est le cas mentionné en *An. Post.,* II, 17 au titre de l' « homonymie ») (P 33, 1-10). L'universalité reste donc ici entée sur la donnée de sujets et leur répartition en genres. Pour autant, creusant l'autre exemple de la démonstration καθόλου, Proclus n'en ménage pas moins un troisième niveau, parfaitement conforme aux indications d'Aristote, où apparaissent sans surprise et les « analogies » et le point de vue « logique » sur la prédication : « En troisième lieu, nous disons que

1. C'est la stratégie que suit notamment Syrianus cf. H. D. Saffrey (1990), « Comment Syrianus, le maître de l'école d'Athènes, considérait-il Aristote ? », p. 131-140.

2. Déjà chez Syrianus, *In Mét.,* 94 *a* 28. À l'inverse, le chapitre correspondant de Jamblique (§ 6) non seulement ne fait aucune référence à la question du καθόλου, mais est celui où est présenté le modèle tiré de l'*Epinomis* que critique Proclus.

celui qui veut juger correctement des raisons mathématiques doit avoir également étudié la similitude et l'altérité, le caractère par soi ou accident tel [des attributs], les analogies et toutes les matières de cette sorte. Car c'est par rapport à elles que sont faites presque toutes les erreurs de ceux qui estiment montrer mathématiquement quelque chose. »[1]

Dans cette discussion, le lien de la science à un genre d'objets paraît acquis et certains passages sont de simples reprises du Stagirite[2]. Mais la force de Proclus va précisément être de réinsérer dans ce développement, qui constitue en quelque sorte l'« état de la question » une conception « platonicienne » du καθόλου. D'une part, il fait valoir l'argument attendu selon lequel les démonstrations scientifiques ne portent pas sur l'objet que les considérations ontologiques tendraient à privilégier d'un point de vue aristotélicien (puisqu'elles supposent de ne pas faire porter les démonstrations sur du particulier [P 13.27-14.23]) ; de l'autre, il va se fonder sur cette position pour déployer un niveau d'universalité plus large, qui ouvre la possibilité d'un « genre commun »[3]. On ne saurait prendre plus clairement à revers la stratégie exposée dans les *Analytiques Seconds* (notamment en I, 24) et dans la *Métaphysique* (notamment en M 3).

*
* *

Nous reviendrons sur ces points dans le détail de l'analyse, mais il était nécessaire d'indiquer d'emblée qu'ils prennent directement la suite des questions croisées au temps de l'Académie. À défaut d'une continuité historique, sur laquelle nous manquons d'informations, nous n'en pouvons pas moins établir une continuité problématique forte, marquée très clairement chez Proclus par une forme de retour à la question posée au temps de l'Académie. Pour autant, cette perspective cavalière n'est pas

1. (P 34.20-24). Chez Jamblique (§ 27), le référent est plutôt le modèle pythagoricien, dans lequel le point de vue unitaire se justifie de séjourner auprès des principes intelligibles.

2. Notamment (P 58), sur le lien de toute science à un sujet ou genre. Proclus s'accorde également avec Aristote pour considérer que les « axiomes communs » ne s'appliquent dans tel ou tel domaine que par rapport à un certain sujet (également P 184.18-23).

3. L'expression anti-aristotélicienne, déjà présente chez Jamblique (§ 33), est reprise par Proclus au début du chapitre XII pour résumer son premier moment : τὸ ὅλον καὶ παντελὲς αὐτῆς [μαθηματικῆς] γένος (P 35.19-20).

sans danger. L'opposition à travers les âges de l'« aristotélisme » et du « platonisme », pour éclairante qu'elle soit, masque, en effet, une partie des enjeux.

Les problèmes qui dirigent l'exposé de Proclus visent assez clairement deux ennemis au moins : d'un côté, un modèle « logique », fondationnel, de théorie générale des *mathêmata* ; de l'autre, une conception « abstractionniste » du καθόλου. Dans les deux cas, l'interlocuteur paraît être Aristote, mais cette apparence cache également une lutte avec différents *usages* de la doctrine du Stagirite. De fait, l'abstraction que combat Proclus ressemble beaucoup plus à celle qui pouvait valoir dans le modèle promu par Alexandre d'Aphrodise[1]. Certains des arguments qu'il lui oppose semblent d'ailleurs tirés d'Aristote lui-même[2]. Quant à la conception « logique » de la science universelle, on peut se demander si elle ne vise pas certains membres de sa propre École, plutôt qu'Aristote. Il est remarquable notamment que Jamblique prenne déjà la peine de justifier longuement le fait que la logique des mathématiques est autonome et ne nécessite pas un apprentissage *préalable* (c'est l'objet des chapitres 28 et 29 de son traité). De même Proclus insiste bien sur le fait que les opérations que la mathématique reçoit de la dialectique (analyse, synthèse, définition, division et démonstration) se déploient dans les mathématiques d'une manière autonome[3]. La question de la place des mathématiques par rapport à la logique était, en effet, source de débats très importants chez les derniers néo-platoniciens, où le modèle porphyrien incitait à un apprentissage préalable de l'*organon,* alors que Jamblique et Proclus semblent plutôt plaider pour un apprentissage de la logique *à même les mathématiques*[4].

1. Ce point a été argumenté par I. Mueller : « Aristotle's Doctrine of abstraction in some Aristotelian commentators and Neoplatonists » dans R. Sorabji (1990), p. 463-479.

2. L'idée centrale du chapitre VI (p. 12 sq.) notamment, selon laquelle les sens ne sauraient nous donner accès à une ligne parfaitement droite ou à un point de contact entre le cercle et la tangente est explicitement avancée par Aristote (*Métaphysique,* B, 2, 997 *b* 35 -998 *a* 4). Voir également *An. Post.,* I, 31, sur le fait que l'universel ne peut être acquis à partir de l'expérience sensible.

3. P 43.1-10 et Lernould (2001), p. 119-122.

4. Voir la présentation de I. Mueller à la réédition de la traduction anglaise du *Commentaire de* Proclus (1992), p. XXII-XXIV, ainsi que A. Lernould (1987) et, pour les successeurs de Jamblique et Proclus : H. D. Saffrey « ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ » dans Saffrey (1990), p. 251-271.

Que Proclus fasse d'abord intervenir son concept de ὅλη μαθηματική dans un cadre méthodologique (chap. VII) et par différence avec la science de l'être en tant qu'être, est tout à fait significatif de ce point de vue. Il semble ainsi s'inscrire dans une lignée qui, à la croisée des héritages platonicien et aristotélicien, interroge la position d'une « logique » séparée de l'ontologie.

Un dernier élément significatif peut alors nous arrêter. Parmi les questions directement associées à celle du lien et de l'unité des *mathêmata* se trouvait assurément celle de leur classification et de leur ordre d'apprentissage, qui tenait encore une place centrale chez un auteur comme Théon. Or, contre toute attente, Proclus ne traite pas cette question pour elle-même et se contente de rapporter, sans les départager, deux conceptions existantes : la première, dite « pythagoricienne », laisse clairement apparaître le modèle proposé par Nicomaque ; la seconde, attribuée à Geminus (dont on considère qu'il est lié à la tradition stoïcienne), repose sur la séparation entre intelligible et sensible. Cette indifférence à la question de la classification s'explique notamment du fait qu'elle opère postérieurement à la position d'une mathématique générale, dont elle n'ordonne que les espèces[1]. À nouveau, la « mathématique universelle » procléenne trace sa voie par rapport à deux modèles concurrents (celui des « pythagoriciens », celui des « stoïciens ») qu'il suffit de renvoyer dos à dos. Reste à comprendre quelle est cette voie.

1. Voir notamment l'ouverture du chapitre XII où Proclus annonce qu'après avoir traité du genre commun et englobant de la mathématique (μετὰ γὰρ τὸ ὅλον καὶ παντελὲς αὐτῆς γένος [P 35.19-20]), il doit passer à ses espèces. À la ligne suivante, il présente la division proposée par les pythagoriciens pour la ὅλη μαθηματική (P 35.23). Ce point constitue d'ailleurs une différence importante avec le traitement jambliquéen. De fait, si nous comparons les développements suivis par Proclus et Jamblique, nous pouvons aisément constater que sur chacun des grands thèmes inauguraux (les principes, les « sujets », l'unité des mathématiques), Proclus a systématiquement occulté l'étude des « propres » et n'a conservé que l'étude des « communs ». Il en résulte qu'un des rares aspects qui se trouve déplacé dans son plan est précisément la question de la « classification », qui peut chez lui intervenir plus tardivement (après la réponse aux détracteurs et l'étude de la logique des mathématiques et juste avant la conclusion formée par les chapitres XIV et XV). On voit bien comment Proclus a concentré le propos autour de la « mathématique générale », ce qui l'a conduit à repousser l'étude, d'ailleurs très succincte dans ce premier prologue, des sciences particulières. Cette stratégie s'explique d'ailleurs facilement du fait que le second prologue est tout entier consacré à une science particulière : la géométrie.

## III.1. L'ÉTRANGE APPARITION DE LA MATHÉMATIQUE GÉNÉRALE

Quand on sait l'importance du traité de Proclus pour l'histoire de la mathématique universelle, on ne peut qu'être frappé du flou dans lequel cette notion s'y trouve maintenue. Autant Proclus est plus précis que Jamblique lorsqu'il s'agit d'expliciter des références philosophiques ou mathématiques qui soutiennent son orientation, autant il est beaucoup plus vague que son prédécesseur quant au projet lui-même. Alors que Jamblique annonce d'emblée viser une κοινὴ θεωρία τῶν μαθημάτων, qu'il reprendra par la suite au titre d'une ὅλη μαθηματικὴ et qui sert clairement de fil conducteur à son traité, Proclus n'avance qu'avec de grandes précautions. Comme dans le cas d'Aristote, le concept n'est pas mis en avant de manière incantatoire et son importance paraît moins liée à un programme offensif, qu'à sa place dans un dispositif complexe de théorie de la connaissance.

En parfaite conformité avec la tradition platonicienne, l'exposé s'ouvre sur une description générale des objets mathématiques comme réalités intermédiaires (chap. I), rapportés à l'unité des principes de la Limite et de l'Illimité (chap. II). De ce premier moment, il est conclu *par simple analogie* (chap. III) à la nécessité d'une « science une » et à l'existence de propositions communes : « De même que nous avons vu leurs principes communs, qui s'étendent à travers tous les genres mathématiques, de même considérons également par analogie (ἀναλογισώμεθα) les théorèmes qui leur sont communs, simples, issus de la science une (μιᾶ ἐπιστήμη) qui maintient dans l'unité toutes les connaissances mathématiques » (P 7.15-18). Suit l'exposé d'un certain nombre de propositions présentées comme valant « des nombres, des grandeurs et des vitesses ». Une telle étape coïncide assurément avec la position *attendue* d'une mathématique commune : y figurent les théorèmes gouvernant les proportions (τῶν ἀναλογιῶν), les rapports (τῶν λόγων), qui doivent s'entendre ici dans leur sens premier de rapports numériques (multiples, épimores, épimères et leurs inverses) et, plus généralement, tout ce qui concerne l'égal et l'iné-

gal (περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον) – encore que cette présentation ne se limite nullement à ces aspects et mentionne également au titre des traits communs : la méthode, l'étude de la similitude et de la dissimilitude des rapports, ainsi que celle des « puissances »[1]. Or non seulement le concept de « mathématique générale » n'est pas introduit à cette occasion, mais la « science une » va se trouver immédiatement rapportée dans le chapitre suivant (IV) à la « science de l'être en tant qu'être ».

Proclus reprend d'ailleurs à cette occasion l'exemple canonique exposé dans les *Seconds Analytiques* au titre de l'universel en mathématiques :

> « Le géomètre dit que, si quatre grandeurs sont en proportion, elles le seront encore après permutation, et il le démontre selon des principes propres, que l'arithméticien n'utilisera d'aucune manière. Et l'arithméticien dit, à son tour, que, si quatre nombres sont en proportion, ils le seront encore après permutation en raison de principes de sa science propre. À qui revient-il alors de connaître la permutation, qu'elle soit dans les grandeurs ou dans les nombres, ainsi que la séparation des composés, grandeurs ou nombres, et tout aussi bien la composition des séparés ? » (P 9.2-11).

On aimerait évidemment beaucoup entendre déclarer à ce point que c'est à la « mathématique universelle » que devra revenir cette tâche. Mais, ce n'est malheureusement pas la réponse de Proclus, qui se tourne alors vers la science qui « n'estime pas devoir examiner les attributs essentiels du nombre, *ni ce qui est commun à toutes les quantités* (οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς) » (P 9.20-21. Nous soulignons). Cette science, « la plus enveloppante de toutes les autres qui reçoivent d'elle leurs principes », a bien évidemment pour nom « science de l'être en tant qu'être » (P 9.19). C'est d'ailleurs une des raisons pour laquelle nombre de commentateurs renaissants considéreront que la « mathématique universelle » n'est, en fait, rien d'autre pour Proclus que la philosophie première elle-même. Certes, la possibilité d'une mathématique générale n'est pas ici fermée, puisque la

1. Καὶ μὴν καὶ τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις κοινὰ πάν των ἐστὶ τῶν μαθημάτων καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκεῖνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις καὶ συν- θέσεις. ἥ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων οὐδ' ὁτιοῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσιν. (P 8.4-9). Cette description est assez semblable, quoique plus précise, à celle de Jamblique *De Comm. Math. Sc.*, § 5.

« science de l'être en tant qu'être » est bien distinguée de l'étude de « ce qui est commun à toutes les quantités ». Pour autant, le cadre reste étroitement lié à la position procléenne de la « science de l'être en tant qu'être ». La réponse mobilise en fait le point de vue philosophique exposé depuis le début du *Prologue* : tout savoir et tout niveau de réalité doit se comprendre à partir du lien de l'Un et du Multiple ; une connaissance des choses divisibles n'est donc pas possible sans une connaissance première et unifiante des indivisés, en l'occurrence la science des Formes (P 9.11-15). Ce schéma de subordination des sciences « particulières » aux sciences « les plus générales » (ὁλικώτεραι) assure de droit l'existence d'une théorie générale et unitaire des mathématiques, au-dessus des mathématiques particulières et en dessous de la science de l'être en tant qu'être (arguments que mobilisait déjà Jamblique dans son chapitre de conclusion, § 33). Rien n'empêche donc qu'existent différents niveaux de « science une » – ce dont le passage sur les « propositions communes » du chapitre III a donné le pressentiment en mêlant différents niveaux de description (théorique et méthodologique). Force est néanmoins de constater que la théorie commune des mathématiques aura été laissée dans une grande indécision, au moment même où on s'attendait à la voir le plus clairement posée.

Cette impression n'est guère levée par l'introduction explicite du concept de « mathématique générale ». Après s'être longuement étendu sur le type de connaissance (chap. V) et d'objets (chap. VI) que mobilisent les mathématiques, Proclus introduit enfin au chapitre VII son concept de ὅλη μαθηματική. Il s'agit très clairement d'un retour à l'idée d'une « science une » du chapitre III à laquelle il renvoie (P 18.5-7). Mais au lieu de lever alors les indécisions portant et sur l'objet et sur l'étendue d'une éventuelle théorie mathématique générale, la description se contente alors de pointer sa fonction méthodologique et gnoséologique, c'est-à-dire son lien à la διάνοια (P 18.10-19.5). Conséquence essentielle : l'exposé semble valoir aussi bien des mathématique « en général » que d'une possible « mathématique générale », deux manières très différentes de traduire et de comprendre la ὅλη μαθηματική, qui se retrouveront chez les commentateurs. Voici la description qui en est alors donnée :

« Elle (ὅλη μαθηματική) a deux sortes de pouvoirs. Les uns développent les principes vers le multiple et ouvrent les sentiers étroits et multiformes de la spé-

culation (θεωρία) ; les autres rapportent ces déploiements multiples aux hypothèses propres. En effet, puisqu'elle a établi comme principes directeurs l'Un et le Multiple, la Limite et l'Illimité, les sujets soumis à sa saisie ont reçu en lot un rang intermédiaire entre les formes indivisées et celles qui sont entièrement divisées. En conséquence, il est naturel, je crois, de considérer les pouvoirs (de connaître) de la science générale (τῆς ὅλης επιστήμης), qui s'occupe de ces essences, comme de deux sortes : les uns pressent et enserrent le multiple pour que nous atteignions à l'unification ; les autres divisent le simple en divers, le plus universel en partiel et les raisons (λόγων) principielles en [raisons] secondaires et plus éloignées des principes » (P 19.6-20).

Ce « mouvement » de développement/enveloppement, sur lequel il faudra revenir, assure le caractère médiateur d'une mathématique qui peut s'associer à la Physique pour assurer une connaissance du sensible, aussi bien qu'à l'intuition pure, dont elle donne une représentation :

« En commençant du haut, elle [ὅλη μαθηματική] s'étend jusqu'aux réalisations sensibles, où elle se rapproche de la nature et démontre, conjointement avec la science de la nature (φυσιολογία) de nombreuses choses ; de même, partant d'en bas, elle se rapproche en quelque sorte de la connaissance intellective (τῇ νοερᾷ γνώσει) dans sa spéculation sur les [choses] premières. C'est pourquoi elle fournit, parmi ses achèvements, toute la mécanique, l'optique, la catoptrique, et de nombreuses autres [spéculations] liées aux sensibles et opérant au moyen de celles-ci ; selon les voies ascendantes, elle prend part aux intellections indivisées et immatérielles, parachève avec elles les impressions divisées et les connaissances emportées dans la discursivité (ἐν διεξόδοις) ; elle rend semblable à leurs essences ses genres et ses espèces premières et révèle dans les raisonnements qui lui sont propres, la vérité sur les dieux et la spéculation sur les êtres (τὴν περὶ θεῶν ἀλήθειαν καὶ τὴν περὶ τῶν ὄντων θεωρίαν ἐν τοῖς οἰκείοις ἐκφαίνει λογισμοῖς) » (P 19.20-20.6).

Il n'est ensuite pratiquement plus question de cette science avant la fin du premier prologue où Proclus revient, comme nous l'avons déjà vu, sur l'idée du θριγχὸς et du σύνδεσμος des *mathêmata*. À cette occasion, la hiérarchie sous-jacente aux descriptions précédentes est enfin précisée :

« En ce qui concerne le lien des *mathêmata*, nous ne devons pas le poser dans la proportion (ἀναλογία) comme le déclare Ératosthène. De fait, si la proportion est, dit-on, parmi les communs des *mathêmata*, ce qu'elle est effectivement, il existe de nombreux autres traits qui embrassent, pour ainsi dire, et sont des attributs par soi de la nature commune des *mathêmata*. En ce qui nous concerne, nous préférons donc dire que leur lien est cette mathématique une et générale (ἡ μία

καὶ ὅλη μαθηματική), qui contient en elle sous la forme la plus simple les principes de chacune des sciences particulières et qui enseigne aussi bien leur communauté et leur différence (κοινωνίαν αὐτῶν καὶ τὴν διαφορὰν), ce qui est identique dans toutes et ce qui appartient à la plupart ou à peu d'entre elles. Ceux qui s'instruisent selon la bonne voie avance vers elle à partir des particuliers. Mais au-dessus d'elle, c'est la dialectique qui peut être dite le lien des mathématiques, et même leur sommet, pour suivre la leçon de la *République* » (XIV, P 43.22-44.11).

Il est clair ici que la « mathématique générale » est distinguée de la dialectique et Proclus conclut d'ailleurs son argument en avançant que la dialectique mène donc la mathématique générale à sa perfection et la fait remonter jusqu'à l'intuition intellectuelle (εἰς νοῦν) et à la science de l'être en tant qu'être[1].

La conception de la connaissance défendue par Proclus lui permet donc, dans ces deux passages, de ranger sous le nom de « mathématique générale » plusieurs niveaux dont certains touchent aux mathématiques, voire à la Physique, et d'autres à la science de l'être (à quoi elle serait « conduite » par la dialectique). Pour autant, nous ne pouvons pas déterminer encore clairement si le premier niveau est donné *dans* les mathématiques (au sens où la mathématique générale pourrait être tenue comme telle par le mathématicien) ou correspond à un jugement porté *sur* les mathématiques. Seul un passage allusif du chapitre VIII sur le « nombre géométrique » de la *République* aura orienté dans cette seconde direction : « Tout le monde peut voir qu'il appartient à la mathématique générale – et non à une partie, comme l'arithmétique ou la géométrie – de fournir le savoir de ce nombre géométrique dont il est question ici. Car les rapports qui gouvernent la génération féconde ou inféconde traversent toutes les mathématiques » (P 23.26-24.3, se référant à *Rép.*, 545 *e* - 547 *a*). Mais comme le « nombre géométrique » est un concept éminemment philosophique, cette déclaration ne nous aide guère à comprendre si le « tout le monde » évoqué par Proclus englobe également le mathématicien.

Cette question est d'autant plus difficile à trancher que Proclus fait constamment fond sur l'acquis aristotélicien de la séparation des genres,

1. P 44.11-13 : αὕτη γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεσι, καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει καὶ μόνιμον καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζεται.

dont on a vu à quel point il rend problématique la donnée d'une « théorie universelle » donnée à même les mathématiques. La pluralité des principes a d'ailleurs été présentée dès l'ouverture du prologue comme un des trois traits caractéristiques des mathématiques, qui la distingue de la connaissance intellective (P 3.11-12). Même si « mathématique » peut prendre un sens très large, puisqu'elle est définie par un mode de connaissance (la διάνοια), nous voyons du même coup que le niveau où opère la « mathématique générale » peut être parfaitement distinct de celui des théories mathématiques proprement dites. Pour ne rien faciliter, il arrive que l'expression ὅλη μαθηματικὴ soit utilisée en un sens extensif[1]. Ces indécisions joueront un grand rôle dans la réception du traité à la Renaissance : alors que certains lisent le traité comme un manifeste en faveur d'une théorie mathématique générale et donc d'un genre universel commun ; d'autres y voient plutôt une description de la *tota mathematica* ou *mathesis universa,* qui orienterait vers l'idée d'une description de la mathématique « en général »[2].

Il faudra finalement attendre la moitié du second prologue pour trouver une indication claire du fait que la ὅλη μαθηματικὴ est aux yeux du Diadoque plus qu'un point de vue philosophique *sur* les mathématiques (et plus, nous allons le voir, qu'une désignation en extension de la mathématique). Proclus commence par rappeler que « les principes de l'arithmétique et de la géométrie diffèrent donc de ceux des autres sciences, et leurs hypothèses propres sont distinctes de celle de l'autre, au sens précé-

1. Notamment lorsqu'il fait référence à la classification de la ὅλη μαθηματικὴ (P 35.23, 39.7). En 48.9, il présente la Géométrie comme partie de la « mathématique générale », ce qui à nouveau s'accorde mieux avec une considération de la mathématique en extension.

2. La traduction en extension est notamment celle qui fut privilégiée par Barozzi, le traducteur de Proclus en latin ! Contrairement à Grynée, il avait d'ailleurs effectué un travail de collation des manuscrits, qui faisait de sa traduction une source bien plus fiable que l'*editio princeps.* C'est dire l'importance de ce choix. La source de sa confusion semble être l'apparition de τῆς μαθηματικῆς ὅλης οὐσίας au début du chapitre II (P 5.15). Le fait d'associer le ὅλης avec la mathématique qui la précède plutôt qu'avec l'essence qui la suit, conduisait à donner un sens extensif à la ὅλη μαθηματική. Indépendamment du fait que cette interprétation ne s'accorde guère avec la syntaxe grecque, il est à remarquer que l'idée d'une ὅλης οὐσίας μαθηματικῆς est présentée sans ambiguïté par Jamblique à plusieurs reprises (J 13.29 ; 14.43). Vraisemblablement, il s'agissait d'une expression, par laquelle on signifiait aux aristotéliciens non seulement que les mathématiques ont une « essence », mais que cette essence a la consistance d'un « genre » – thème qui revient très fréquemment chez les deux auteurs.

demment mentionné : néanmoins, elles ont une certaine communauté l'une avec l'autre, si bien que certains théorèmes démontrés sont communs aux deux sciences, tandis que d'autres sont particuliers à l'une ou à l'autre ». Fait nouveau, il donne alors des exemples :

« La proposition que tout rapport est exprimable appartient à l'arithmétique seulement et pas du tout à la géométrie, puisque cette dernière contient des rapports inexprimables. De même, le principe que les gnomons dans lesquels les carrés peuvent être divisés ont une borne inférieure est propre à l'arithmétique : en géométrie, il n'y a absolument pas de place pour une grandeur minimale. Particulières à la géométrie sont les propositions concernant la situation (car les nombres n'ont pas de situation), les contacts (car les contacts n'existent que dans les continus) et les irrationnelles (car l'irrationnel a sa place là où la division à l'infini est possible). Communs aux deux sciences sont les théorèmes concernant les sections (tels qu'Euclide les présente dans son Second Livre), à l'exception de la division en extrême et moyenne raison » (P 60.7-19).

Cette première caractérisation paraît simplement reprendre, avec plus de détail, l'idée qu'il existe en mathématiques des « théorèmes communs ». Pour autant, elle a ceci de singulier de renvoyer (c'est la première fois dans tout le traité) à une théorie identifiable (en l'occurrence la théorie euclidienne des sections). Mais la suite apporte une précision plus grande encore et beaucoup plus importante : « De ces propositions communes, certaines sont venues à l'arithmétique de la géométrie, d'autre de l'arithmétique à la géométrie, *tandis que d'autres appartiennent également aux deux parce qu'elles descendent jusqu'à elles à partir de la mathématique générale* » (τὰ δὲ ὁμοίως ἀμφοτέραις προσῆκεν ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης εἰς αὐτὰς καθήκοντα [P 60.24]. Nous soulignons).

On voit qu'il est difficile de lire ce dernier passage comme renvoyant à un point de vue philosophique *sur* les mathématiques et pas plus à une conception des mathématiques en extension. Il s'agit bien ici d'une théorie mathématique commune, à laquelle appartiennent certains types de théorèmes. Mais nous comprenons surtout à sa lecture *pourquoi* Proclus a tant tardé à s'engager sur ce point. De fait, le niveau des « théorèmes communs », exposé au chapitre III du premier prologue, *n'est clairement pas le même* que celui de ce qu'on pourrait appeler ici la ὅλη μαθηματικὴ « au sens étroit ». Rien n'empêche, explique en effet Proclus, qu'un théorème ait été démontré dans l'une ou l'autre branche des mathé-

matiques *avant* d'apparaître comme commun. C'est typiquement le cas, rappelle-t-il, de la théorie du commensurable. La théorie commune « au sens étroit » ne démontre donc qu'une partie de ce qui a été désigné au chapitre III comme « propositions communes ». Sans surprise, son référent privilégié est alors la théorie des proportions, puisque Proclus ajoute que « ce qui concerne la permutabilité, la conversion, la composition et la séparation des rapports est ainsi partagé par les deux » (P 60.26)[1]. Cela dit, soulignons bien que, conformément aux indications déjà croisées chez Aristote et Euclide, Proclus ne considèrent *pas* que la théorie du commensurable relève de cette théorie. En unifiant des opérations communes au commensurable et à l'incommensurable, la théorie commune « au sens large » devra donc assumer certains théorèmes qui lui viennent d'ailleurs, en l'occurrence de l'arithmétique. Ce point est très clairement expliqué dans le passage qui suit :

> « La théorie des commensurables est considérée par l'arithmétique en premier et par la géométrie en second, par imitation de celle-ci. C'est pourquoi les deux sciences définissent les commensurables comme ceux qui sont l'un à l'autre dans un rapport de nombre à nombre, et cela implique que la commensurabilité existe d'abord dans les nombres. Car là où il y a nombre, il y a aussi du commensurable, et là où il y a du commensurable, il y a aussi nombre » (P 60.27-61.5).

La théorie du commensurable relève donc clairement d'un cas de figure différent de celui de la ὅλη μαθηματικὴ « au sens étroit ». On voit bien également pourquoi l'idée, souvent avancée, que la théorie « générale » des proportions était parvenue à « sursumer » ou « englober » la théorie des rapports commensurables dans une théorie du nombre et de la grandeur (commensurable et incommensurable) peut prêter à confusion.

Mais le plus important est certainement de constater que Proclus témoigne d'une claire conscience de ces difficultés, dont nous avons vu qu'elles sont au cœur de la reconstruction d'une « mathématique univer

1. Rappelons que c'est également dans ce second prologue que nous apprenons qu' « Eudoxe de Cnide, un peu après Léon et membre du groupe de Platon, fut le premier à augmenter le nombre des théorèmes dits universels (πρῶτος τῶν καθόλου καλουμένων θεωρημάτων τὸ πλῆθος ηὔξησεν) » (P 67.2-5) – le principal témoignage pour l'attribution de la théorie universelle à Eudoxe.

selle » à l'époque d'Aristote. Sa description est parfaitement en accord avec la manière complexe dont l'universalité peut se manifester dans un texte comme les *Éléments* et témoigne remarquablement de la prudence avec laquelle il faut avancer en cette matière – comme nous avons pu en faire l'expérience dans la partie qui précède. Cette caractérisation n'enlève rien au caractère logiquement premier de la mathématique générale, puisque Proclus conclut : « Nous avons développé en détail l'exposé de la communauté qui règne selon les principes entre ces deux sciences et leurs différences. Car le géomètre doit comprendre d'abord quels principes communs sont requis pour les propositions communes et quels pour les [propositions] propres » (P 61.18-22). À cette occasion, il insiste une nouvelle fois sur le caractère séparé de la théorie commune par rapport aux autres parties des mathématiques : « Ainsi le géomètre peut distinguer entre les matières agéométriques et celles qui relève de la géométrie, assignant certains [théorèmes] à une science, d'autres à l'autre » (P 61.22-24). Ces indications amènent alors à se demander comment s'effectue l'articulation de la théorie commune « au sens étroit », proprement mathématique, et du point de vue plus large exposé depuis le début des Prologues.

### III.2. Le rapport aux théories mathématiques

Le problème posé par l'apparition de la « mathématique universelle » chez Proclus est très différent de celui qu'elle posait chez Aristote. Loin de constituer une anomalie apparente dans le système, elle paraît d'abord comme étroitement dépendante d'un programme philosophique offensif, avant que sa nature proprement mathématique ne soit esquissée. C'est par la théorie de l'Un et du Multiple et la position unifiante de la science de l'être en tant qu'être qu'est assurée d'abord en creux l'existence d'une théorie unitaire des mathématiques (au chapitre IV) ; c'est par recours à la conception platonicienne de la διάνοια que sont décrits sa fonction et ses pouvoirs (au chapitre VII) ; enfin, c'est par référence au rôle unificateur des principes (et de la dialectique) que Proclus s'oppose à une version

faible (solution *Epinomis*-Ératosthène) dans laquelle l'unité serait donnée au niveau du principe opératoire transversal de l'ἀναλογία (au chapitre XIV). Il n'y a donc pas à s'étonner que la « mathématique universelle » procléenne ait surtout été étudiée au titre d'un programme purement philosophique[1] – par contraste avec la théorie aristotélicienne qui, parce qu'elle se constituait sur une anomalie apparente, a surtout été étudiée par les historiens des mathématiques (aux dépens de son contexte philosophique d'apparition).

Une telle approche a l'inconvénient de laisser dans un certain flou et le rapport que pouvait entretenir la réflexion de Proclus avec le dispositif mis en place par Aristote (puisqu'on supposait qu'elle était typiquement néo-platonicienne) et la manière dont elle se rapporte aux théories mathématiques. Elle conduit également à s'en tenir pour l'essentiel à des déterminations très générales dans lesquelles le programme de Proclus et celui de Jamblique se distinguaient surtout par la plus grande clarté du premier. De fait, si nous référons l'idée de « mathématique générale » à une structure onto-logique néo-platonicienne commandant un point de vue unitaire sur les *mathêmata,* la différence entre les deux traitements n'est pas immédiatement apparente[2]. Nombre de conceptions attribuées en propre à Proclus, comme la théorie de l'imagination et de la projection, se révèlent d'ailleurs déjà présentes chez Jamblique, quoique noyées dans un développement plus touffu. Or il y a pourtant des différences obvies entre les deux traités, à commencer par la primauté accordée par l'un à l'arithmétique et par l'autre à la géométrie – primauté qui accompagne précisément une signification nouvelle donnée à l'imagination mathéma-

1. Depuis les travaux de P. Merlan (1960), qui y discernait le dernier rejeton d'une lignée qu'il essayait de faire remonter jusqu'à Speusippe. Cette piste est également suivie par L. M. Napolitano Valditara (1988), qui distingue néanmoins un « sens faible » associé à la théorie mathématique et dans lesquels elle range Euclide lui-même. À l'opposé de ces exposés sur le long terme, D. O'Meara (1989) a plutôt insisté sur le contexte spécifique qui portait ce thème (notamment l'opposition entre Jamblique et Porphyre d'un côté, puis Jamblique et Proclus de l'autre). Sur ces questions, voir la récente étude de G. Bechtle : « How to apply the modern concepts of *Mathesis Universalis* and *Scientia Universalis* to ancient philosophy. Aristotle, Platonisms, Gilbert of Poitiers, and Descartes », dans K. Corrigan et J. D. Turner (2007).

2. P. Merlan a notamment insisté sur le rôle du programme jambliquéen, dont le programme de Proclus apparaissait à ses yeux comme une continuation.

tique[1]. Plus immédiatement se trouve la prise de position *explicite* sur la question du « lien », qui soutient cette divergence et porte chez Proclus l'introduction d'un concept de « mathématique générale » présenté comme original[2]. Derrière cette prise de position avancée *contre* un modèle philosophique se tient clairement une prise de position *en faveur* d'un certain modèle d'unité des mathématiques (euclidien plutôt que nichomachéen, même si l'interlocuteur de Proclus est plus explicitement Ératosthène).

On peut facilement s'en convaincre en revenant à la description de la ὅλη μαθηματικὴ « au sens étroit ». Outre la référence explicite au livre II des *Éléments* (P 60.17-18), le cœur de la discussion est clairement la distinction commensurable/incommensurable, qui pointe immédiatement vers la position euclidienne de théorie générale des proportions et non vers la position nichomachéenne, fondationnelle, où la théorie des rapports numériques sert de paradigme au traitement des relations mathématiques. D'un autre côté, ces exemples indiquent bien la difficulté, puisque Proclus ne peut pas dans l'un et l'autre cas s'appuyer *directement* sur la théorie mathématique : pour les sections, par exemple, il doit bien préciser que doit être exceptée du livre II « la division en extrême et moyenne raison » (démontrée à la proposition 11)[3] ; pour la théorie des proportions, il doit préciser que la géométrie n'assume la théorie des rapports entre grandeurs commensurables qu'en la recevant de son lieu d'origine :

1. D. O'Meara (1989), p. 164 sq. et l'article de I. Mueller « Mathematics and philosophy in Proclus' commentary on Book I of the Euclid's Elements », notamment chap. 4 dans Pépin et Saffrey (1987), p. 305-318.

2. Il est en revanche un aspect où le traitement de Jamblique est plus précis que celui de Proclus, c'est dans la description de la « mathématique générale » des pythagoriciens. Ce trait mérite d'être rappelé, car il se fonde sur un renvoi à une mathématique supérieure, philosophique, qui n'est pas sans rappeler la rhétorique cartésienne sur l'opposition de sa *mathesis* à la mathématique vulgaire (voir notamment les développements du *De Com. Math. Sc.*, § 22). Jamblique y explique d'ailleurs que les pythagoriciens se sont démarqués des mathématiques barbares de ce qu'ils cultivaient les mathématiques en vue de la philosophie (comparez avec *Regulae* IV [AT X, 374, 5 et 376, 4-5 ] et RXI [AT X, 442, 1-11]) ; on sera également sensible au développement du § 30, où Jamblique critique une mathématique conçue comme simple technique et sans visée unitaire.

3. En langage moderne, il s'agit de couper un segment AB en C de telle sorte que AB/AC = AC/CB (ou, en termes euclidiens, de telle sorte que le rectangle de côté BC construit sur AB soit égal au carré de côté AC). La définition explicite est donnée en *Él.* VI, 3.

l'arithmétique. Certes la théorie du livre V a permis cette jonction, mais il est fondamental – nous y avons suffisamment insisté – de comprendre que cette unité ne s'est pas faite par l'avènement d'un point de vue de surplomb où la distinction des genres d'objets se serait trouvée résorbée.

Ces indications ne sont données que de manière incidente dans le second prologue, mais elles permettent de prêter une attention plus grande au référent que s'est donné Proclus dès le début de son traité. Car, contrairement à ce qu'on aurait pu attendre, la description des « théorèmes communs » ne s'est pas faite sous la forme d'un renvoi clair et univoque à *une* théorie – à savoir la théorie des rapports et proportions du livre V. Proclus s'est, en effet, contenté d'énumérer différents lieux de déploiement des κοινὰ θεωρήματα : les proportions, les rapports, l'égal et l'inégal pris universellement, enfin des aspects plus généraux comme l'ordre, la beauté (explicitement hérité d'Aristote[1]) et la méthode (analyse et synthèse). Un regard rapide peut donner ici l'idée d'une reconstruction dans laquelle la théorie des rapports *et* proportions du livre V serait mise immédiatement sous les axiomes généraux du livre I (théorie « universelle » de l'égal/inégal). Mais cette lecture, qui constituera le modèle le plus courant de théorie universelle « euclidienne » chez les commentateurs latins, ne s'accorde pas avec le détail du développement. En effet, si les ἀναλογίαι renvoient indéniablement, par les opérations qu'elles mobilisent, à la théorie euclidienne des grandeurs[2], les λόγοι eux sont clairement référés à la théorie des nombres, puisque Proclus donne comme exemple de tels « rapports » : multiple, épimère, épimore et leurs inverses[3]. La tension mentionnée dans le second prologue entre des théorèmes communs venant de l'arithmétique et des théorèmes communs venant de la ὅλη μαθηματικὴ est donc présente *dès les premières descriptions*. C'est bien

1. *Mét.* M 3, 1078 *b* 1. Le renvoi à Aristote est fait par Proclus en (P 26.11).

2. On peut d'ailleurs constater que Proclus les énumère dans l'ordre où elles apparaissent au livre V.

3. Πολλαπλασίων καὶ ἐπιμορίων [καὶ] ἐπιμερῶν καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων καὶ ἁπλῶς (P 7.25-26). On remarquera que cette liste est très proche de celle donnée par Aristote en Δ 15 (raison pour laquelle j'y intègre ἁπλῶς) quand Jamblique reprenait quant à lui une classification plus proche de celle de Nicomaque : καὶ ὅσα τὸ πολλαπλάσιον ἢ τὸ μεριστὸν ἐπισκοπεῖται, ἢ τὸ ὑπερέχον καὶ ἐλλεῖπον, ἢ τὸ διωρισμένον καὶ ἀδιόριστον κατὰ κοινὴν ἐπιβολήν, ἢ τὸ καθ' αὑτὸ καὶ τὸ πρός τι, ἢ τὸ ποσὸν ἁπλῶς (J 5.9-13).

pourquoi d'ailleurs il nous semble que Proclus ne pouvait pas présenter l'idée d'une mathématique universelle comme simple corrélat de la position des « théorèmes communs ».

La manière dont Proclus revient à la position aristotélicienne du problème (stratégie très apparente dans le chapitre IV) aura donc réveillé du même pas la difficulté sous-jacente. Car Aristote, on s'en souvient, faisait fond sur la théorie commune comme un fait soutenant l'*impossibilité* d'une donation « séparée » de l'universel en mathématiques – impossibilité que Proclus semble d'autant plus prêt à concéder qu'elle est bien *de fait*. L'universel est inassignable de l'intérieur de la théorie mathématique qui le prend à charge (ici celle d'Euclide), sauf à accepter le principe de son équivocité, et, ce qui va avec, de sa non-séparation et de l'impossibilité de le référer à un seul « genre d'être », encore moins à une οὐσία. Il n'est donc pas indifférent que Proclus fasse suivre l'exposé des chapitres III et IV d'une théorie des objets mathématiques dans laquelle il va clairement s'opposer à cette conception. Quant à accepter le modèle fondationnel proposé par les néo-pythagoriciens où l'idée d'ἀναλογία sert de thème commun à toutes les mathématiques, ce serait précisément taire l'énigme première d'une dispersion des objets, dont l'unité de principe n'aura précisément *pas* été assurée – c'est l'objet du chapitre XIV. On voit donc comment les différentes étapes du Prologue s'ordonnent d'une part à la possibilité de faire valoir une authentique οὐσία mathématique *malgré* les difficultés posées par le type d'universalité donnée dans les théories mathématiques, d'autre part à ne pas tomber dans la facilité d'une unité fondationnelle, qui ne ferait que rejeter dans l'ombre la dispersion des objets engendrés, dès qu'il s'agit d'en produire une authentique science.

Mais ces remarques ne conduisent-elles pas à accentuer le caractère relativement séparé des réflexions philosophiques et mathématiques chez Proclus ? En un sens oui, puisque l'enjeu principal va se situer dans la constitution d'une théorie de la connaissance (délimitation d'une οὐσία des mathématiques et description unifiée de leur déploiement discursif). Mais en un autre sens, il faut bien voir que ce dispositif s'édifie sur la base d'une difficulté *inhérente* à l'expression de l'universel en mathématiques. Ni le passage du second prologue sur les deux modalités du commun, ni la prudence avec laquelle avance Proclus n'auraient de sens s'il ne cherchait à

accorder ces thèses à une théorie présentant par elle-même une certaine *résistance* à l'interprétation philosophique. Nous verrons d'ailleurs que Proclus donne une importance très grande à l'idée que le programme platonicien doit se confronter à la pratique mathématique, *quitte à s'y trouver modifié.*

Pour appuyer cette idée d'une attention portée aux difficultés posées de l'intérieur par la mathématique euclidienne, nous pouvons mentionner un autre traité néo-platonicien – trop souvent oublié dans le corpus de la « mathématique universelle », où la référence aux mathématiques est plus directe. Il s'agit du commentaire aux *Data* d'Euclide donné par Marinus – texte qui ne sera d'ailleurs pas sans influence à l'âge classique[1]. Le successeur de Proclus y explique très clairement que la théorie euclidienne des *Data* « ne doit pas être rangée dans une quelconque de ces disciplines (*scil.* Mathématiques spéciales), mais rapportée à la mathématique dite universelle (ἀλλ' εἰς τὴν καθόλου λεγομένην μαθηματικήν) ». Il donne alors la description suivante : « Celle-ci est la science qui a pour objet les multiplicités (πλήθη), les grandeurs (μεγέθη), les temps (χρόνους), les vitesses (τάχη), et toutes les notions similaires, comme aussi celle qui traite des rapports et proportions et des médiétés (μεσότητας) de toutes sortes » (254.5-13). Comme support de cette affirmation, Marinus se réfère alors explicitement à Euclide, mais sous une réserve essentielle : « Cependant, géomètre avant tout, il a différencié et adapté spécifiquement aux grandeurs les rapports généraux concernant les données, selon la manière suivie dans le cinquième livre des *Éléments,* qui traite des rapports en général (καθόλου), à la manière de ce qui est spécifique aux grandeurs. »[2]

La reprise de l'expression aristotélicienne d'une καθόλου μαθηματική – et même, plus significativement encore, d'une mathématique *dite* (λεγομένη) « universelle » – n'est pas indifférente. Elle confirme déjà le caractère reçu de cette expression, qui vaut ici comme synonyme de la ὅλη μαθηματική de ses prédécesseurs. Il paraît difficile de concevoir que Marinus pourrait employer une expression pour l'autre si la seconde

1. Marinus (1947).

2. Γεωμετρικὸς δὲ ὢν ὁ ἀνὴρ διαφερόντως τοὺς κοινοὺς περὶ τοῦ δεδομένου λόγους τοῖς μεγέθεσιν ἰδίως ἐφήρμοσεν, ὃν τρόπον ἐποίησε καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου λόγων ὡς ἐπὶ μεγεθῶν ἰδίως αὐτοὺς πραγματευσάμενος ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ τῆς ἐπιπέδου (254.23-27).

devait être considérée comme un concept *spécifique* à la théorie néo-platonicienne. Cela confirme également le déplacement effectué de Jamblique à Proclus vers le corpus aristotélicien. Un autre aspect intéressant est de retrouver la même ambivalence que chez Proclus entre un versant méthodologique de la théorie universelle, donné ici par la théorie des *Data,* et un versant théorique, donné ici par la théorie des rapports et proportions. Enfin, et c'est le point essentiel, cette description s'accompagne d'une référence explicite à la théorie exposée au livre V d'Euclide, modèle de toute « mathématique universelle ». Mais le plus frappant est alors la claire conscience que Marinus manifeste du *problème* posé par ce renvoi, que nombre de commentateurs anciens et récents considèrent comme allant de soi. Il ne s'agit nullement de couvrir d'un silence gêné le caractère géométrique de la théorie, dont on aimerait avancer qu'elle est « universelle ». Ce fait est même *justifié* par la volonté propre au géomètre de transcrire les rapports les plus généraux dans le cadre *spécifique* des grandeurs. Cette « traduction » est le nom même du problème de la « mathématique universelle » dès lors qu'on veut l'accorder avec la théorie euclidienne : quel est le statut du traitement καθόλου ? Est-il, comme pourrait le suggérer le rapprochement avec la théorie des données, d'ordre logique ou méthodologique ? Faut-il, au contraire, y voir le support donné *de l'intérieur des mathêmata* à l'universalité de la logique ? Mais quelle en serait alors la traduction en sens inverse (des grandeurs vers les « rapports en général ») ? Peut-on reformuler la théorie du livre V en substituant simplement à grandeur un nom logique (comme celui de « terme » avec lequel des auteurs comme Théon n'hésitait pas à définir la proportion) ?

On ne trouvera guère de réponses à ces questions chez Marinus, qui se contente ici d'un renvoi allusif[1]. Mais ce que nous allons essayer de montrer est qu'on pouvait, en revanche, trouver ces réponses dans le traitement de Proclus et que ce sont elles, bien plus qu'un programme philosophique d'unité de la connaissance, qui donne sa consistance et sa force

1. Cela dit, il paraît assuré qu'il existait alors des tentatives de *réécriture* du livre V permettant qu'il s'applique aux nombres et aux grandeurs. Ainsi Eutocius, élève d'Ammonius, donne une démonstration de la composition des rapports (un des exemples avancés par Proclus au chapitre IV), censée valoir des nombres et des grandeurs (pour une traduction des textes et un commentaire, voir W. Knorr [1989], p. 155-211).

à l'idée d'une « mathématique générale ». Une chose paraît sûre : ces différentes indications ne s'accordent pas du tout avec l'idée souvent avancée que les « Grecs » en général, et les néo-platoniciens en particulier, considéraient la « théorie des rapports et proportions » du livre V comme le référent immédiat et non problématique de la « mathématique universelle ». Indépendamment du fait que le modèle premier de la théorie des rapports paraît avoir été Nicomaque, bien plus qu'Euclide, les auteurs qui cherchent à mettre le modèle euclidien en avant (comme Proclus et Marinus) paraissent parfaitement conscients des difficultés liées à cette stratégie : le fait que la théorie du livre V ne peut pas unifier commensurable et incommensurable sous la forme d'un point de vue de surplomb, « séparé » et « univoque » ; le fait qu'elle ne traite explicitement que des grandeurs, et relève donc *a priori* de la seule géométrie.

Remarquons notamment que Proclus n'accepte *pas,* comme on aurait pu croire avec sa position d'un « genre commun » des mathématiques, qu'il existe un « objet universel » répondant à la propriété de permutation des proportions mentionnée au chapitre III et IV comme exemple de propositions « communes ». Il s'en explique de manière très claire dans le commentaire de la proposition 34 en reprenant tel quel (et explicitement) l'argument aristotélicien. Le contexte n'est pas du tout critique, puisque le Diadoque s'appuie alors sur cet exemple pour fonder son propre constat de l'impossibilité de référer la propriété universelle « être bissecté par son diamètre » à un seul genre d'objets[1]. Il serait donc abusif de croire que ces difficultés soulevées par Aristote ont été résorbées : Proclus paraît pleinement conscient du fait que les modes d'unité des mathématiques ne se donnent pas nécessairement sous la forme d'une théorie univoque et par renvoi à un genre d'être unique. L'enjeu est plutôt – les lecteurs renaissants ne s'y tromperont pas – dans la manière dont la théorie philosophique peut prendre à charge ces faits, notamment en ce qu'elle s'avère ou non capable de fournir une interprétation alternative à celle d'Aristote, sans se contenter de poser simplement de manière dogmatique la séparation et l'univocité de l'universel.

1. P 391.22 sq.

## III.3. Le caractère médiateur de la mathématique générale

Que le premier prologue donne d'abord l'impression d'un exposé très dogmatique, où l'unité des *mathêmata* est simplement posée par décalque (ἀναλογισώμεθα, écrivait Proclus) d'une position de principes, voilà qui serait difficile à nier. L'idée d'une mathématique universelle y semble introduite en contrebande – nombre de lecteurs modernes ne voyant d'ailleurs pas pourquoi elle eut tant d'importance[1]. Or cette importance n'est pas seulement liée à la place vide que combla fortuitement Proclus entre Aristote et Platon lorsqu'il fut redécouvert au milieu du XVI^e^ siècle. Elle tient également à la force propre du texte, qui apparaît dès qu'on prend conscience du montage singulier proposé entre une théorie apparemment très rigide et la souplesse du commentaire mathématique qui la nourrit. S'y manifeste par petites touches la puissance de la philosophie procléenne en tant qu'elle s'oblige, selon une injonction qu'avait fait valoir Aristote contre les platoniciens, à se confronter à la pratique du mathématicien.

Un témoignage explicite et remarquable en est donné au moment où sont détaillées les qualités requises du bon mathématicien[2]. Après avoir repris dans ses grandes lignes les principes méthodologiques aristotéliciens (sur l'attention aux genres et leurs frontières irréductibles), l'exposé offre une dernière caractérisation tout à fait originale :

« En quatrième lieu, puisque les mathématiques occupent une place intermédiaire entre intelligibles et sensibles, qu'elles montrent de nombreuses images des choses divines et également de nombreux paradigmes des raisons physiques, nous devons remarquer le caractère triple de leur démonstration : les unes étant

1. C'est notamment le cas de G. Crapulli (1969).

2. Chap. XI. La répartition en chapitre, ainsi que leurs titres, n'est pas de Proclus, mais de son éditeur latin : Barozzi. Dans le cas présent, la comparaison avec le plan suivi par Jamblique, où l'on retrouve la plupart des thèmes traités par Proclus, conduirait plutôt à mettre ce chapitre sous l'étude de la logique nécessaire au mathématicien (parallèlement à J 28-29).

plus du domaine de l'intelligible, les autres du discursif, les autres s'approchant de l'opinion. Les démonstrations doivent varier en fonction des problèmes traités et être séparées en fonction du mode de génération des êtres [concernés], puisque la mathématique est tissée de tous ces modes et adapte ses raisons à chacun » (P 35.7-16).

Peu d'auteurs philosophes, et surtout dans l'héritage du platonisme, s'avèrent capables d'une telle tolérance par rapport à *la pluralité* des régimes de preuves en mathématiques. Introduisant sa théorie du καθόλου, Proclus dira d'ailleurs explicitement qu'elle doit être en accord et avec Platon *et avec les faits*[1], ce qui le conduira à introduire une théorie de l'imagination, dont il voit qu'elle s'oppose aux conceptions des « platoniciens » (56.23-57.8). Cette exigence est d'ailleurs d'autant plus importante à souligner qu'elle est une des raisons pour lesquelles cette philosophie pouvait « passer » à la Renaissance et à l'Âge classique sans que les lecteurs aient nécessairement besoin d'adhérer à une forme plus ou moins consciente de néo-platonisme. Pour beaucoup, l'accès à la théorie de la connaissance procléenne aura opéré, non par les prologues qu'on pouvait bien ne pas lire en précision[2], mais par le commentaire de telle ou telle proposition où ces thèses étaient en quelque sorte *mises en pratique,* adossées à ces fameux « faits » que Proclus trouvait tout simplement dans le discours et la pratique d'Euclide. Aussi aimerions-nous insister dans ce qui va suivre, non sur le déroulé des thèses néo-platoniciennes[3], mais sur la manière dont le concept de la « mathématique générale » prend sa force dans un certain dialogue entre théorie et pratique.

### *III.3.1. Entre simple et complexe*

Prenons l'exemple de ce qui, depuis Aristote, est présenté comme un dogme « platonicien » typique : le caractère « intermédiaire » des mathé-

1. Δὲ δεῖ καὶ τοῖς πράγμασιν αὐτοῖς καὶ τῇ τοῦ Πλάτωνος ὑφηγήσει συμφώνους ἀποδιδόναι λόγους (P 50.16-18).

2. Nous verrons à quel point les usages de Proclus sont libres et tournent d'ailleurs souvent au contresens.

3. Nous renvoyons à A. Charles-Saget (1982), partie III, pour une étude de ce type.

matiques. C'est avec lui que s'ouvrent les exposés de Jamblique et de Proclus. Il est lié, pour l'un comme pour l'autre, à l'intervention d'un mode particulier de connaissance, la διάνοια, qui n'est ni intuition pure de l'absolument simple (intelligible), ni variabilité pure du divers (sensible). Cette position est essentielle dans le projet d'une mathématique générale : d'une part, c'est elle qui commande l'idée qu'existe face à ce genre unique de connaissance un corrélat qui pourra prétendre au titre de « substance générale des mathématiques » (τῆς μαθηματικῆς ὅλη οὐσία [P 5.15])[1] ; d'autre part, elle soutient très clairement la description positive de la ὅλη μαθηματικὴ au chapitre VII. Tout le problème est donc de parvenir à comprendre le fonctionnement de cette διάνοια, d'autant que les indications données à ce sujet par Platon dans la *République* sont assez maigres.

À cette fin, le *Prologue* recourt d'abord au couple divisible/indivisible (P 3.4-5). Cette description, traditionnelle dans l'école néo-platonicienne, évoque évidemment le passage célèbre du *Timée* (35 *a*) sur le mélange du divisible et de l'indivisible, à cette différence près que Platon décrivait alors l'âme du monde. Nous sommes donc immédiatement en présence d'un infléchissement décisif du néo-platonisme qui est le lien fort établi entre les raisons (λόγοι) mathématiques et l'âme – lien qui allait parfois jusqu'à l'identification[2]. Or cet infléchissement a un premier effet remarquable : alors que la διάνοια était clairement séparée du νοῦς dans le schéma platonicien de la *République*, elle est présentée par Proclus comme susceptible de le « traverser » (διεξοδεύει) et de le « déployer » (ἀνελίσσει). L'âme, en effet, possède ces deux genres de connaissance entre lesquels elle circule. La première page du Prologue nous installe donc en compagnie d'un thème central du traité : celui du *mouvement* de pensée qui va

1. Le fait que le commentaire de Proclus, comme le traité de Jamblique, s'ouvre par la position d'une οὐσία, et même d'une ὅλη οὐσία des mathématiques, semble manifester clairement le caractère anti-aristotélicien de leur position de « mathématique générale », cf. *De Comm. Math. Sc.*, 13.29 ; 14.43 ; 15.48. Mais l'expression la plus directement anti-aristotélicienne est certainement celle d'un κοινὸν τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης γένος détaillée par Jamblique au chapitre 33.

2. Selon une lecture du *Timée*, à laquelle il est fait allusion en (P 16.16-18.10). En (P 32.7), Proclus répétera que pour Platon, l'âme est constituée de λόγοι (τὴν ψυχὴν τὴν ἐκ τῶν μαθηματικῶν λόγων ὑποστᾶσαν). Sur cette théorie P. Merlan (1960), p. 11-33 ; D. O'Meara (1989), p. 132-134.

assurer la jonction du sensible et de l'intelligible[1]. Le schéma statique de la célèbre « ligne » (repris au chap. V) se trouve donc d'emblée surdéterminé par une dynamique de la connaissance discursive comme « dépliement » du simple et du complexe.

C'est dire déjà le rôle fondamental que peut jouer une ὅλη μαθηματικὴ précisément introduite, comme nous l'avons vu, pour ex-pliquer ce « mouvement ». Le premier déplacement sur lequel s'appuie cette position de théorie générale est d'avoir conféré aux mathématiques une place non seulement intermédiaire, mais *médiatrice* : ce que vont procurer les mathématiques est un lieu privilégié où l'âme, déployée entre un pôle d'intuition pure, aveuglant dans sa trop grande simplicité, et un pôle d'adhérence au sensible, aveuglant dans sa trop grande confusion, peut capturer l'ensemble du savoir dans ce lieu privilégié de réflexion que procurent les λόγοι[2]. Proclus aime à représenter cette « ex-plication » comme une projection sur un miroir où l'âme parviendrait à contempler son activité propre[3]. Les mathématiques ne servent pas alors seulement de « modèle » en ce que leurs concepts manifesteraient le caractère de stabilité et de simplicité réclamé par toute connaissance scientifique, elles assurent à l'esprit un lieu où saisir le déploiement de son action, de son « mouvement ». Comme nous aurons l'occasion de le voir avec Descartes, il y a là deux modèles de la certitude tout à fait différents, et même susceptible d'entrer en conflit (l'un lié à l'évidence de l'idée simple, l'autre à celle de l'ordre des raisons). Il est d'ailleurs remarquable que la description des pouvoirs de la ὅλη μαθηματικὴ se conclut par l'idée qu'elle manifeste dans ses raisonnements rien moins que la théorie

1. Ce thème du mouvement « non local » de la pensée est repris en (P 18.22) pour décrire la mathématique générale. Il est alors présenté comme « vie » de l'esprit. On ne saurait trop insister sur l'importance de ce thème du « mouvement de la pensée », qui relie entre elles l'intuition simple et la discursivité rationnelle, puisqu'il se retrouvera chez Descartes (et jusque dans l'idéalisme allemand, très fortement influencé par la philosophie de Proclus).

2. En (P 28.10-11), Proclus explique notamment que la fin des mathématiques est l'intuition intellectuelle et la sagesse universelle (τῆς μαθηματικῆς τὸ τέλος εἰς νοῦν ἀναπέμπειν προσήκει καὶ τὴν σύμπασαν σοφίαν) – position qui se retrouvera en ouverture des *Regulae*.

3. La métaphore du miroir, sur laquelle il nous faudra revenir, est d'abord introduite au chapitre V pour désigner le rang le plus bas des êtres, conformément au schéma platonicien de la ligne (P 11.1-9), puis progressivement rapprochée du fonctionnement propre de l'imagination, voire de l'espace géométrique (121.6 ; 141.5 ; 141.10).

des étants (τὴν περὶ τῶν ὄντων θεωρίαν ἐν τοῖς οἰκείοις ἐκφαίνει λογισμοῖς [P 20.5-6]). Cette conception, étayée par une théorie de la connaissance originale qui apparaîtra plus clairement par la suite, démarque Proclus de la plupart des commentaires néo-pythagoriciens. Il ne s'agira jamais pour lui de montrer seulement comment les mathématiques « symbolisent » la philosophie première, selon un mode qu'on dirait volontiers métaphorique[1], mais d'étudier également comment les mathématiques reflètent les Idées comme dans un miroir *en tant qu'elles s'y déploient.* D'où l'importance du geste qui cherche à saisir ce déploiement logique *à même les mathématiques*[2].

Mais quel rapport ces spéculations peuvent-elles bien entretenir avec la pratique mathématique ? Que peut vouloir dire que l'indivisible et le divisible s'y « mélangent »[3] ? Les mathématiques ont-elles *ou non* accès au simple ? Du point de vue « symbolique », il n'y aucun moyen de trancher cette question. Le recours à la métaphore est même, à bien des égards, une manière commode, trop commode, de ne pas la trancher. Les notions mathématiques « représentent » un niveau de simplicité qu'elles ne peuvent pas atteindre et se trouvent posées tour à tour comme simples

1. Si on entend par « métaphore » une comparaison *non explicitée.* Comme nous aurons l'occasion de le voir par la suite, le partage n'opère pas ici avec un usage illusoirement « littéral » des mathématiques, mais avec une théorie qui se donnerait les moyens d'*expliciter* le mode particulier d'image ou de représentation que le philosophe trouve dans les mathématiques. C'est la force de Proclus d'avoir situé le problème en ce point et de l'avoir résolu d'une manière si puissante qu'elle apparaîtra comme un appel d'air au moment de sa redécouverte. Cette distinction ne s'accompagne nullement d'une critique de l'usage symbolique, que Proclus pratique abondamment, mais qu'il a d'emblée situé comme un cas *particulier* de représentation (P 22). Sur la théorie procléenne du symbole, voir R. L. Cardullo (1985).

2. Cette remarque est essentielle pour bien comprendre la réception du traité : toute une tradition néo-platonicienne renaissante, qui se référera à Proclus (celui des *Éléments de Théologie* principalement), s'inscrira en fait dans l'héritage néo-pythagoricien d'une lecture symbolique des mathématiques. Contrairement à ce qu'on a pu dire, elle ne constitue pas une des lignes conduisant à la *mathesis universalis* des Classiques, qui auraient eu le mérite de la débarrasser de ses oripeaux arithmologiques ; par ailleurs, un des enjeux du conflit avec les aristotéliciens, qui, lui aussi, se retrouvera à la Renaissance, apparaît ici clairement : la logique doit-elle opérer ou non en position d'extériorité par rapport aux mathématiques ? Y a-t-il une détermination du concept première et préalable, où l'esprit pourrait d'abord saisir un ordre pur des raisons, qu'il viendrait ensuite appliquer aux *mathêmata* ?

3. Outre le *Timée* (35 *a*), auquel Proclus fait explicitement référence par la suite (P 36.12 sq.), la notion de « mélange » est mobilisé dans le *Philèbe* (23-24). Elle est reprise par Proclus, à côté de la Limite et de l'Illimité comme le troisième principe (en fait ὑποστάσεις) des mathématiques (P 104.9).

(plus simples que des notions attachées au sensible) et complexes (par rapport à la simplicité des idées). Ces positions sont d'ailleurs apparemment reprises par Proclus dans son commentaire, où les objets mathématiques se trouvent associés tantôt à la simplicité tantôt à la composition. Nous retrouvons ici une des interprétations possibles du rôle des mathématiques chez Platon : « conduire » à un mode de connaissance radicalement autre parce que « vraiment » simple et stable. Mais la question ouverte par le platonisme au titre de la *mimesis* est évidemment de savoir *comment* pourrait opérer ici la « représentation » d'un niveau à l'autre. Les mathématiques ne doivent plus alors être simplement convoquées pour attester l'écart toujours reconduit de l'image au principe, du divisible à l'indivisible, mais comme lieu *d'effectivité* d'une représentation qui devrait pouvoir être explicitée, même si elle relie des termes incompatibles entre eux[1]. La confrontation avec la pratique mathématique devient incontournable.

Proclus n'a nul besoin de s'engager alors dans quelque exégèse fine de la pratique euclidienne, puisque son premier objet, le « point », est précisément posé comme simple et indivisible. La solution métaphorique paraît ici sans efficace : il faut trancher, dès les premiers moments de la pratique, pour élucider si oui ou non, ce qui est représenté dans les mathématiques peut être dit simple. Le commentaire de la définition du point est extrêmement riche et mobilise de nombreux aspects de théorie de la connaissance, notamment le régime d'extériorité qui sépare l'objet mathématique de l'Idée et dont un opérateur décisif va être la fameuse « projection » dans l' « imagination ». Nous aurons l'occasion d'y revenir. Dans l'immédiat, la difficulté qui nous intéresse est inverse : une fois établi cet écart, comment maintenir la proximité ? À supposer, comme Proclus l'a défendu, que l'imagination mathématique introduise un régime propre d'existence des objets qui permet de justifier l'écart dans la représentation (du simple), que pourra bien vouloir dire que *j'imagine* un objet

1. Cassirer (1906-2004) voit dans cette idée que la représentation doit sortir du symbolique pur pour aller vers l'explication du processus de représentation une des composantes de la naissance de la « pensée moderne ». Il est très significatif qu'il cite alors une lettre célèbre de Kepler ( « je joue sans jamais oublier qu'il ne s'agit que d'un jeu. Car avec des symboles on ne pense rien » ), dont on sait à quel point il a été influencé par Proclus (p. 262).

*simple* ? Le régime de la représentation ne me condamne-t-il pas, précisément, à ne pouvoir imaginer que du complexe et du divisible ? (P 94.19-25). Ce qui est frappant est de voir surgir, à ce moment du développement où nous avons déjà affronté les conceptions concurrentes des autres écoles philosophiques (aristotéliciens et stoïciens ayant été mentionnés auparavant), la question du *praticien* s'exclamant à son tour : comment le recours à l'imagination pourrait-il justifier quelque conception du point, puisque je ne peux justement pas *m'imaginer* un point ? La définition d'Euclide n'est-elle pas conçue pour déjouer d'emblée la possibilité de cette représentation ? La hiérarchie typiquement platonicienne de « niveaux de réalités », qui a été mobilisée dans un premier temps et se contente d'assigner à la simplicité un caractère relatif (P 92), ne peut pas résister à l'attaque, sinon en avançant qu'il n'y a *jamais* de simple dans l'imagination mathématique. D'où un raffinement nécessaire :

> « À cette difficulté il faut répondre que le mouvement imaginatif (τῆς φαντασ-τικῆς κινήσεως) n'est ni divisible ni seulement indivisible, mais se dirige de l'indivisible au divisible, de l'informe à la forme. Car si l'imagination était seulement divisible, elle serait incapable de préserver en elle les différentes types d'idées qui lui parviennent, puisque les derniers devraient jeter dans l'obscurité ceux qui les précédaient – de la même façon qu'aucun corps ne peut avoir au même moment et dans le même lieu plusieurs figures, parce que les premiers sont effacés par les derniers. Et si elle était indivisible, l'imagination ne serait pas inférieure à la connaissance discursive ou à l'âme, contemplant les choses indivisibles ; elle ne pourrait pas non plus exercer son activité de figuration (μορφωτικὰς ἐποιεῖτο τὰς ἐνεργείας). Il est donc nécessaire que son mouvement débute avec ce qui est sans partie, puis projette (προβάλλειν) à partir de là les idées de chacune des choses dont elle prend connaissance dans leurs formes concentrées, et finisse en leur donnant forme, figure et extension » (P 94.26-95.14).

Il y aurait beaucoup à dire sur la manière dont la projection, d'abord associée à l'activité de la διάνοια envoyant ses concepts *dans* l'imagination, est ici mobilisée pour décrire finalement l'activité *de* l'imagination, son odyssée « fantastique ». Cette stratégie de déplacement est d'ailleurs parfaitement conforme à la critique adressée d'emblée à la conception aristotélicienne de la φαντασία comme passive (νοῦς παθητικός)[1]. Remarquons

1. Voir plus bas p. 180.

simplement, pour mieux y revenir par la suite, que l'idée de relier les mathématiques à une imagination *productive* n'est nullement un moment de rupture introduit dans la philosophie par la perspective transcendantale kantienne que le Descartes des *Regulae* aurait eu le mérite d'annoncer[1]. Mais le trait le plus marquant – qui se retrouvera d'ailleurs chez les Classiques – est que la « représentation » des principes, exposée d'abord dans le chapitre I par simple reprise du schéma mimétique platonicien, se trouve finalement mise sous la condition d'une *dynamique* de l'imagination. Si le simple est « représenté » dans les mathématiques, c'est-à-dire dans le plan du géomètre, ce n'est pas sous la forme d'une image introuvable, mais d'un *mouvement* de l'imagination. Plus profondément, le fonctionnement propre de la représentation apparaît comme *transport d'un régime d'activité* (d'un niveau discursif à un niveau géométrique, l'un et l'autre pouvant être désigné par le terme λόγος, aussi bien raisonnement que rapport). Tout ce qui a d'abord été dit de la διάνοια peut donc aussi bien se dire de la φαντασία, qui doit elle aussi assumer ce « mouvement » (ici de l'indivisible au divisible). Le point imaginé vaut comme représentant d'un certain régime de relation (celui de l'arrêt de la division) et non d'un objet ou d'un concept.

Si Proclus apporte peu d'éléments explicites sur le contenu propre de la « mathématique universelle », il est donc essentiel de voir qu'il ne l'aura

1. Sur cette théorie de l'imagination, voir A. Charles-Saget (1982), p. 189-201 et E. Moutsopoulos (1985). Dans l'état actuel des connaissances, il n'est pas aisé de savoir si cette théorie de la connaissance est originale ou si elle développe des théories antérieures : G. Watson (1988) indique que le thème de l'imagination créatrice, véhiculé par la métaphore du miroir, était essentiel à la tradition néo-platonicienne (chap. 5, p. 96-133). En revanche, il ne semble pas que les prédécesseurs de Proclus aient relié cette gnoséologie au thème ancien de la théorie commune aux *mathêmata,* comme cela apparaît très clairement dans la confrontation avec Jamblique : « La différence doctrinale la plus importante entre Proclus et Jamblique apparue jusqu'à présent concerne la relation entre les objets mathématiques et l'âme. La situation un peu confuse dans le texte de Jamblique n'a plus droit de cité chez Proclus : il place avec assurance les objets mathématiques dans l'âme, comme l'avait fait Syrianus, c'est-à-dire qu'ils sont des "projections" par l'âme à partir des principes intelligibles innées en elle » (D. O'Meara [1989], p. 164. Notre traduction). On trouvera dans les actes du V^e^ colloque du *Lessico Intelletuale Europeo* (1988), tenu à Rome en juin 1986, un utile panorama des sens de *Phantasia-Imaginatio* qui permet de cerner la singularité de la conception procléenne. Malheureusement, le commentaire de E. Evrard sur la « φαντασία chez Proclus » efface l'ambivalence de l'objet mathématique. Sur cette question, voir plutôt le commentaire de I. Mueller (1992), p. XX. Pour un aperçu sur le rôle de l'imagination dans la pensée grecque, voir également R. Lefebvre (1995).

pas moins insérée dans un dispositif très singulier où elle sert de médiation pour saisir le mouvement du concept autrement que de manière négative, *à même la représentation du géomètre.* C'est cet aspect qui va nous intéresser plus particulièrement par la suite et dont nous allons essayer de montrer qu'il donne toute sa puissance à son idée de « mathématique générale ».

### *III.3.2. L'unité des objets*

#### 3.2.1. Limite et Illimité

Comme nous l'avons vu, la formulation la plus immédiate du problème de la « mathématique universelle » est l'existence d'une diversité d'objets, attestée en mathématiques par la distinction entre le traitement du nombre (discret) et de la grandeur (continue). Cette donnée fondatrice, fortement mise en avant par Aristote au titre de l'incommunicabilité des genres, sert encore de point de départ à Nicomaque et à ses successeurs. Même Jamblique s'empresse de faire suivre le chapitre sur les « principes communs » (Limite/Illimité) (§ 3) d'un chapitre sur les « principes propres » (§ 4), où il aborde par l'intermédiaire de l'Un et du Multiple la question de la divisibilité, et donc d'une différence inaugurale et irréductible entre nombre et grandeur (4.15-32). Or il est particulièrement remarquable que Proclus ne procède pas ainsi. Non seulement, il supprime systématiquement de son Prologue tout ce qui concerne les « propres », mais il met immédiatement la distinction entre arithmétique et géométrie sous la dépendance de la Limite et de l'Illimité : « Dans ces choses, les raisons (λόγοι) se poursuivent à l'infini, mais sont maîtrisées par la cause qu'est la Limite. Car le nombre commençant avec une unité, reçoit un accroissement constant, alors que tel nombre choisi se trouve toujours limité. La division des grandeurs se poursuit également à l'infini, mais tous les résultats de la division se trouvent définis et, de fait, les parties du tout sont limitées » (P 6.14-20). En apparence, il s'agit là d'une reprise de la séparation posée par Aristote entre deux types d'infini (« de grandeur » et « de petitesse », comme on dira à l'âge classique), qui vien-

drait redoubler celle du discret et du continu[1]. Mais le fait d'avoir mis au cœur de cette description le concept de λόγος déplace significativement l'opposition : « S'il n'y avait pas d'infini, ajoute en effet Proclus, toutes les grandeurs seraient commensurables, aucune ne serait inexprimable ni irrationnelle – faits par lesquels les objets semblent différer en géométrie et en arithmétique » (P 6.20-25)[2]. Comme on le voit, la question de la divisibilité est clairement seconde par rapport à celle de l'incommensurabilité, par où se dévoile la différence propre de la géométrie et de l'arithmétique.

La démarcation entre arithmétique et géométrie par l'intermédiaire d'une théorie des λόγοι dont le critère central est commensurable/incommensurable ne fait donc pas irruption au début du livre II : elle est présentée d'emblée comme fondement des théories mathématiques. Certes nous avons vu que, pour Aristote aussi, la commensurabilité devait être considérée comme un attribut propre du nombre et que l'incommensurabilité définissait donc, par différence, l'objet propre du géométrique. Mais cette thèse était le lieu d'une *difficulté* dans la compatibilité des différents critères (notamment entre le domaine du « par soi », clairement lié à la distinction discret/continu, et celui de l'universel, explicitement lié à un point de vue surplombant la question de la divisibilité)[3]. Qu'en est-il chez Proclus ? Sa position de « mathématique générale » lui aura-t-elle permis de surmonter ces difficultés ?

À en rester à la description générale des Prologues, il n'est guère facile de le saisir et c'est pourquoi il est nécessaire, à nouveau, de se tourner vers la pratique. De même qu'on voulait savoir si les mathématiques ont ou non accès au simple, de même aimerait-on comprendre si les « principes » y sont autre chose qu'un appareil de justification philosophique indifférent à la constitution *effective* des objets. Ces difficultés, Proclus ne les contourne nullement. Il en fait mention dès la proposition X, qui demande à ce que soit bissectée une ligne finie. En effet, on paraît ici avoir *supposé*

1. Aristote rappelle d'ailleurs, même s'il ne procède pas ainsi, que « c'est dans le continu que l'infini se manifeste d'abord ; c'est aussi pourquoi il arrive souvent à ceux qui définissent le continu d'avoir en plus recours au concept de l'infini » (*Phys.*, III, 1, 200 *b* 18-20).

2. Même distinction en (P 48) et (P 60).

3. Voir plus haut, le commentaire de M 3.

d'emblée que cette ligne ne peut être pas être composée d'indivisibles. Si tel n'était pas le cas, de tels indivisibles pourraient être en nombre pair ou impair. Mais dans le second cas (auquel on pourra toujours se ramener en enlevant ou en ajoutant un indivisible), on serait obligé soit de déclarer la bissection impossible, soit de diviser un « indivisible ». L'infini n'opérerait donc pas à titre de principe effectif, soutenant la distinction des domaines d'objets, mais de simple présupposition. D'où la précision suivante :

« À cela nous devons répondre avec Geminus que les géomètres présupposent à titre de notion commune que le continu est divisible – car nous disons continu ce dont les parties sont en contact et cela peut toujours être divisé (πάντως δὲ τοῦτο καὶ διαιρεῖσθαι δυνατόν). Mais ils n'admettent pas au préalable qu'il [le continu] soit divisible à l'infini et ils le démontrent par des principes appropriés. En effet, lorsqu'ils font voir qu'il y a de l'incommensurable dans les grandeurs et qu'elles ne sont pas toutes commensurables entre elles, que montrent-ils d'autre, dira-t-on, sinon que toute grandeur est toujours divisible et que nous ne parvenons jamais à un indivisible qui soit commune mesure des grandeurs ? Ce fait est donc démontrable (ἀποδεικτόν ἐστιν), tandis que celui que tout continu est divisible constitue un axiome » (P 278.12-25).

Indépendamment de la précision avec laquelle est dégagée ici la distinction essentielle entre l'indéfini d'une simple possibilité de division (posé comme postulat) et l'infini opérant effectivement dans le partage des objets (susceptible d'une démonstration), cette remarque est fondamentale pour comprendre la manière dont les mathématiques sont « soumises » aux principes. De ce que Proclus suit ici la tradition platonicienne (et néo-pythagoricienne) qui place d'emblée les objets mathématiques sous la dépendance de la Limite et de l'Illimité, on aurait tort de croire qu'il se contente de plaquer une métaphysique donnée sur les mathématiques euclidiennes. Contrairement à ses prédécesseurs, il a en effet déplacé immédiatement le problème de l'unité du mathématique sur la question commensurable/incommensurable, et ce simple déplacement le conduit à mobiliser un usage de l'infini très différent. Cela l'amène naturellement à aller beaucoup plus loin et à se demander si cette effectivité de l'infini ne devrait pas conduire à le dire « en acte ».

Le support privilégié de cette difficulté est la définition euclidienne de la droite (comme « également placée » entre ses points) accompagnée de la demande célèbre de pouvoir la prolonger continûment. Proclus

regroupe en fait les trois premières demandes euclidiennes en une seule : « de tracer une ligne droite d'un point à un autre, de prolonger continûment une ligne droite finie en une autre droite, et de tracer un cercle à partir d'un centre et d'un intervalle »[1]. Il commente ces postulats comme de simples conséquences de sa conception dynamique et génétique de la droite comme flux du point (ῥύσιν τοῦ σημείου [185.10])[2]. La seconde demande serait donc qu'une droite finie étant tracée, il soit possible de tracer un nouveau segment à partir d'une de ses extrémités, ce qui revient simplement, explique Proclus, à fixer une des extrémités et à poursuivre le mouvement dans l'autre direction. L'intrusion du mouvement dans la constitution des objets est alors justifiée par simple renvoi à la théorie de l'imagination – ce qui montre bien que les rapports entre philosophie et concepts mathématiques opèrent ici à double sens (186.1-3). Que l'infini n'intervienne pas dans cette description de la ligne est justifié simplement de ce que « le caractère d'être produit indéfiniment n'appartient pas à toute ligne » (c'est-à-dire qu'il existe des lignes finies).

Nous retrouvons ici l'idée aristotélicienne selon laquelle l'indéfini qui soutient la possibilité du prolongement n'a pas d'autre effectivité qu' « en puissance ». Mais pouvons-nous donc nous passer entièrement en mathématique d'un infini actuellement *donné* ? Certes l'incommensurabilité démontre l'effectivité du principe, mais comme il s'agit d'indiquer qu'on ne parvient *jamais* à une commune mesure, le critère reste négatif et la division potentielle. Or la proposition XII demande, elle, à ce que soit tracée une perpendiculaire en un point extérieur à une droite *infinie donnée* (Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον). Proclus fait alors remarquer que l'infinité est ici une condition *nécessaire*. En effet, si la droite n'était pas infinie *en acte,* il n'y aurait aucun moyen d'être assuré au moment de la construction que le point choisi extérieur à la ligne n'est pas situé dans son prolon-

1. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράψαι (P 185.1-5).

2. Même si Proclus indique également les limites de cette conception ancienne et déclare préférer l'idée d'un mouvement explicite d'extension (διάστασιν) dans une seule direction pour définir la droite, le flux désignant cette puissance générative (γόνιμον δύναμιν) indépendamment de l'idée d'unidimensionalité (P 97.6-17).

gement (P 284). Cela l'amène immédiatement à se demander quel type d'existence (ὑπόστασιν) on peut conférer à cet infini, d'autant que le raisonnement pour la ligne se transfère immédiatement au plan et à un plan actuellement infini, dit Proclus, si nous voulons que le problème soit réel[1]. Mais il va alors préciser que cela ne conduit pas, pour autant, à accepter un infini actuellement donné *comme concept.*

Ce passage mérite d'être cité pour sa proximité, rarement notée, avec certains développements cartésiens et leibniziens sur l'intervention – entre l'infini en puissance et l'infini en acte pourrait-on dire – d'un infini *donné* à l'imagination. Après avoir rappelé les arguments aristotéliciens contre la possibilité d'un infini donné dans les grandeurs sensibles, et précisé que cet infini ne saurait évidemment être donné dans les Idées simples et indivisées (donc au niveau de l'intelligible), Proclus conclut :

« Il reste donc que l'infini existe dans l'imagination, sans que l'imagination ait pour autant une connaissance de l'infini. Car quand l'imagination connaît, elle assigne immédiatement à ce qu'elle connaît une forme et une limite, et par l'action du connaître, elle met un terme au parcours au travers de l'imaginé ; elle l'a parcouru et circonscrit. L'infini n'est donc pas objet de l'imagination qui connaît, mais de l'imagination indécise à propos de ce qu'elle connaît, qui préfère suspendre son connaître, et appelle infini tout ce qu'elle abandonne, ce qu'elle ne parvient ni à mesurer ni à circonscrire. »[2]

L'exemple de la droite sur laquelle on fait tomber une perpendiculaire est intéressant en ce que l'ont voit bien comment l'infini intervient comme donné en tant qu'on ne peut pas *en faire le tour.* Il n'y a pas plus de

1. (P 284.18-21). Cette progression est essentielle, car nous verrons que le plan joue un rôle central comme « écran » où se projette l'activité de la pensée discursive. Que ce plan puisse être donné comme infini contredit assez directement l'image ordinaire qui est attachée à la « pensée grecque » comme dépendante d'une articulation du *logos* au « lieu » plutôt qu'à l'espace. On peut bien sûr objecter que la problématique du prolongement (être ou non situé dans le prolongement d'une droite) reste de l'ordre de l'infini potentiel, mais la remarque de Proclus n'aura pas moins attiré l'attention sur le fait que la proposition demande bien un infini donné. La raison profonde de ce fait tient évidemment à la nécessité de pouvoir tracer la perpendiculaire à partir d'un point quelconque, ce qui suppose qu'on puisse abaisser la droite cherchée sur la droite donnée.

2. Λείπεται δὴ οὖν ἐν τῇ φαντασίᾳ τὸ ἄπειρον ὑφίστασθαι μόνον οὐ νοούσης τὸ ἄπειρον τῆς φαντασίας. ἅμα γὰρ νοεῖ καὶ μορφὴν ἐπάγει τῷ νοουμένῳ καὶ πέρας, καὶ τῇ νοήσει τὴν τοῦ φαντάσματος ἵστησι διέξοδον, καὶ διέξεισιν αὐτὸ καὶ περιλαμβάνει. οὐ νοούσης τοίνυν ἐστὶν τὸ ἄπει- ρον ἀλλ' ἀοριστοαινούσης περὶ τὸ νοούμενον καὶ μὴ νοούσης μᾶλλον καί, ὅσον ἀκαταμέτρητον ἀφίησι καὶ ἀπερίληπτον νοήσει, τοῦτο ἄπειρον λεγούσης (P 285.5-1).

mystère à cette impossibilité de parcours, ajoute Proclus, qu'il n'y en a à dire que l'obscurité m'est donnée comme impossibilité de voir. Si l'explication peut sembler un peu courte, elle n'en est pas moins remarquable en ce qu'elle pose le problème de l'infini en lien étroit avec les pouvoirs de l'imagination et la question de l'in-compréhensibilité – deux traits qui seront déterminants dans la réflexion de Descartes. Mais, s'il ne faut pas attacher trop d'importance à la brièveté de cette première réponse, c'est surtout qu'elle ne fait que repousser le problème. Si l'infini est donné *comme indétermination,* en effet, « comment une ligne pourrait-elle être actuellement infinie et s'articuler avec des notions déterminées » ? C'est que la pensée discursive ne se rapporte justement pas à l'infini comme quelque chose à connaître. Elle ne le pose que pour connaître le fini (ici la perpendiculaire). Si notre imagination pouvait voir directement que le point ne se tient pas dans le prolongement de la ligne, elle n'aurait d'ailleurs pas besoin de cette position d'infini (P 285.18-286.12).

Nous retrouvons ici le même parcours que dans le cas du simple : d'une position dogmatique de principes, nous progressons peu à peu jusqu'à investir la matière géométrique elle-même. À chaque fois, loin d'y constater à quel point les concepts s'y déploient dans une parfaite transparence, qui ne ferait que soumettre cette matière à la mainmise du concept, nous y parvenons à une activité propre et *irréductible* de l'imagination. Ce point est essentiel : d'un côté, il assoit l'effectivité réelle des principes (par exemple, ici, il nous assure que le déploiement du géométrique est sous la condition d'une position d'infini *actuel*) ; mais de l'autre, il brouille systématiquement la dimension purement réceptive de la matière en l'investissant d'une activité autonome (ici, que l'infini ne serait pas nécessaire dans la représentation géométrique elle-même s'il ne fallait pas en passer par le mode propre de cheminement de l'imagination, bref qu'il est un infini donné à l'imagination *et non au concept*)[1].

1. Ce qui ne signifie nullement que ce mouvement de l'imagination n'a pas d'équivalent « par remontée », comme l'explique la fin du commentaire où l'indéfini se trouve finalement rapporté à l'idée de vie qui devient force pure par association avec l'Intellect (P 291). Sur la question de l'infini, voir également le commentaire de la *Définition* 17 (P 158), où apparaît, nous rappelle I. Mueller en note, « le plus ancien exemple connu référant aux traits paradoxaux des collections infinies ».

### 3.2.2. Le rôle du λόγος

Une remarque du même ordre peut être faite à propos du deuxième trait original de cette ouverture : la description unifiée des objets mathématiques *par leur mode de production*. Autant il est remarquable que Proclus ne recourt pas à la distinction inaugurale du discret et du continu, autant qu'il choisisse de décrire les objets à partir d'un même opérateur, le λόγος (agissant, dit-il, sur l'illimité sous le « contrôle » de la limite). Cette idée va être développée une première fois dans le chapitre VI où est mise en avant, contre toute théorie abstractionniste ou purement idéaliste, la constitution *génétique* des objets mathématiques. C'est d'ailleurs cette conception qui donnera son fondement à la distinction des différents types de καθόλου dans le livre II. Ici encore, remarquons déjà combien le problème d'une unité des objets mathématiques et donc du καθόλου en mathématiques se trouve bien posé où il se situe depuis Aristote : dans la théorie de la connaissance – et combien Proclus se distingue non pas seulement d'y reconduire rigidement une critique idéaliste de l'abstractionnisme, mais d'y introduire positivement un certain « mouvement de l'esprit », une plasticité du concept. Mais avant de nous attarder sur ce développement, arrêtons-nous à nouveau sur son lien à la pratique mathématique.

Nous avons déjà entrevu dans la description du point comment l'intervention du mouvement de l'imagination permet de résorber certaines apories sur le statut du simple et du complexe dans l'unité d'une intuition fondatrice. De même ce mouvement présidait-il à la reprise des postulats 1 à 3 sous une même représentation. On pourrait ainsi multiplier les exemples de la dimension génétique que Proclus confère à la description des objets mathématiques. Cet aspect jouera un rôle essentiel dans la transmission de cette doctrine à l'âge classique, où le thème des « définitions génétiques » reviendra au premier plan. Mais il importe surtout d'insister sur la « logique » des mathématiques qui s'en dégage. On aurait tort de croire que ce qui caractérise ici Proclus est d'avoir été plus attentif qu'Aristote ou Platon à la pratique euclidienne et d'y avoir distingué le rôle central qu'y tiennent les *constructions*. Car genèse et constructions ne

sont justement pas équivalentes. La critique va donc atteindre ici le mathématicien autant que le philosophe.

Le fait d'en appeler aux constructions et de mettre en avant le rôle de l'imagination présente, en effet, un défaut évident en géométrie : cela conduit à faire reposer les raisonnements sur une intuition de type sensible plutôt que sur un développement proprement conceptuel. Telle n'est évidemment pas la conception de Proclus, qui suit ici fidèlement son maître Platon. Que l'imagination soit dotée d'un mouvement propre n'est pas un point de départ, mais la résultante d'un dispositif de représentation (dit de « projection ») dans lequel ce qui « passe » d'un niveau à l'autre est toujours une forme d'activité ou λόγος. De ce point de vue, le mouvement de l'imagination n'a de valeur que s'il transcrit un déploiement du concept qui est le niveau propre du λόγος (déploiement *du* concept qui, nous l'avons vu dans le cas de l'infini, n'est pas nécessairement un déploiement conceptuel, c'est-à-dire un mouvement *réductible* à un concept – sans quoi il ne serait certainement qu'un « faux mouvement »)[1]. En résulte une exigence bien plus profonde que celle de la simple constructivité : ce que doit exhiber le mouvement de l'imagination pour « représenter » l'activité génétique de la connaissance discursive est rien moins qu'un régime *logique*.

Un premier témoignage en est donné dans le commentaire célèbre de la proposition XVI, qui démontre que « dans tout triangle, si l'un des côtés est prolongé, l'angle externe est plus grand que chacun des angles internes opposés ». Cette démonstration suppose une construction auxiliaire (le prolongement d'un côté). Il ne s'agit pas d'un détail puisque certains auteurs, voulant se passer de cet artifice, avaient donné prise à la critique (un triangle ne pouvant justement pas avoir « en soi », c'est-à-dire avant la construction auxiliaire, d'angle *externe* [P 305.21-306.8]). Le théorème permet, d'après Proclus, de démontrer deux autres résultats intéressants : il est impossible que trois lignes égales tombent du même

1. Le fait d'insister sur le lien de l'imagination à une certaine structure conceptuelle est certainement lié à la critique de l'usage de la φαντασία par les stoïciens, qui défendaient par ce biais un primat des représentations physiques en mathématiques. Pour un aperçu de cette théorie, voir J.-P. Dumont, « mos geometricus, mos physicus » dans J. Brunschwig (1978), p. 121-134.

point sur la même droite ; si une ligne tombant sur deux lignes fait un angle externe égal à l'angle interne opposé, alors elles ne peuvent former un triangle. Pour se convaincre de ce dernier résultat, qui n'est qu'une forme contraposée du théorème, il suffit de regarder la variation des angles considérés en fonction du mouvement relatif d'une droite par rapport à l'autre lorsqu'on les amène à se rencontrer (l'angle externe augmentant à mesure que l'angle interne opposé diminue). Et Proclus de conclure laconiquement : « De cela, nous pouvons déduire comment la genèse des choses met devant nos yeux les vraies causes de ce que nous cherchions » (πῶς αἱ γενέσεις τῶν πραγμάτων ὑπ' ὄψιν ἡμῖν τὰς ἀληθινὰς ἄγουσι τῶν ζητουμένων αἰτίας [P 310.5-8]).

L'indication est discrète, mais elle va être reprise au début du commentaire de la proposition qui suit (dans un triangle, deux angles pris ensemble sont toujours plus petits que deux droits). Euclide la démontrait par simple recours à la proposition XVI, mais Proclus ajoute que « comme dans le théorème précédent, il nous faut regarder la genèse du triangle pour découvrir la cause du caractère proposé » (P 310.9-311.1). Or on peut raisonner ici directement à partir du rapport entre les angles et les droites qui s'intersectent en comprenant leur variation relative, *sans avoir à prolonger l'un des côtés.* La critique est alors frontale : « Comment ce qui n'est pas nécessaire (*scil.* prolonger un des côtés) pourrait-il être cause de ce qui est nécessaire (*scil.* le rapport des angles internes à deux droits) ? »

C'est peu dire que cette exclamation aura quelque écho auprès des lecteurs renaissants, qui y trouvèrent un exemple typique de décalage entre les critères aristotéliciens de scientificité et la pratique euclidienne de démonstration[1]. L'attaque semblait d'autant plus forte qu'elle provenait d'un des plus farouches opposants à la conception aristotélicienne des mathématiques et d'un des plus grands commentateurs d'Euclide !

1. C'est surtout I, 32, démontrée par Euclide à partir de I, 16 et 17, qui leur servit de soutien, car on y parvenait à la démonstration d'un attribut (l'égalité des trois angles internes à deux droits) qui avait été présenté par Aristote comme « essentiel » au triangle (comme le rappelle Proclus à la fin de son commentaire en [P 384]). Cette proposition, et sa critique par Proclus, furent un des éléments centraux de ce qu'on appela à la Renaissance la « question de la certitude des mathématiques » *(quaestio de certitudine mathematicarum),* voir P. Mancosu (1996) et *infra,* p. 205.

Dans l'immédiat, remarquons à nouveau combien philosophie et pratique mathématique se trouvent ici imbriquées l'une dans l'autre. Au nom de sa conception génétique des objets, Proclus n'hésite pas à critiquer le recours par Euclide à un certain type de construction, accusée de masquer la cause que doit exhiber la preuve. Ce point de vue avait été annoncé dès le commentaire de la première proposition. Reprenant une critique qu'il faisait remonter à Aristote selon laquelle les mathématiques ne seraient pas capables d'exhiber des régimes de causalité réelle[1], Proclus répondait déjà que certaines démonstrations procèdent effectivement par signes[2], mais qu'il s'agissait d'un *défaut* – les démonstrations « parfaites » se reconnaissant précisément d'exhiber la cause[3]. L'exemple qu'il donnait alors était celui de l'égalité des angles internes d'un triangle à deux droits (soit I, 32), dans lequel l'angle externe ne pouvait opérer comme moyen terme qu'en tant que signe (puisqu'il n'appartient pas à l'essence du triangle). À l'opposé, la construction du triangle équilatéral à partir des cercles tracés sur les extrémités était présentée comme génétique, la similitude des cercles étant la *cause* de l'égalité des côtés (206.12-207.3).

Cette position du problème, fondatrice d'un grand nombre de discussions de philosophie des mathématiques qui renaîtront au XVI^e^ siècle avec la redécouverte du traité, entretient un lien fort avec une conception métaphysique du rôle de la causalité. L'importance que tient pour Proclus le modèle de la série, la manière dont la causalité s'y resserre autour du seul modèle de l'efficience, le déplacement que cette conception produit dans la conception de la prédication et des rapports touts/parties sont

1. Il n'est pas aisé de comprendre à quel texte d'Aristote Proclus fait ici référence, d'autant que le Stagirite semble avoir régulièrement crédité les raisonnements mathématiques d'être causaux, même s'ils n'ont accès qu'à une causalité formelle (*Physique*, II, 7, 198 *a* 14-16). Par ailleurs, nous devons nous rappeler que la différence fondamentale entre la connaissance du *fait* (τὸ ὅτι) et la connaissance du *pourquoi* (τὸ διότι) reçoit, parmi d'autres exemples, celui des sciences subordonnées, l'arithmétique et la géométrie étant précisément créditées de donner le *pourquoi* (*An. Post.*, I, 13, 78 *b* 32 sq.). En revanche, cette critique apparaît chez les commentateurs, comme Simplicius, *In An.*, 276.28-277.6 dans un développement sur l'abstraction, qui aura beaucoup d'influence auprès des Renaissants.

2. Sur la démonstration « par signe » voir *An. Prior.*, 70 *b* 1-3.

3. Comme nous le verrons, ce critère de la « démonstration parfaite », réinterprété d'un point de vue aristotélicien comme celle qui donnerait à la fois « le fait » et « la raison du fait », jouera un rôle décisif dans les débats sur les mathématiques à la Renaissance et à l'âge classique.

des pièces essentielles de ces exigences nouvelles[1]. Mais le point sur lequel nous aimerions insister, et dont nous aurons besoin par la suite, est le type d'unité qui se trouve alors conférée aux mathématiques. Comme dans le cas de la Limite et de l'Illimité, nous ne devons pas croire que la description des objets mathématiques à partir du concept de λόγος agit en position d'extériorité par rapport à la pratique. La même exigence posée en toute généralité pour la description des objets doit pouvoir se retrouver à tout moment de la théorie. Ainsi la description d'une inégalité doit passer par une étude des rapports, dans leur variation même, et non par une construction géométrique auxiliaire. C'est là le bon usage de l'imagination, qui n'a de valeur qu'à exhiber ce « mouvement » de genèse soutenant les rapports de grandeur. Le phénomène est ici d'autant plus apparent qu'il conduit à une critique de la pratique euclidienne. Le rôle conféré à une théorie des λόγοι – dont on a déjà entrevu qu'il n'opérait pas à titre de renvoi à une théorie univoque fondatrice de la communauté des *mathêmata* – s'articule à la possibilité de passer à tout moment d'un niveau à l'autre, et notamment du niveau conceptuel au niveau de la représentation mathématique. C'est ce « passage » qu'il nous faut maintenant essayer de comprendre.

## III.4. La théorie de la connaissance : le rôle de l'imagination

On a vu comment les conceptions exposées dans les Prologues, s'affinent dans un dialogue constant entre philosophie et mathématique, où l'une et l'autre sont amenées à évoluer de concert. Cet horizon étant posé, reste à comprendre la théorie de la connaissance qui autorise Proclus à instaurer ce dialogue et à y reconfigurer le problème de l'universel en

1. Faute de pouvoir développer ces points, nous renvoyons à Harari (2006). Sur le modèle que tient la série dans l'ontologie néo-platonicienne, voir A. Charles-Saget (1982), p. 159-162 et p. 196-201 ; J. Trouillard (1982), p. 196 sq. et p. 208-211.

mathématiques. C'est la première tâche que se donne le Prologue. Une fois posés les principes communs (I), leur mode d'effectivité dans les mathématiques (II), et une fois délimité le lieu d'un savoir universel (III et IV), Proclus doit encore lui donner une consistance gnoséologique en explicitant le statut de ce καθόλου. Pour cela, il rappelle la position platonicienne, dans laquelle ce qui caractérise les mathématiques est d'abord un mode propre de connaissance, la διάνοια, qui permet de placer à titre de corrélat objectif une οὐσία des mathématiques (chap. V). Il va ensuite s'interroger sur la constitution de cette « essence » des mathématiques et s'opposer vivement aux thèses abstractionnistes de ses adversaires (chap. VI). C'est alors qu'est avancée la thèse centrale selon laquelle les formes et les raisons mathématiques doivent être rapportées à l'âme comme puissance d'engendrement (ψυχὴ γεννητικὴ [P 13.6]). Ce pouvoir se trouve alors désigné, sans être vraiment explicité, par une opération qui jouera un rôle décisif dans la suite du traité : la « projection » (προβολαι [P 13.10 et 24 ; 17.24]).

Proclus, avant Kant, voit bien que le problème posé par la mathématique est celui de la spontanéité de l'esprit (τὸ αὐτενέργητον τῆς ψυχῆς [P 15.26-27 et 141.11-12]) en tant que *créateur d'intuitions.* Comme il le rappelle, il n'est pas possible de considérer que l'âme reçoit passivement des intuitions sensibles qu'elle transformerait, par on ne sait quelle opération secrète, en concepts précis et stables ; mais il n'est pas non plus possible de considérer qu'elle se réduit à la pure intuition du simple sans rendre incompréhensible sa discursivité, le déploiement de ses raisons, c'est-à-dire son activité propre. D'où l'idée que cette activité doit plutôt être caractérisée comme un mouvement (non local) ou, dit-il aussi, un dépliement (ἐξελίττουσα : 17.25 ou 56.18)[1]. Reprenant l'image aristotélicienne de la tablette de cire, Proclus conclut : « L'âme n'a donc jamais été une tablette vide de toute raison ; mais est toujours écrite et s'écrit elle-même et se trouve écrite par la connaissance intellective. Car l'âme est également connaissance intellective, se dépliant en vertu de cette connaissance qui la domine et devenant ses images et expressions

1. Proclus utilise également à plusieurs reprises ἀνελίττει : « déplier » (voyez P 55.3 ou 62.11 et la citation qui suit P 16.11).

externes. »[1] On voit qu'il n'est pas exagéré de parler d'un véritable dispositif commandé ici par une première image : celle de l'écriture[2]. Cet aspect apparaîtra plus clairement dans les différentes reprises du modèle, qui lui donneront progressivement plus de chair géométrique. Mais insistons pour l'instant sur la très curieuse opération à laquelle se livre ici Proclus en rapportant tour à tour l'âme à une position d'activité et de passivité (ou de support), si bien qu'elle est dite non pas seulement « écrite » (par la connaissance intellective), mais « s'écrire elle-même » (γράφον ἑαυτὸ). C'est un point d'autant plus important à noter qu'il se retrouvera tel quel chez Descartes où l'imagination (plus exactement, l' « intellect accompagné de l'imagination ») pourra apparaître tour à tour comme activité et comme passivité, selon un régime métaphorique identique à celui de Proclus (et en fait hérité d'Aristote puisqu'il s'agit de la tablette de cire)[3].

Dans la mesure où le moment transcendantal a souvent été présenté comme la fin du rêve dogmatique de la *mathesis universalis,* il serait tentant d'insister par contraste sur la continuité qui pourrait s'établir, contre toute attente, entre ces différents moments. Mais cette perspective ne deviendra pleinement convaincante que lorsque nous aurons montré la continuité historique *réelle* qui conduisit les auteurs de l'âge classique à mettre l'imagination et son mouvement propre au centre de leur dispositif de mathématique universelle. Dans l'immédiat, il peut être plus intéressant d'insister sur une différence profonde, qui apparaît clairement dès qu'on replace le développement du premier Prologue dans sa séquence propre. La réponse que nous venons de présenter, comme celle de Descartes et de Kant, est dans son fond mystérieuse. Quel que soit le lieu où l'on veut faire passer la coupure (entre νοῦς et διάνοιὰ entre *intellectus* seul et *intellectus simul cum phantasia* ; entre « catégorie » et « intuition sensible ») et quelle

1. Καὶ οὐκ ἄρα ἦν ἡ ψυχὴ γραμματεῖον καὶ τῶν λόγων κενόν, ἀλλὰ γεγραμμένον ἀεὶ καὶ γράφον ἑαυτὸ καὶ ὑπὸ νοῦ γραφόμενον. νοῦς γάρ ἐστι καὶ ἡ ψυχὴ κατὰ τὸν πρὸ αὐτοῦ νοῦν ἀνελίττων ἑαυτὸν καὶ εἰκὼν ἐκείνου καὶ τύπος ἔξω γενόμενος (P 16.8-13).

2. Repris en (P 186.2-7). Pour Kant, le schème doit être considéré comme un « monogramme » de l'imagination pure (*« ein Monogramm der reinen Einbildungskraft a priori »*, Ak III, 136/IV, 101).

3. Voyez *Reg* XII : « En tout cas, cette force cognitive tantôt pâtit, tantôt agit, et imite parfois le cachet, parfois la cire » (AT X, 415) et notre commentaire plus bas p. 304 sq.

que soit l'image utilisée pour enjamber cet écart (vie de l'âme et mouvement de projection ; force *(vis)* de l'esprit *(ingenium),* créateur de formes (*novas [figuras] format*) ; imagination et schématisme), le problème fondamental, pointé par la *Critique de la raison pure,* est d'avoir à penser l'homogénéité de ce que le système a posé d'emblée comme hétérogène[1]. Il ne suffit pas d'insérer un troisième terme entre l'intuition pure et la discursivité au titre du « mouvement de l'esprit » pour avoir fait autre chose que donner un nom à ce problème. Or Proclus se distingue en ce point des autres philosophes de l'imagination productive par sa fermeté à refuser une quelconque passivité ou affectivité de l'intellect. Alors que Descartes peut dire que la structure de transcription du sensible se prolonge jusqu'à l'intellect par passage à un régime analogique, qui est inexplicable (puisque l'intellect est bien activité pure)[2] ; alors que Kant peut bien renvoyer la rencontre du sensible et de l'intelligible dans les profondeurs d'un « art caché » de l'âme humaine « dont il sera bien difficile d'arracher le vrai procédé à la nature et de le placer ainsi dévoilé devant nos yeux »[3], Proclus, parce qu'il refuse toute position de passivité ou d'affectivité, va devoir expliciter la manière dont la matière (ici la matière « mathématique ») se trouve investie par l'esprit et fonde une certaine *auto-affection* de l'âme qui s'écrit elle-même.

Tant que nous en restons, en mathématiques, aux questions de nombres, la difficulté n'est pas insurmontable. La « matière » peut bien valoir

1. C'est ainsi, on s'en souvient, que s'ouvre le premier chapitre de « l'Analytique des Principes » consacré au « schématisme des concepts purs de l'entendement » : « Dans toute subsomption d'un objet sous un concept, la représentation du premier doit être *homogène* à celle du second, c'est-à-dire que le concept doit renfermer ce qui est représenté dans l'objet à y subsumer. C'est en effet ce qu'on exprime en disant qu'un objet est enfermé *sous* un concept. Ainsi le concept empirique d'une *assiette* a quelque chose d'homogène avec le concept purement géométrique d'un *cercle,* puisque la forme ronde qui est pensée dans le premier se laisse percevoir par intuition dans le second. / Or, les concepts purs de l'entendement comparés aux intuitions empiriques (ou même en général sensibles), sont tout à fait hétérogènes, et ne sauraient jamais se trouver dans quelque intuition » (Ak III, 133/IV, 98 ; trad. Barni).

2. Après avoir dit que la force cognitive était comparable tantôt à la cire, tantôt au cachet, Descartes précise bien : « Mais c'est ce qu'il faut prendre ici seulement par analogie, car il ne se trouve parmi les choses corporelles rien qui lui soit absolument semblable » (AT X, 415).

3. *Dieser Schematismus unseres Verstandes in Ansehung der Erscheinungen und ihrer bloßen Form ist eine verborgene Kunst in den Tiefen der menschlichen Seele, deren wahre Handgriffe wir der Natur schwerlich jemals abrathen und sie unverdeckt vor Augen legen werden* (Ak III, 136).

simplement comme nom de l'instanciation du concept (*ce* chiffre sept n'est pas « le sept », *cette* unité n'est pas « l'un ») ou, ce qui revient au même, comme le multiple (la collection) que l'unité du concept sursume. Proclus n'aborde guère ces questions dans le *Commentaire,* mais il rappelle néanmoins au détour d'un passage :

« Que les nombres soient plus purs et immatériels que les grandeurs et que le principe des nombres soit plus simple que celui des grandeurs, cela est clair à tous. Mais quand ils (*scil.* les pythagoriciens) parlent de l'unité comme n'ayant pas de position, il me semble qu'ils veulent indiquer que l'unité et le nombre – je parle bien sûr du nombre monadique – ont leur existence dans notre pensée (ἐν δόξῃ) ; et c'est pourquoi chaque nombre, comme le cinq ou le sept, apparaît à tout esprit comme n'étant pas multiple, et comme pur de toute figure ou forme adventices. Le point, quant à lui, est projeté dans l'imagination et vient à l'existence dans un lieu, incarné dans une matière intelligible » (P 95.23-96.8).

Comme on le voit, le problème du rapport à la matière n'est pas du tout le même dans le cadre géométrique, où l'intervention de la matière est présentée comme constitutive. Le point ne peut venir à l'existence que dans un lieu (ἐν τόπῳ γέγονεν), matérialisé (ἔνυλόν). Nous sommes immédiatement placé au lieu problématique de la rencontre entre concept et intuition.

C'est par ces difficultés que s'ouvre le second Prologue. Après avoir rappelé la primauté de l'arithmétique, qui délimite l'aspect purement compréhensible (γνωστόν) du géométrique au moyen des rapports commensurables, Proclus se demande comment une position résolument anti-abstractionniste comme la sienne pourrait rendre compte d'une discipline, la géométrie, où l'intervention de la matière apparaît comme nécessaire[1]. À la question de la divisibilité infinie des grandeurs s'ajoute le fait que le champ métaphorique du mouvement, de la section, du contact, dont usent constamment les géomètres, semble à l'évidence tiré d'une intuition sensible qu'il s'agit de bannir (P 49.27-50.9). Platon, on le sait, avait précisément critiqué ce vocabulaire mêlant indûment sensible et intelligible, être et devenir (*Rép.,* 527 *a* 6 - *b* 1). Mais Proclus a beau jeu de rétorquer qu'une conception de la figure comme pur objet dianoétique

1. Le passage entier est placé sous l'étude de la γεωμετρικὴ ὕλη (P 49.5).

n'est guère plus éclairante (P 50.10-16). C'est pourquoi il va se trouver obligé de s'aventurer plus avant dans une conception originale du statut du καθόλου, dont l'imagination va être une pièce maîtresse.

*
* *

Il est déjà remarquable que ce développement se place sous la figure du καθόλου, confirmant l'idée que c'est bien là une des questions centrales de l'étude (50.16-51.9). C'est en fait l'occasion de faire intervenir un couple, qui était jusqu'à présent resté dans l'ombre, alors même qu'il tient une place fondatrice dans la réflexions des néo-platoniciens : l'Un et le Multiple. Le καθόλου se trouve, en effet, identifié à l'Un, dont Proclus rappelle les trois formes qu'il y discerne (l'Un dans le multiple, l'Un antérieur au multiple et l'Un « rejeton » du multiple, c'est-à-dire formé par abstraction)[1]. Mais cette position du problème, qui conduit à privilégier l'Un antérieur au multiple, est immédiatement redoublée d'une autre distinction. Quand on se tourne, en effet, vers les choses qui participent à cet universel, on trouve deux types de matière[2]. Proclus se réfère à Aristote, par un renvoi apparent à l'idée de « matière intelligible », qu'il transcrit comme « matière des choses imaginées » (ἡ [ὕλη] δὲ τῶν φανταστῶν)[3] ; mais il critique immédiatement la possibilité de la corréler à une imagination comme νοῦς παθητικός au motif que le νοῦς ne peut justement jamais être en position de passivité (ou d'affectivité) (P 51.15-52.8).

1. Ce qui correspond aux trois figures de l'universel : τὰ μὲν πρὸ τῶν πολλῶν, τὰ δὲ ἐν τοῖς πολλοῖς, τὰ δὲ κατὰ τὴν πρὸς αὐτὰ σχέσιν καὶ κατηγορίαν ὑφιστάμενα (P 51.7-9). Sur cette répartition, voir *In Parm.*, 894.4 sq. On remarquera que la reformulation du troisième est un peu différente et directement dirigée contre Aristote : il s'agit de l'universel en tant qu'il est prédiqué selon telle ou telle catégorie. Le point est d'importance, car on voit immédiatement que Proclus ne considère pas les deux autres formes de l'universalité comme relevant de ce cas de figure.

2. Le problème soulevé par Descartes, puis Kant, paraît ici simplement déplacé : comment s'articulent ces deux notions de matière ? Comment justifier, comme l'affirme Proclus par la suite, qu'il y ait deux types d'Idée (dans la nature / dans la connaissance discursive). Mais on peut y voir également une manière de réponse : il y a de fait deux rapports différents à la matière, selon que cette matière est supposée résister à la compréhension ou s'y conformer.

3. Proclus tient les deux expressions pour équivalentes comme l'atteste (P 53.1).

Il y a donc un niveau d'universalité antérieur au multiple, propre aux idées ; puis un niveau d'universalité dans le multiple, qui en mathématiques, est propre à l'imagination. Cette perspective n'est pas particulièrement originale et conduit à avancer, dans un premier temps, que le géomètre voit un cercle (dans l'imagination) quand il vise son concept (dans la διάνοια), conformément à ce qu'avait avancé Platon dans la *République,* VI (510 *d-e*). En ce point émerge immédiatement le problème de l'inséparabilité du concept et de l'intuition : car pourquoi le géomètre n'étudierait-il pas directement le cercle dans la διάνοια s'il était effectivement de l'ordre du concept pur ? C'est là une des difficultés de la doctrine platonicienne : si les objets mathématiques sont en fait des Idées, que le mathématicien considère à titre hypothétique – sans se pencher directement, comme le fait le dialecticien, sur ce qui les relie les unes aux autres –, s'il n'utilise les figures tracées dans le sable que pour étudier en fait la diagonale ou le carré « en soi », *pourquoi les tracer* ? Il ne suffit pas de dire que la saisie purement conceptuelle, sans aide de l'imagination, est le but du géomètre, sommet de sa recherche et vrai don d'Hermès (P 55.18-23). Tout le problème est que ce but, en tant qu'il n'est qu'un but, laisse dans l'ombre les moyens d'y atteindre. Proclus pointe ici la vraie difficulté : « La connaissance discursive contient les raisons, mais, incapable de les voir quand elles sont repliées, les déploie, les expose et les présente dans l'imagination ou, avec son aide, déplie la connaissance qu'elle en a, se réjouissant de les tenir séparées des sensibles et trouvant dans la matière imaginaire un support apte à recevoir leurs formes. »[1] Le géomètre n'étudie pas le cercle comme concept simple, mais bien comme classe d'objets (P 54.18-22) et cet étalement des objets suppose un dépliement du simple dans des rapports que l'imagination recueille. On peut bien lui donner le premier pour visée, c'est par le second qu'il y pourra atteindre.

Ce point est central pour la compréhension de la « mathématique générale » : si nous considérons que sa finalité est principalement d'exhiber une unité théorique, qui doit pouvoir valoir au seul niveau des

1. Ἔχουσα γὰρ ἡ διάνοια τοὺς λόγους, ἀσθενοῦσα δε συνεπτυγμένως ἰδεῖν ἀναπλοῖ τε αὐτοὺς καὶ ὑπεκτίθεται καὶ εἰς τὴν φανταστίαν ἐν προθύροις κειμένην προάγει καὶ ἐν ἐκείνῃ ἢ καὶ μετ' ἐκείνης ἀνελίττει τὴν γνῶσιν αὐτῶν, ἀγαπήσασα μὲν τὸν ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν χωρισμόν, τὴν δὲ φανταστὴν ὕλην εὐτρεπῆ πρὸς ὑποδοχὴν εὑροῦσα τῶν ἑαυτῆς εἰδῶν (P 54.27-55.6).

concepts, alors l'étude de l'universel antérieur au multiple devrait suffire. Mais sous ce point de vue, ce que la mathématique universelle ne pourra pas unifier est précisément la géométrie comme telle, puisqu'elle semble mobiliser de manière constitutive « l'aide de l'imagination » (μετὰ φαντασίας [P 55.7][1]). Inversement, si nous considérons que la « mathématique universelle » n'a pas seulement pour but de fonder les mathématiques sur une structure conceptuelle unifiée, mais doit également pouvoir s'assurer que cette universalité ne se perd pas ensuite lorsqu'elle s'engage dans la matière mathématique, c'est-à-dire lorsqu'elle s'incarne dans des objets et une pratique, alors c'est l'explicitation de ce « passage » dans la matière qui en fournira le vrai ressort.

C'est bien là que Proclus a situé d'emblée l'enjeu. Nous avons déjà vu qu'il recourt alors, contre le point de vue abstractionniste, à l'idée de « projection ». Mais, dans le premier Prologue, cette projection n'atteint pas encore la matière. Elle caractérise seulement le « dépliement » des idées dans un parcours discursif (qui peut bien être purement conceptuel). En outre, cette explication restait mystérieuse puisqu'elle consistait à poser l'âme tour à tour comme activité et comme support de cette activité : tablette s'écrivant elle-même. C'est pourquoi il ne faut pas manquer l'infléchissement décisif que porte la seconde description de ce dispositif. Car nous comprenons maintenant pourquoi est nécessaire une position d'imagination, posée comme support (πρὸς ὑποδοχὴν) et à l'aide de quoi l'âme se trouve en mesure de déployer ses raisons dans la discursivité :

> « Ce qui projette les images est la connaissance discursive (διάνοια), la source de ce qui est projeté est l'Idée saisie par la connaissance discursive, et ce dans quoi elle se projette est cet intellect appelé passif, qui se déplie en rapport avec l'indivisibilité de l'intellect véritable (νοῦς), établissant une distance avec le caractère inétendu de la pensée pure, se conformant suivant toutes les espèces sans forme et devenant tout ce qui constitue la connaissance discursive et le concept (λόγος) indivisible qui est en nous » (P 56.15-22)[2].

1. Chez Descartes : *simul cum phantasia* (AT X, 415), qui définit l'*imaginationis adjumentum* (AT X, 438).

2. Καὶ τὸ μὲν προβάλλον ἡ διάνοια, τὸ δὲ ἀφ' οὗ προβάλλεται τὸ διανοητὸν εἶδος, τὸ δὲ ἐν ᾧ τὸ προβαλλόμενον παθητικὸς οὗτος καλούμενος νοῦς, ἐξελίττων ἑαυτὸν περὶ τὴν ἀμέρειαν τοῦ ἀληθοῦς νοῦ καὶ διϊστὰς ἑαυτοῦ τὸ ἀδιάστατον τῆς ἀκραιφνοῦς νοήσεως καὶ μορφῶν ἑαυτὸν κατὰ πάντα τὰ ἀμόρφωτα εἴδη καὶ πάντα γιγνόμενος, ἅ ἐστιν ἡ διάνοια καὶ ὁ ἀμερὴς ἐν ἡμῖν λόγος.

Proclus est parfaitement conscient d'avoir introduit là une conception originale du rôle de l'imagination, y compris par rapport aux autres platoniciens (P 56.23-57.8). Certes, cette conception garde une part de mystère, mais nous aimerions surtout en isoler un certain nombre de traits qui nous seront utiles par la suite. Tout d'abord, il faut prendre acte que ce qui assure le caractère intermédiaire/médiateur des mathématiques est désormais l'imagination (P 52.8 et 21). C'est elle, on le voit bien dans la citation qui précède comme dans la description du point, qui assure la représentation « divisible » des Idées et donc le « mélange » qui définit les objets mathématiques (P 49.28, où le support matériel [ὑλικὴ ὑποδοχὴ] est dit rendre l'indivisible divisible ; P 54.1-13). Elle redouble, à la manière d'un miroir (métaphore, nous le verrons, procléenne), le mouvement de la raison discursive propre aux mathématiques. C'est une étape essentielle dans notre cheminement : en effet, la plupart des auteurs de l'âge classique, même quand ils insistent comme Proclus sur la dimension conceptuelle des objets mathématiques, les réfèrent de manière privilégiée à l'imagination. Or cette assignation n'a rien d'évident. Même à exhiber telle ou telle source où cette identification était déjà suggérée, nous n'en devrons pas moins garder en mémoire que l'imagination procléenne s'oppose à celle d'Aristote par son caractère *productif,* trait qui se retrouvera généralement chez les Classiques. Leibniz, reprenant presque mot pour mot la position néo-platonicienne du problème, n'hésite pas à caractériser les objets mathématiques ou « imaginables » par le fait de tenir le milieu entre sensible et intelligible[1].

Ensuite, il faut prendre acte de la double nature de cette imagination, qui ne fait que poursuivre la position d'une double nature de l'âme dans le premier Prologue. Elle est, en effet, à la fois activité autonome[2] et

1. « Il y a donc trois rangs de notions : les *sensibles seulement,* qui sont les objets affectés à chaque sens particulier, les *sensibles et intelligibles à la fois,* qui appartiennent au sens commun, et les *intelligibles seulement,* qui sont propres à l'entendement. Les premiers et les seconds ensemble sont imaginables, mais les troisièmes sont au-dessus de l'imagination. Les secondes et les troisièmes sont intelligibles et distinctes ; mais les premières sont confuses, quoiqu'elles soient claires et reconnaissables » (GP VI, 502). Quelques lignes auparavant, Leibniz avait précisé que « ces idées claires et distinctes qui sont sujettes à l'imagination, sont les objets des *sciences mathématiques* ».

2. Par exemple P 52.22 où l'imagination est dite mise en route par elle-même ἀνεγείρεται μὲν ἀφ' ἑαυτῆς.

support[1]. Contrairement à ce qui se passait pour le cas de l'âme « s'écrivant elle-même », cette ambivalence n'est pas posée dans un simple dédoublement originel, mais se trouve justifiée par un nouvel élément : l'intervention du corps. À plusieurs reprises, Proclus insiste sur ce point[2]. Ce n'est pas le lieu d'entrer ici dans la doctrine complexe de l'âme et du corps chez le Lycien[3], mais de faire remarquer la chose suivante : contrairement à ce qu'on pourrait croire, le mouvement de l'esprit comme vie n'a pas de sens hors d'un certain rapport au corps. L'esprit devient vie en s'incarnant (P 86.2). Mais c'est surtout l'occasion de remarquer que le problème d'un rapport entre sensible et intelligible comme rapport de l'âme et du corps n'est pas une position radicalement nouvelle, par où se caractériserait notre modernité. Enfin, même si l'on peut rester frustré par l'intervention de la métaphore de la projection (de la source et du support) – l'enjeu remarquablement saisi par Leibniz étant dès lors de parvenir à la reformuler de l'intérieur des mathématiques –, il n'en reste pas moins que la question de la représentation mathématique s'est déplacée. Proclus y insiste à plusieurs reprises : il ne s'agit pas de trouver simplement des « images » des idées, mais bien de leurs rapports (P 56.7-8 : μιμούμενοι τὴν τῶν ἀμερῶν λόγων δι' ἀλλήλων δεῖξιν)[4].

## III.5. Logique de l'imagination et logique des problèmes

On voit que la mathématique générale procléenne peut être lue de deux façons très différentes. Selon la première, c'est la position des principes (Limite/Illimité) qui assure l'existence de droit d'une théorie uni-

1. ὑποδοχή (P 49.28).
2. (P 51.20-22), où l'imagination est dite exister dans le corps, et (P 52.23), où elle est dite ne pas être hors du corps.
3. La théorie des âmes dans leur rapport aux corps est l'objet des dernières propositions des *Éléments de Théologie* (théorèmes 184-211).
4. L'exemple est très intéressant puisqu'il s'agit alors du rapport entre cercle et polygones inscrits et circonscrits.

taire des *mathêmata,* répondant immédiat de la théorie unitaire de l'être et dont l'existence de « propositions communes » en mathématiques fournit un témoignage. Dans cette interprétation, la « mathématique générale » ne fait que poser un nom sur un problème : qu'il y ait une unité de principes, que cette unité puisse être reversée dans un savoir de l'être en tant qu'être et dans une théorie unitaire des *mathêmata,* voilà précisément ce qu'il faut établir et qui ne se donne dans aucune évidence *dans* les mathématiques. La « solution » qui consiste à identifier la « mathématique générale » avec la « théorie des rapports et proportions » masque la prudence avec laquelle évolue Proclus et sa claire conscience des difficultés posées par cette identification trop simple. De plus, le fait qu'il y ait une théorie commune ne règle pas dans son fond une question qui porte, depuis Aristote, sur *le type d'universalité* que cette communauté est capable d'exhiber.

De manière significative, aucun des premiers auteurs qui redécouvriront Proclus et que nous étudierons dans le prochain chapitre n'interprétera la mathématique universelle de cette façon. La raison principale, qui nous semble fonder la légitimité de leur approche, est qu'ils lisent avant tout ce texte pour ce qu'il est, c'est-à-dire un commentaire d'Euclide (censé d'ailleurs, dans le cursus néo-platonicien, pouvoir être lu avant les commentaires à la doctrine platonicienne)[1]. Ce qui frappera donc ces lecteurs est avant tout l'originalité de la théorie de la connaissance et c'est pourquoi, malgré de nombreux malentendus, ils mobiliseront immédiatement des thèmes centraux comme le rôle de l'imagination (ce que Piccolomini désignera comme *quantum phantasiatum*) ou comme l'exigence d'une représentation génétique des objets (même si elle sera alors utilisée plutôt contre Euclide qu'en faveur de Proclus). C'est cette direction que nous avons privilégiée jusqu'à présent et dont nous avons essayé de montrer qu'elle donnait à la « mathématique universelle » une profondeur qui reste encore trop souvent méconnue[2]. Qu'il soit important, pour qui s'intéresse à la pensée de Proclus en elle-même, de mettre ensuite ce contenu

1. Lernould (2001), p. 30-31.

2. On se rappellera notamment que pour Crapulli (1969), qui reste la référence dominante pour la plupart de ceux qui s'intéressent à la *mathesis universalis* à l'âge classique, l'idée d'une « mathématique universelle » ne paraît pas assurée chez Proclus.

en rapport avec les grandes thèses du système métaphysique est indéniable – mais à condition de n'avoir pas d'abord perdu la richesse de ce contenu et de ne pas avoir réduit la « mathématique universelle » à une coquille vide, théorie unitaire des mathématiques plus fantasmée que réelle. De ce point de vue, il importe également d'aller au bout du processus, c'est-à-dire au point où la théorie de la connaissance rencontre réellement l'espace du géomètre, lieu propre de son déploiement.

Comme nous l'avons vu, la stratégie de Proclus consiste à transférer peu à peu le mouvement de l'esprit du niveau du concept/λόγος à la matière qu'il investit. Nous en avons eu plusieurs aperçus dans la description du point ou dans la reformulation de certaines preuves. Dans le second Prologue, on voit clairement se mettre en place un dispositif où l'imagination tient la place d'un écran sur lequel l'esprit projette les Idées sous une forme discursive : on se représente la « matière géométrique » comme un support recevant la « projection des formes ». Or, conformément au schéma général de descente précédemment isolé, Proclus va mener ce processus à son terme en identifiant finalement le support à l'espace du géomètre, ou plus exactement au plan euclidien :

> « Il faut voir le plan pour ainsi dire comme préétabli et placé devant les yeux, la pensée discursive (διάνοια) comme y écrivant (γράφουσαν) toutes les choses, et l'imagination (φαντασία) assimilée en quelque sorte à un miroir plan (οἷον ἐπιπέδῳ κατόπτρῳ) sur lequel les concepts (λόγοι) de la pensée discursive envoient leurs impressions » (P 121, 1-7).

Ce dispositif est beaucoup plus précis que le précédent. Ce n'est plus l'esprit, ni même l'imagination qui s'y trouve en position de réceptacle, mais bien la matière géométrique finalement assimilée au plan du géomètre. Cette nouvelle configuration donne un statut différent à l'imagination : il ne s'agit plus simplement de *recevoir* le mouvement de la raison discursive, mais bien de le *réfléchir* à la manière d'un miroir. On retrouve ici une distinction comparable à celle que posera Kant entre l'image et le schème : l'imagination permet de saisir *dans l'image* le travail du concept comme *schème* ; elle n'est pas le *produit* de cette représentation, mais son *procédé* en tant qu'il renvoie l'esprit à lui-même en passant par la matière (ici l'espace du géomètre). Cette dernière étape est absolument essentielle parce qu'elle pointe ce qui sera la grande affaire de la « mathématique uni-

verselle » des Classiques : la possibilité de reverser la logique à même la représentation ou, pour reprendre la singulière expression de Leibniz, d'élaborer une « logique de l'imagination », qui ne serait rien d'autre qu'une logique de l'espace.

Pour bien comprendre la « réflexivité » accordée ici à l'imagination, on peut se reporter à la description d'une autre notion centrale : la « figure » (σχῆμα). Comme dans le cas du point, Proclus commence par exposer longuement sa conception ontologique comme hiérarchie de niveau de réalité, où chaque niveau fournit au suivant son principe et sa cause (P 136.20 - 140.13). Il parvient ainsi au schéma attendu où la figure mathématique apparaît comme projection de la figure intelligible via un passage dans le discursif (figure dianoétique), qu'il oppose à toute théorie abstractionniste. Les deux types de matérialisation sont alors convoqués, mais avec plus de précision sur ce qui les distingue : les figures « dans la nature » se caractérisent, en effet, par leur capacité à produire des apparences phénoménales et leur incapacité à produire de la compréhension, les figures mathématiques par leur incapacité à produire du divers phénoménal et leur capacité à produire de la connaissance[1]. Ce passage est essentiel pour saisir en quel sens très fort est posée l'idée d'une réflexivité appuyée sur l'imagination mathématique : « En conséquence, de même que la nature se tient en position créatrice au-dessus des figures sensibles, l'âme, exerçant sa force cognitive[2], projette sur l'imagination, comme sur un miroir, les concepts des figures ; et celle-ci, recevant dans des images ces impressions des idées, *offre ainsi à l'âme la possibilité de se retourner vers l'intérieur et le pouvoir de revenir des images vers elle-même.* »[3]

Ces thèses, présentées au détour de développements intervenant assez tard dans le commentaire, sont absolument centrales. Elles démarquent à elles seules Proclus de la plupart des théories de l'imagination

1. ἐν δὲ ταῖς φύσεσι ποιητικὴν μὲν ἔχει τῶν φαινομένων τὰ σχήματα δύναμιν, γνώσεως δὲ καὶ τῆς νοερᾶς εἰδήσεως παρῄρηται, ἐν δὲ ταῖς μερικαῖς ψυχαῖς ἡ μὲν ἄυλος νόησίς ἐστι καὶ ἡ αὐτενέργητος γνῶσις, ἡ δὲ γόνιμος αἰτία καὶ δραστήριος οὐκ ἔστιν (P 140.25-141.2).

2. Κατὰ τὸ γνωστικὸν ἐνεργοῦσα : on comparera à la *vis cognitiva* cartésienne.

3. ὥσπερ οὖν ἡ φύσις ποιητικῶς τῶν αἰσθητῶν σχημάτων προέστηκεν, οὕτως ἡ ψυχὴ κατὰ τὸ γνωστικὸν ἐνεργοῦσα προβάλλει περὶ τὴν φαντασίαν ὥσπερ εἰς κάτοπτρον τοὺς τῶν σχημάτων λόγους, ἡ δ' ἐν εἰδώλοις αὐτὰ δεχομένη καὶ ἐμφάσεις ἔχουσα τῶν ἔνδον ὄντων διὰ τούτων τῇ ψυχῇ παρέχεται τὴν εἰς τὸ εἴσω στροφὴν καὶ πρὸς ἑαυτὴν τὴν ἀπὸ τῶν εἰδώλων ἐνέργειαν (P 141.2-9).

productive qui se développeront par la suite dans la lignée de l'« idéalisme » cartésien. Ce qu'indique, en effet, Proclus est qu'il n'y a pas de saisie immédiate de l'esprit par lui-même – si, du moins, on veut que ce rapport soit de l'ordre d'un connaître. Tout rapport de l'esprit à lui-même se fait sur fond d'une discursivité qui elle-même n'accède à la connaissance de soi que dans un rapport constitutif à l'espace comme re-présentation du mouvement du concept. Certes le mouvement de l'esprit est non local, mais il n'a de sens que par un détour où il se saisit comme travail du concept dans un déploiement spatial. C'est en ce point que la métaphore se résorbe. Le « mouvement » de l'esprit, le dépliement du concept simple, bien que non local, n'a de sens que par son incarnation dans ce que nous voyons dans l'espace du géomètre, c'est-à-dire des figurations et des trans-formations transparentes au concept (ce qui n'est pas le cas des transformations opérant dans la nature, même lorsque nous parvenons à les figurer). C'est dans la figure et dans le plan que l'esprit se saisit lui-même comme mouvement. C'est pourquoi d'ailleurs Proclus n'hésite pas à dédoubler l'espace lui-même. Dans la description du prolongement de la droite, il n'hésite pas à faire intervenir un τόπος ἀδιάστατος (un espace inétendu) de la discursivité. Or il précise bien que cet « autre espace » et le « mouvement » qui y est attaché sont vus *à partir* de l'espace et du mouvement local (κινήσεως δὲ ἄλλο εἶδος καὶ τόπος ἄλλος ἐπ' αὐτῶν θεωρεῖται ταῖς κινήσεσι σύστοιχος)[1].

Certes l'effectivité de ce dépliement des λόγοι ne se limite pas au mathématique. Comme Proclus l'a justement expliqué quelques lignes plus haut, elle est même bien plus flagrante dans le cas du divers phénoménal, où la figure soutient la production de différences (sur le modèle, hérité du *Timée,* d'une production des formes sensibles à partir de certaines figures élémentaires). Mais ce pouvoir agit de manière inversement proportionnelle à la compréhension qui l'accompagne. Le sensible garde une part d'opacité irréductible. À l'opposé, la figure mathématique, parce que détachée de toute productivité dans le sensible, permet de rapporter le mouvement de l'esprit à lui-même. L'image du miroir est donc trompeuse si elle conduit à poser l'esprit en simple spectateur des images de

1. (P 186.7-187.4).

soi. Le trajet de la « réflexion » qui permet à l'esprit de se retourner sur lui-même doit être ici conçu comme possibilité de se voir *du point de vue de l'image* :

« C'est comme celui qui se regarde dans un miroir et s'émerveille des pouvoirs de la nature et de sa propre forme, désire se contempler lui-même directement et possède un tel pouvoir lui permettant de devenir tout à la fois le voyant et le vu. De la même manière, lorsque l'âme porte son regard à l'extérieur d'elle-même dans l'imagination, contemple les images dépeintes là et s'étonne de leur beauté et de leur ordre, elle admire en fait ses propres concepts, dont elles proviennent » (P 141.10-17).

Certes Proclus ne fait ici que suivre l'impulsion platonicienne selon laquelle notre accès à ce qui ressemble le plus aux Idées est donnée dans les mathématiques. Mais, contrairement à son maître, il ne pense pas que l'accès à la discursivité soit immédiat. Plus exactement si un rapport de l'esprit à lui-même est bien possible, c'est d'abord parce que l'esprit *voit* son propre mouvement reflété dans et depuis *l'espace* mathématique. Cette thèse pointe directement vers la singularité de la représentation mathématique : dans la géométrie nous voyons au sens propre, puisqu'il s'agit d'image spatiale, une certaine organisation *conceptuelle.*

Pour autant, il ne faudrait pas durcir cette ligne de développement au point de rapporter la « mathématique générale » à sa seule effectivité géométrique. Aussi est-il nécessaire de revenir maintenant à la description inaugurale. On a vu que, contrairement à ce qui est souvent supposé, l'idée d'une « mathématique générale » n'est pas introduite au moment où sont mentionnées les propositions communes (chap. III), ni même lorsque est évoqué le cadre général de la « science une » (chap. IV), mais après la mise en place d'une théorie de la connaissance, dont un premier aperçu est donné aux chapitres V et VI. En outre, lorsque le concept est finalement décrit plus précisément, Proclus reste étonnamment silencieux sur son contenu. Ce qu'il s'agit d'indiquer au titre de la fonction et des pouvoirs de la « mathématique générale » est essentiellement le rôle du *mouvement de l'esprit.* Les développements précédents nous indiquent que cet aspect est bien le cœur de la « mathématique générale », mais ce qui reste obscur est la manière dont intervient la discursivité. Si nous en restons au dispositif évoqué dans le second Prologue, nous nous heur-

tons au fait que cette discursivité décrit moins la mathématique en général, que la géométrie en particulier. Si nous ôtons le support spatial, nous retombons sur un dispositif purement métaphorique, dont l'effectivité serait secrètement géométrique.

Cette difficulté est liée à une certaine image de la théorie mathématique qui se porte principalement sur les théorèmes aux dépens d'un aspect sur lequel Proclus insiste régulièrement et qui ne lui est pas moins constitutif : celui des problèmes. Ce n'est pas le lieu d'entrer ici dans la longue histoire de ce couple théorème/problème, sur lequel le *Commentaire* est une des principales sources anciennes, mais de faire remarquer la manière très singulière dont est justifiée l'existence d'un mouvement de l'esprit, lorsque est introduit le concept de mathématique générale :

> « Son activité [à la mathématique générale] n'est pas immobile comme celle de l'intellect, mais elle déploie et traverse le monde incorporel des raisons par un mouvement qui n'est ni local, ni d'altération, comme celui des sensations, mais vital. Elle va ainsi tantôt des principes aux conclusions, tantôt selon le chemin inverse, et tantôt de ce qui est déjà connu à ce qui est cherché, tantôt de ce qui est cherché à ce qui est premier dans l'ordre de la connaissance. Elle n'est pas établie au-dessus de toute recherche comme emplie d'elle-même, à la manière de l'intellect, ni ne parvient à complétude à partir d'autres choses, comme la sensation, mais au moyen de la recherche elle s'avance vers la découverte et, à partir de ce qui est imparfait elle remonte à la perfection » (P 18.17-19.5).

La « logique » sur laquelle s'appuie Proclus n'est donc pas seulement celle de la constitution des objets, selon un déploiement des raisons données, mais également celle de la découverte. C'est même cette dimension qui est finalement introduite ici comme caractéristique de la discursivité mathématique. Contrairement au schéma platonicien, où le mathématicien ne peut que descendre des hypothèses aux conclusions, Proclus lui accorde parfaitement la liberté de circuler par remontée autant que par descente, par analyse autant que par synthèse. La discursivité ne se résorbe donc pas dans la seule intuition géométrique où elle opère ultimement. Elle est constitutive de toute logique de découverte, en tant qu'elle doit « se mouvoir » des hypothèses aux conclusions, selon une « logique » qui ne se réduit pas uniquement à celle de la synthèse. C'est là un des points obscurs que la « mathématique universelle » des Classiques aura à

cœur d'élucider : pour qu'un tel dispositif soit pleinement efficace, pour que l'articulation entre le niveau de la méthode et celui de l'intuition géométrique soit effective, il faut nécessairement que puisse être isolée de l'intérieur des mathématiques cette « logique des problèmes » qui en règle la dynamique propre. C'est une des fonctions qu'ils donneront à l'algèbre dans son couplage avec la géométrie. Mais c'est une autre histoire qui s'ouvre alors.

# VERS LA SCIENCE DE L'ORDRE ET DE LA MESURE

## INTRODUCTION

Notre connaissance de la *mathesis universalis* à l'âge classique a profondément changé lorsque Giovanni Crapulli a entrepris d'en exhiber la généalogie[1]. Contrairement à ce qui avait été postulé par la plupart des historiens des idées depuis la fin du XIX^e^ siècle, la *mathesis universalis* n'apparaissait plus dans cette étude comme nom propre de la constitution de la rationalité moderne, mais se trouvait réinsérée dans une histoire plus ancienne, dont le détonateur était très clairement la redécouverte du *Commentaire au premier livre des éléments d'Euclide* de Proclus au milieu du XVI^e^ siècle. Le fait que ce traité n'ait pas été connu du Moyen Âge arabe et latin (du moins pas assez pour que des traces nous en soient préservées dans la vaste littérature de philosophie des mathématiques aujourd'hui connue pour cette période) et la manière dont l'ensemble des débats des XVI^e^ et XVII^e^ siècles peut être clairement reconduit à cette source justifie amplement de parler ici de « renaissance ». Dans la partie qui suit, nous ne décrirons pas à nouveau ce corpus, que chacun pourra trouver

1. G. Crapulli (1969).

dans le livre de Crapulli, pour mieux diriger notre attention vers deux tâches qu'appelle naturellement son travail : d'une part, nous aimerions comprendre quels sont les ressorts *philosophiques* de la circulation du thème avant Descartes ; c'est à quoi s'emploiera la première partie de ce chapitre ; de l'autre, nous aimerions saisir ce que la connaissance de cette circulation peut apporter pour une relecture des textes cartésiens, objet de la seconde partie.

IV

# LA RENAISSANCE DE LA MATHÉMATIQUE UNIVERSELLE

## IV.1. La circulation du problème

Dans l'état actuel des connaissances, deux auteurs seulement utilisent l'expression *mathesis universalis* avant Descartes. Le premier est le mathématicien belge Adriaan Van Roomen (Adrianus Romanus, 1561-1615), qui lui consacre le chapitre VII de son *Apologie d'Archimède* (1597) intitulé « Esquisse d'une certaine *mathesis* universelle, que nous appellerons *mathesis* première »[1]. Il s'agit d'un texte polémique dirigé contre les thèses de la *Cyclometrica* de Joseph Juste Scaliger (parue à Leyde en 1594), où se trouvaient critiquées les méthodes archimédiennes au motif qu'il n'était pas permis d'utiliser les nombres en géométrie. Pour appuyer la thèse contraire, Van Roomen défend l'existence d'une *mathesis universalis,* servant de fondement à l'arithmétique et à la géométrie, dont le cœur est donné par

1. A. Van Roomen, *In Archimedis Circuli dimensionem expositio et analysis. Apologia pro Archimede...,* Genève, 1597, chap. VII : *Idea quaedam universalis Matheseôs, quam nos primam vocabimus Mathesin* (on trouvera une traduction des passages sur la *mathesis universalis* dans P. Gilbert (1857), p. 277-286 et 400-401) ; une expression comparable, quoique plus allusive, se trouve également dans A. Van Roomen, *Universae mathesis idea, qua mathematicae universim sumptae natura, praestantia, usus et distributio brevissime proponuntur,* Würzburg, G. Fleischmann, 1602.

le traitement des proportions et dont la source ancienne lui semble pouvoir être trouvée chez Eutocius[1]. Il en propose alors une description mathématique assez complète, héritée pour une grande part du traitement des proportions qu'avait déjà proposé Clavius sous la forme d'une réécriture unifiée des livres V et VII des *Éléments* d'Euclide[2].

Le second auteur est l'humaniste protestant Johan Heinrich Alsted, qui publie en 1613 une *Methodus admirandorum mathematicorum.* Il s'agit d'un traité de type encyclopédique, dont la première partie s'occupe à décrire les traits généraux de la mathématique, au titre de ce qu'il nomme la *mathematica generalis,* avant d'entrer dans les particularités des mathématiques dites « spéciales » (arithmétique et géométrie). Alsted insiste surtout sur les aspects méthodologiques communs aux différentes disciplines mathématiques (comme les différents types de principes, les parties de la proposition)[3]. Mais il détaille également un certain nombre de concepts jugés communs aux différentes mathématiques « spéciales » comme le fini et l'infini (chap. 10), les rapports (chap. 11) et les proportions (chap. 12), en s'en tenant à chaque fois à une description générale de quelques lignes. Cette présentation est donc plus proche de celle de Proclus, qu'Alsted cite d'ailleurs et auquel il a eu accès par l'intermédiaire de la paraphrase de Dasypodius.

Fait remarquable, tous deux renvoient alors à une même source : le *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus* (1576) du jésuite Benito Pereira (1535 ?-1610)[4], dans lequel apparaissait l'idée d'une *scientia mathematica communis.* Remarquons immédiatement que l'un et l'autre tiennent donc cette expression ancienne pour strictement équivalente à celle de *mathesis universalis.* Bien plus, Van Roomen n'introduit l'expression de

1. Sur le rôle d'Eutocius dans l'émergence d'un traitement général des rapports (par l'intermédiaire de leurs « dénominations »), voyez Rommevaux (2001).

2. Pour une description de l'entreprise de Clavius, voyez Rommevaux (2005), qui contient une traduction du commentaire au livre V.

3. J. H. Alsted *Methodus admirandorum mathematicorum complectens novem libros matheseos universae,* Herborn, G. Corvini, 1613, Liber I, cap. I. *Mathematicae generalis definitio* (désignée dans la suite du chapitre comme *[mathesis] generalis, alias universalis*).

4. Nous suivons l'orthographe usuelle, même si la forme la plus fidèle serait plutôt « Perera ». Certaines bibliographies font référence à une première édition dès 1562, dont on ne trouve pourtant nulle trace. Pour les arguments en faveur de 1576, voir la mise au point de A. De Pace (1993), p. 77, n. 121.

*mathesis universalis* que pour la rabattre, comme l'indique le titre de son chapitre, sur une autre qu'il juge plus adéquate : *prima mathesis* (par rapprochement avec la *prima philosophia*). Quant à Alsted, l'expression qu'il privilégie est celle de *mathematica generalis* qu'il reprend en *mathesis generalis* ou *universalis*. Il faut donc d'emblée prendre acte d'un flottement terminologique, qui ne devra pas nous gêner plus qu'il ne gênait les auteurs des XVI^e^ et XVII^e^ siècles et dont on a vu qu'il était déjà effectif dans l'Antiquité : *mathematica communis, generalis, mathesis universalis* ou *prima mathesis* sont ici considérés comme des termes parfaitement équivalents.

La référence à Pereira est évidemment centrale. Nous seulement, elle constitue une source commune à deux témoignages indépendants sur la *mathesis universalis,* mais Van Roomen précise également qu'il est, à sa connaissance, *le seul philosophe* à avoir fait mention de cette discipline *(Inter philosophos Benedictum Pereirum solum huius scientiae fecisse mentionem comperi)*[1]. En outre, elle nous oriente vers un réseau de problèmes très spécifique. De fait, lorsque le jésuite se référait à cette « mathématique commune, qui doit étudier les propriétés communes à la grandeur et au nombre, mais qui ne doit pourtant pas être comptée pour distincte de la Géométrie et de l'Arithmétique »[2], il se plaçait clairement dans le cadre d'un débat plus large sur la « certitude » des mathématiques *(quaestio de certitudine mathematicarum)*[3]. De fait, son traité, comme l'indique son titre, n'est pas un manuel

1. *Loc. cit.*, p. 23. À côté de Pereira, Alsted se réfère également à Proclus, par l'intermédiaire d'une paraphrase donnée par Conrad Dasypodius (1531-1601), sur laquelle nous reviendrons par la suite : *Protheoria mathematica, in qua non solum disciplinae mathematicae omnes ordine convenienti enumerantur: verum etiam universalia mathematica praecepta explicantur. Brevis quoque Corporis mathematici in tria volumina, Institutionum duo et Pandectarum unum distincti, descriptio,* Strasbourg, 1593 (Mehl [2001] en a traduit de longs extraits en regard du texte latin p. 319-331). La ὅλη μαθηματικὴ proclénne y était rendue par *mathematica universalis.* Comme le titre complet l'indique, l'ouvrage de Dasypodius était conçu comme une introduction à une encyclopédie mathématique qui devait avoir pour nom *Institutiones atque Pandectae mathematicae.* Le deuxième tome, paru en 1570, comportait une traduction partielle de Proclus (*Volumen II mathematicum, complectens praecepta mathematica astronomica, logistica,* Strasbourg, 1570 ; reproduit par Crapulli [1969], p. 160-199). L'expression *mathematica universalis* apparait chez Dasypodius dès 1564 au premier scolie de son édition des *Éléments* d'Euclide (Crapulli [1969], p. 74-75).

2. Pereira (1579), I, 17, p. 57.

3. Sur cette intervention et plus généralement la « question de la certitude », cf. G. C. Giacobbe (1977) et A. De Pace (1993), p. 75-120. Le ressort principal de la question était de déterminer si la mathématique pouvait satisfaire au réquisit aristotélicien de procurer une connaissance de la cause.

de mathématiques ou de philosophie des mathématiques, mais de philosophie naturelle. Le passage que citent Van Roomen et Alsted se trouve au détour d'un chapitre du premier livre consacré, comme c'était l'usage, à une description préalable de la « philosophie » en général *(De Philosophia)*. Un des points clés de cette introduction est d'établir (en s'appuyant sur certaines critiques de Proclus !) que les mathématiques ne peuvent pas être dites « sciences », au sens où la physique et la métaphysique le sont, puisqu'elles ne peuvent pas donner de réelle connaissance causale (I, 12). Cette thèse, qui a pour fin assumée d'établir la primauté de la « philosophie naturelle » sur les mathématiques était loin d'être purement spéculative. Elle s'inscrivait dans un contexte d'opposition à un courant de plus en plus fort parmi les jésuites, qui cherchait à redéfinir les canons de l'enseignement en valorisant l'étude des mathématiques et en y subordonnant la physique – contexte qui débordait d'ailleurs la seule réflexion des jésuites sur l'enseignement et qui explique en partie le retentissement de cet ouvrage dans la seconde moitié du XVI^e^ siècle[1].

Pour un lecteur d'Aristote, comme l'est Pereira, l'enjeu principal de ces débats est, d'un point de vue théorique, de parvenir à déterminer qui, de la mathématique ou de la physique doit être dite « première ». On reconnaît là le type de questionnement engagé au livre E 1 de la *Métaphy-*

1. Sur le développement d'une réflexion épistémologique sur le statut scientifique des mathématiques chez les jésuites dans les années 1560, voir R. Gatto (1994), p. 19-31. Que le programme de Pereira ait été pris dans un débat sur le statut des mathématiques est attesté par la riposte de Clavius (1537-1612) : *Modo quo disciplinae mathematicae in scholis Societatis possent promoveri* (1582) – dont on trouvera une traduction partielle et un commentaire dans Romano (1999), p. 94-102 – qui conduisit au célèbre programme envoyé pour la *Ratio Studiorum* de 1586. Pour l'opposition à Pereira qui s'y manifeste, voir également Mancosu (1996), p. 13-14. Sur le débat autour du programme de Clavius, voir A. Romano (1999), p. 85-180. On trouve un clair témoignage de sa position dans les *Prolégomènes* à son édition d'Euclide, en grande partie tirés d'une paraphrase du commentaire de Proclus, mais où n'est pas mentionné le thème de la mathématique générale (*In Disciplinas mathematicas Prolegomena,* dans *Euclidis elementorum libri XV. Accessit XVI de solidorum regularium comparatione,* Romae, V. Accoltum, 1574). Tandis que Pereira mobilise (à contresens !) les passages du chapitre IX sur les détracteurs des mathématiques, Clavius cite longuement les développements de Proclus sur l'utilité de la *mathesis* (notamment pour l'étude de la métaphysique), cf. De Pace (1993), p. 91, n. 158. Plusieurs cours jésuites ont été édités, cf. Gatto (1994) ; Krayer (1991) (notamment p. 4, n. 17, pour une liste des cours publiés). La question de la *scientia mathematica communis* ne semble pas y avoir joué un rôle décisif. C'est pourquoi il faut prêter attention au contexte particulier où elle apparaît et se garder de croire qu'elle était mentionnée par ceux qui défendaient les mathématiques.

*sique,* où apparaît justement le thème de la « mathématique universelle » et sur lequel porte le chapitre I, 17 du traité de Pereira auquel font référence Van Roomen et Alsted. L'association des deux thèmes (primauté de la philosophie / existence d'une mathématique commune) n'est donc pas surprenante. Pour autant, La *scientia mathematica communis* y intervient dans un argument très différent de celui du Stagirite.

Pereira entend, en effet, s'opposer à l'interprétation scotiste du passage de E 1 où Aristote déclare que la physique serait la philosophie première s'il n'y avait que des substances « naturelles » (E 1, 1026 *a* 27-29). Pour lui, ce que veut dire Aristote est que la Physique aurait rang de « philosophie première » si l'on supprimait les intelligences et les substances incorporelles, non pas en tant qu'elle traiterait *directement* des seules substances corporelles comme le défendaient les scotistes, mais en tant qu'elle devrait dès lors assumer par elle-même le traitement des « prédicats communs » à tous les étants (physiques *et* mathématiques)[1]. Une telle science serait à la fois interne à la Physique (d'où la déclaration d'Aristote) et pourtant « supérieure et plus commune » à l'étude des étants corporels (contre l'interprétation des scotistes qui voulaient la réduire à la physique *stricto sensu*). La « mathématique commune » qui, chez Aristote intervenait *antérieurement à ce problème* pour questionner le type d'universalité propre à la philosophie première, est alors mobilisée par Pereira pour *justifier* sa propre interprétation. Elle est présentée comme une mathématique qui traite des prédicats communs aux étants mathématiques, mais sans être pour autant *distincte* de la géométrie et de l'arithmétique. Elle vaut donc pour preuve que ce type de « science supérieure et plus commune » qui n'est pourtant pas séparée des sciences existantes est possible et que c'est en ce sens très particulier que la physique pourrait être considérée comme « philosophie première » au cas où des substances incorporelles ne seraient pas données.

Comme on le voit immédiatement, l'argument inverse donc la stratégie de E 1 et l'infléchit du côté du modèle de science universelle fondée sur l'équivocité de l'être : « commun » signifie ici ce qui prend à charge les prédicats communs sans les traiter de manière séparée. Comme Pereira

1. Comme exemple de ces prédicats communs, il mentionne : l'être, le vrai, l'accident, l'antérieur et le postérieur, le même, l'autre, etc.

plaide dans son traité pour une distinction nette entre la « philosophie première » (qui traite des prédicats communs aux étants) et la « métaphysique » (qui traite de Dieu et des âmes), son interprétation a néanmoins l'avantage de ne pas avoir à écraser la distinction établie par E 1 entre *différents* types d'universalité. En ce point, il se distingue de la plupart des grands commentateurs antérieurs et peut affronter le texte aristotélicien sans avoir à transformer d'emblée la « mathématique commune » en une plus rassurante « science universelle »[1]. Bien plus, il peut appuyer sur l'existence de cette mathématique commune un certain rapport à l'universalité qu'il entend attribuer également à la philosophie première. Autrement dit, Pereira peut régler la difficulté de l'opposition entre deux types d'universalité présentée par E 1 (pour la mathématique commune et pour la philosophie première), parce qu'il a reversé cette distinction à l'intérieur de l'onto-théologie elle-même (selon qu'elle est précisément ontologie ou métaphysique).

À première vue, l'argument déployé par Pereira paraît très localisé et sans rapport avec la charge engagée contre les mathématiques qui sert pourtant de cadre à l'introduction du traité. Mais la suite indique qu'un lien profond unit, en fait, le questionnement sur la « certitude des mathématiques » et l'existence d'une « mathématique universelle ». Le chapitre X consacré à une réflexion sur la *quantitas* revient, en effet, sur le fait que les mathématiques traitent universellement de la *quantitas ut quantitas*. S'y retrouve donc une position de mathématique « commune » au sens où lui serait donnée la possibilité de traiter de « prédicats communs » aux étants mathématiques, en l'occurrence à une « quantité en tant que quantité » parallèle à « l'être en tant qu'être ». Or cette orientation générale vers

1. Pour une présentation des interprétations d'Averroès, Albert le Grand, Thomas d'Aquin et Jean Duns Scot, voir Sasaki (2003), chap. 6, § 3. Tous interprétaient le passage sur la théorie « universelle commune à toutes [les natures mathématiques] » comme référant à la philosophie première ou bien directement, ou bien par l'intermédiaire d'un renvoi à la mathématique prise dans son tout, en tant que son universalité se déploie sur la donnée de deux genres distincts et irréductibles. Dans l'un et l'autre cas, la possibilité d'une « mathématique universelle » se trouvait donc évacuée et on suppléait ordinairement devant l'*universalis* une *scientia* et non une *mathematica*. Il fallut attendre le début de la Renaissance et l'édition commentée d'Augusto Nifo (1518) pour voir renaître la possibilité qu'Aristote se réfère à une distinction interne à la discipline mathématique – dont on trouvait un témoignage d'autorité dans le commentaire du Pseudo-Alexandre (Sasaki [2003], chap. 6, § 4).

ce que Pereira désigne également parfois comme « quantité abstraite », objet propre des mathématiques antérieurement à la répartition en genres (nombre et grandeur), est un des aspects qui soutient le refus d'accorder aux mathématiques l'accès à des régimes de causalité, même formel[1].

***

L'association entre ces deux thèmes (l'idée d'une « mathématique commune » et le problème de la scientificité des mathématiques) inscrit l'intervention de Pereira dans une histoire singulière, propre au moment renaissant et que les perspectives monumentales ont eu tendance à écraser. De fait, cette association n'était nullement le fait de Pereira lui-même, puisqu'elle apparaît dès les premiers moments de la « question de la certitude des mathématiques », qui va agiter la seconde moitié du XVI^e^ siècle (et persister bien au-delà)[2]. On s'en convaincra aisément à la lecture d'un des textes qui déclenche la querelle : le *Commentarium de certitudine mathematicarum* publié en 1547 par Alessandro Piccolomini (1508-1578) – texte abondamment cité par Pereira. Piccolomini y mentionne *déjà,* dans le cadre de sa réflexion sur la certitude des mathématiques, l'existence d'une « science commune » à la géométrie et à l'arithmétique.

La grande différence vient, en revanche, du réseau conceptuel dans lequel il l'insère. Aux yeux de Piccolomini, en effet, la source des ces débats n'est nullement la *Métaphysique* d'Aristote et la question de la primauté parmi les sciences théoriques, mais le *Commentaire au premier livre des Éléments d'Euclide* de Proclus[3]. À la différence de Pereira, il fait donc dépendre de Proclus les deux versants du problème (l'existence d'une mathématique commune et la critique du caractère causal de certaines démonstrations mathématiques), ce qui permet de mieux comprendre

1. Pour le détail de l'argument, voir Crapulli (1969), chap. 4 *« La "scientia mathematica communis" in analogia alla "prima philosophia" secondo B. Pereira »*. Nous ne développons pas ici la construction parce qu'elle hérite sur ce point de celle de Piccolomini, qui sera exposée par la suite.

2. Sur la fortune de cette question : P. Mancosu (1996), chap. 1.

3. *In primo et 2. Libro passim ostendit dari quandam scientiam communem ad illas duas : quae proprium subiectum, et proprias passiones, propriaque principia sibi vendicat, et illas duas sibi subalternat* (cité par Crapulli [1969], p. 39).

l'association des deux thèmes. Malheureusement, c'est au prix de contresens d'autant plus forts.

Piccolomini rappelle d'abord que dans la tradition dans laquelle il se situe, il était d'usage, à la suite du commentaire d'Averroès, d'attribuer aux mathématiques le plus grand degré de certitude (les sciences naturelles étant donc, sous ce point de vue, secondes). Il accepte d'ailleurs cette thèse en plaçant à son tour les mathématiques *in primo gradu certitudinis.* Reprenant la distinction aristotélicienne entre démonstration du fait et du pourquoi, on les créditait alors de pouvoir donner à la fois la connaissance du fait et du pourquoi *(quia et propter quid)* ce qui définissait un régime de démonstrations dites « parfaites » *(potissimae).* Or cette conséquence ne lui semble pas recevable, précisément à cause de ce qu'il découvre à la lecture de Proclus. De fait, nous avons vu que le *Commentaire* concède bien à une critique « aristotélicienne » l'existence chez Euclide de démonstration « par signes », donc n'exhibant pas la « cause », par opposition à la démonstration « parfaite » (P 73 et P 206)[1]. C'est ce qui va servir de soutien à la critique de la « certitude » des mathématiques – qui ne consiste donc nullement à leur dénier l'accès à la certitude proprement dite, mais à un régime particulier de démonstrations dites « parfaites ».

La seconde ligne d'argumentation, sur l'unité conférée aux mathématiques par son objet, est plus originale par rapport à ce qu'on trouve chez Pereira en ce que Piccolomini met directement en avant la thèse procléenne selon laquelle la matière « intelligible » des objets mathématiques doit être vue comme une matière « imaginée » : c'est donc la « quantité imaginée » (*quantum phantasiatum,* p. 95 r°) qui donne à la mathématique son unité. Certes, cette thèse se trouve immédiatement rabattue sur un point de vue abstractionniste – selon le sens qui était alors donnée par les aristotéliciens à l'*imaginatio* dans ses rapports avec les mathéma-

1. Rappelons que, chez Proclus, cette critique n'appuie pas du tout une remise en cause de la certitude des mathématiques, mais sert à rétablir d'autant plus fortement un régime de démonstration génétique « parfaite ». Les textes de Piccolomini, ainsi que les références à la très nombreuse littérature consacrée à la *quaestio de certitudine* sont accessibles dans A. De Pace (1993), notamment p. 22-23. Sur la manière dont ces questions parviennent à Piccolomini par Zimara, voir Higashi (2001).

tiques[1] ; mais l'influence néo-platonicienne n'en paraît pas moins déterminante en ce que c'est le lien de la quantité à l'imagination qui autorise alors à placer face aux mathématiques un « sujet » unique *(proprium subjectum)*.

Cette dernière interprétation a beaucoup intéressé les historiens des idées parce qu'en conjoignant la conception néo-platonicienne de l'étendue comme matière première et la conception aristotélicienne de l'abstraction, réinterprétée en termes d'imagination, elle ouvrait un sens nouveau de l'abstraction mathématique et de son lien à la physique. Par un jeu de reprises à front renversé caractéristique de notre période, Pereira tint dans ce développement un rôle clé, puisqu'il refusa que cette matière première soit un *ens imaginationis,* comme le voulait Piccolomini, et insista donc sur le fait qu'elle était une étendue *réelle.* Acceptant parfaitement que la quantité comme matière première ne soit pas accessible à notre connaissance hors de toute forme, il contestait néanmoins que la forme puisse conférer l'existence à cette quantité. En effet, un tel raisonnement conduisait, à ses yeux, à transférer la variabilité des formes à la matière-quantité, ce qui rendait incompréhensible la pérennité du monde créé par Dieu. Il fallait donc concevoir que Dieu avait créé en une seule

1. De Pace (1993), p. 61-63, où l'on voit Piccolomini attribuer cette théorie de la *quantitas abstracta* directement à Proclus. L'association de l'imagination et des mathématiques, bien qu'absente des textes d'Aristote, était un lieu commun de la tradition aristotélicienne qui commandait son rapprochement avec l'abstraction. Sur ce point, voir l'étude de Giuseppe Dell'Anna (1985), notamment le chapitre III : « *Imaginatio* et *res abstractae sive mathematicae* », qui rappelle l'importance de la réflexion sur l'imagination dans le contexte de l'averroïsme italien. Pour un aperçu des usages de cette conception de l'imagination, voir J. M. Thijssen, « Buridan on Mathematic's », *Vivarium,* XXIII, 1 (1985), notamment p. 69-78 où sont étudiés plusieurs auteurs soutenant cette équivalence. L'originalité de Piccolomini est d'associer ici l'imagination à un *subjectum,* donnant ainsi un sujet homogène aux mathématiques et rompant l'interdit pesant sur l'incommunicabilité des genres. L'idée d'une imagination mathématique créatrice est vraisemblablement ancienne, puisqu'elle se trouve chez les philosophes arabes (notamment Avicenne, Al-Tusi) et on a donc pu estimer que la conception de la *mathesis universalis* comme *logica imaginationis* s'inscrivait dans cette ligne, cf. S. Pines (1986), p. 359-374. Il nous semble néanmoins qu'il faut distinguer une conception aristotélicienne influencée par le néoplatonisme – qui reste ancrée dans le modèle abstractionniste et s'appuie sur le fait que les images, même si l'intellect peut les combiner librement, ont été tirées de l'expérience sensible – et une conception dans laquelle l'intellect pourrait créer librement des images, notamment sur le support de l'espace géométrique, indépendantes de l'expérience sensible, cf. C. Bouriau (2000), chap. IV.

fois toute la masse étendue du monde, qui n'est rien d'autre que l'espace[1]. Son opposition résolue à l'innéisme platonicien – dont il vit bien malgré Piccolomini qu'il démarquait Proclus et Aristote sur le statut de la quantité imaginée – en fit, par ailleurs, la cible des critiques de Jacopo Mazzoni et du jeune Galilée, qui retournèrent à nouveau la position en faveur d'une forme originale de platonisme mathématique (où cette même étendue réelle fut, comme on sait, réduite à son expression mathématique). Il n'en fallait pas plus pour indiquer un dispositif qui semblait conduire en droite ligne à la grande thèse cartésienne de la réduction méthodologique du corps à l'étendue, à la modification profonde qu'elle implique dans le rapport physique/mathématique et, donc, au rôle central qu'elle joua dans le développement de la « science moderne »[2].

Mais l'intérêt pour cette ligne de développement, quoique tout à fait fondé dans les textes, avait l'inconvénient de subordonner les thèses sur la « mathématique commune » à d'autres questions, parfois assez éloignées. S'y perdait notamment le rôle clé qu'avait joué la mise en avant de l'imagination mathématique comme support d'une unité des mathématiques, point que conteste précisément l'aristotélicien Pereira et qui pourrait donc sembler n'avoir pas eu de postérité. Certes Piccolomini n'avait repris cette thèse qu'au prix de nombreux contresens, mais nous verrons qu'elle fut immédiatement rétablie dans sa puissance originelle par des interprètes plus attentifs de Proclus et qu'elle fut donc au centre d'un des conflits théoriques les plus importants dans le développement moderne de la question d'une « mathématique universelle » – conflit que l'histoire centrée sur l'émergence de la « science moderne » a eu tendance à négliger, sinon à omettre.

Aussi n'est-il pas inutile de s'attarder un peu sur la détermination initiale. Il est déjà tout à fait remarquable d'y voir le dispositif procléen servir de source à la renaissance du thème d'une « science mathématique

1. *Sic igitur cogitandum est universam materiae molem simul a Deo productam esse, quae totum hoc spatium quod caeli ambitu circumsciptum atque comprehensum est, occuparet, atque compleret* (p. 210), cf. De Pace (1993), p. 84-86.

2. Ce point a été particulièrement développé par De Pace (1993), p. 115-120 et chap. 4. On y trouvera en introduction un état des lieux historiographique sur la question.

commune »[1]. Mais il est non moins remarquable que les principaux traits s'en trouvent à la fois mis en avant *et* repris à contresens. Ainsi l'idée d'une unité des mathématiques, dont témoignent l'existence d'une « mathématique commune » et la position d'un « sujet commun » ou « quantité imaginée » est mise en avant pour asseoir une *quantitas abstracta* où s'appuie éventuellement leur imperfection. La quantité, parce qu'elle est simplement « imaginée » (c'est-à-dire « abstraite », dans l'interprétation de Piccolomini) fait partie des « accidents communs » qui dépendent directement de la matière première, sans être attachée à une forme substantielle (p. 104 r°). Elle ne supporte donc aucun type de causalité même formelle et figure d'ailleurs le plus imparfait des accidents[2]. Ces arguments sont alors appuyés, comme on peut s'y attendre, sur l'exemple canonique de la proposition I, 32 (dans son rapport à I, 16 et 17) et son commentaire par Proclus, d'où se conclut qu'une même proposition mathématique peut être démontrée de plusieurs manières sans que l'une soit meilleure que l'autre, ni même plus rapide[3]. Il est donc impossible que la connaissance mathématique relève, selon le réquisit aristotélicien de connaissance « scientifique », d'une nécessité causale et c'est bien pourquoi elle ne saurait être considérée comme « parfaite ». Ainsi Piccolomini prélève dans Proclus deux idées qu'il détache complètement de leur contexte : le fait que l'objet mathématique a partie liée avec l'imagination, qu'il interprète comme une forme d'abstraction ; le fait que ce caractère abstrait soutient une certaine plasticité des démonstrations qui ne parviennent pas à adhérer parfaitement au critère d'une démonstration causale.

Face à une telle confusion, deux stratégies vont se dégager : la première, dont Pereira est le représentant typique, s'intéresse particulièrement au rapport physique/mathématique et entend revenir à une

1. En fait, nous verrons que le thème n'avait jamais vraiment disparu des préoccupations des philosophes, ne serait-ce que dans les commentaires à *Métaphysique,* E 1. Ce qui est singulier ici est plutôt la manière dont le thème se trouve remis par Piccolomini au centre d'une décision philosophique centrale (sur la certitude des mathématiques).

2. *Quantitas vero imperfectissima omnium accidentium,* p. 104 r°, texte complet cité par De Pace (1993), p. 52.

3. *Diversi diversimode idem demonstrant, non alius alio melius, nisi quia forte brevius,* p. 105. Voir *supra,* p. 173, et Mancosu (1996), p. 10-15.

orthodoxie aristotélicienne en remettant plus directement en avant le caractère « abstrait » de la quantité (interprété en sens contraire de ce qu'apportait l'*imaginatio* chez Piccolomini) et son lien avec l'équivocité des genres[1]. Elle continue pourtant à maintenir, contre le témoignage d'Aristote, une forme d'unité objective des mathématiques, donnée par l'idée de quantité, et plus profondément encore par l'étendue réelle, qui servira de support à une contre-attaque platonicienne, dont on trouve des traces précises chez Mazzoni et Galilée. Comme nous l'avons dit, cette lignée a fait l'objet d'un grand intérêt auprès des historiens des idées et on peut assurément arguer, comme l'a proposé De Pace, qu'elle a joué un rôle central dans l'évolution des idées qui conduisent à l'émergence de la figure cartésienne de la *res extensa*. Mais elle a l'inconvénient de masquer l'autre stratégie induite par la confusion de Piccolomini, qui consiste à vouloir rétablir la force de la théorie procléenne, défense qui va occuper des lecteurs plus attentifs à la doctrine du Diadoque comme Francesco Barozzi (1560) ou Conrad Dasypodius (1570).

Dans l'un et l'autre cas, un point central que nous pouvons tout de suite noter est le rôle moteur tenu par la redécouverte de Proclus – la référence à Aristote étant clairement seconde avant l'intervention de Pereira. Piccolomini raconte d'ailleurs que l'*editio princeps* du *Commentaire,* parue à Bâle en 1533 aux bons soins de Grynaeus (Simon Grynée) fut pour lui une véritable révélation[2]. Ce texte accompagnait alors rien moins que l'*editio princeps* des *Éléments* d'Euclide et sa diffusion fut donc considérable – d'autant qu'elle se fit à la faveur du développement des premières chaires autonomes de mathématiques (dans les années 1530-1540)[3]. Il y a là un élément

1. De Pace (1993), p. 55-60. Pereira ne conserve de Proclus que la critique des preuves euclidiennes. Il n'a aucun mal à éliminer le rôle de l'imagination en se limitant simplement à l'idée de matière première, dont l'écart aux formes substantielles suffit à interdire aux mathématiques le seul type de causalité auquel elles puissent prétendre.

2. P. 69 (cité par De Pace [1993], p. 26, n. 14). Piccolomini y explique que ses doutes sur la certitude des mathématiques lui semblaient purs « paradoxes » avant qu'il ne lise Proclus et n'y réalise que s'y trouvait mise en cause à plusieurs reprises la valeur logique de certaines démonstrations euclidiennes (voir également p. 105).

3. Voir M. O. Helbing, « La fortune des commentaires de Proclus sur le premier livre des "Éléments" d'Euclide à l'époque de Galilée », dans G. Bechtle et D. J. O'Meara (2000), p. 173-193.

essentiel pour comprendre pourquoi notre source ne fut pas immédiatement tarie du fait de l'interprétation désastreuse qu'en livra Piccolomini. C'est, en effet, pour rétablir la vérité de la doctrine procléenne que Francesco Barozzi en fit dès 1559 le pivot de l'*oratio* qu'il donne lors de son arrivée à la chaire de mathématiques de l'Université de Padoue et l'objet de son premier cours[1]. Il s'engage alors dans la première traduction latine publiée du *Commentaire* fondée sur une collation des manuscrits que Grynée n'avait pas faite[2] – ce qui va évidemment conférer au texte un contexte de diffusion encore plus grand. Certes la traduction de Barozzi favorise une lecture de la ὅλη μαθηματικήη en extension *(tota mathematica)* qui pourrait en masquer la puissance[3]. Mais, ici encore, il ne faudra pas attendre longtemps pour que le problème soit posé à son lieu précis d'émergence. Après la furtive mention d'une *mathematica universalis* par Dasypodius dans son édition d'Euclide en 1564, Pierre de La Ramée (1515-1572) en fait dès 1567 une des cibles de son *Proemium* aux *Scholae Mathematicae* (éditées au complet en 1569). C'est d'ailleurs aux attaques de Ramus que paraît répondre Dasypodius en traduisant à son tour une partie du commentaire de Proclus[4] et en y mettant clairement en avant la position d'une *mathematica universalis* intermédiaire entre la dialectique et les mathématiques.

Les détails de cette circulation nous occuperont par après, mais il fallait la retracer à grands traits pour attirer immédiatement l'attention sur quelques faits importants : tout d'abord, l'apparition de la *mathesis universalis* se fait dans une histoire pour le moins singulière, dont l'impulsion fut sans conteste la redécouverte de la philosophie des mathématiques de Proclus (bien plus que le commentaire d'Aristote qui est mobilisé plutôt tardivement chez Pereira et dans le cadre d'une riposte aux dérives « pla-

1. L'*oratio* fut reprise par la suite en guise de préface à une dissertation générale sur l'utilité des mathématiques : *Opusculum in quo una oratio, et duae questiones : altera de certitudine, et altera de medietate mathematicarum continentur,* Padoue, 1560. Son cours sur le commentaire de Proclus (en fait les premières pages) a été publié par A. De Pace en annexe de son livre.

2. F. Barozzi, *Procli Diadochi Lycii philosophi platonici ac mathematici probatissimi in primum Euclidis Elementorum librum Commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium libri III,* Padoue, 1560.

3. C'est d'ailleurs ce qui a trompé G. Crapulli dans son interprétation, selon laquelle Proclus aurait en fait désigné comme seule science universelle la « dialectique ».

4. Dasypodius (1570).

toniciennes »). « Du *Commentaire,* rappelait d'ailleurs G. Crapulli en ouverture de son étude, se réclament presque tous les auteurs que nous rencontrerons. »[1] On se méfie évidemment d'un « presque » qui pourrait cacher des exceptions significatives. De fait, Van Roomen, pourtant premier utilisateur connu de l'expression même de *mathesis universalis,* ne se réfère pas directement à Proclus dans son *Apologia* (contrairement à Alsted)[2]. Mais ce qui importe ici est surtout la manière dont le texte de Proclus sert de source aux débats et la spécificité des problèmes qui y sont soulevés. Le simple fait que Van Roomen fasse référence à Pereira qui était intervenu dans la dispute entre Piccolomini et Barozzi et mentionnait abondamment Proclus suffirait de ce point de vue à indiquer qu'il s'inscrit dans cette même histoire[3]. De même n'est-il guère difficile de remonter d'Alsted à Dasypodius, de Dasypodius à Ramus et de Ramus aux Padouans (Barozzi et Piccolomini) avec lesquels ce dernier entretient un débat nourri. C'était d'ailleurs un des résultats les plus surprenants de l'étude historique d'avoir indiqué à quel point les auteurs dépendaient les uns et les autres, au point qu'on peut considérer le corpus exhibé comme clos[4].

Une autre remarque s'impose alors : autant l'histoire de la *mathesis universalis* paraît clairement circonscrite, autant ne le sont pas les thèses qui y sont attachées. Ce qui frappe d'abord est plutôt la diversité des positions,

1. Crapulli (1969), p. 31.

2. La référence de Romanus est Eutocius (p. 22), par un renvoi au commentaire sur les *Coniques* d'*Apollonius.* Il s'agit, en fait, d'une référence à la technique dite de « dénomination » des rapports, qui avait servi à introduire une forme d'usage des nombres dans le traitement géométrique des rapports et dont Clavius avait fait grand usage. Sur cette technique, voir S. Rommevaux (2001).

3. Par ailleurs, il n'est guère difficile d'établir qu'il connaît le texte de Proclus. Ainsi les premiers développements de son *Universae mathesis idea* sont consacrés à une réflexion sur le nom de *mathesis,* question qui nous est parvenue de manière privilégiée par le commentaire de Proclus, qu'il cite alors (*Universae mathesis idea, qua mathematicae universim sumptae natura, praestantia, usus et distributio brevissime proponunutur, authore A. Romano, Herbipoli, apud G. Fleischmann,* 1602, p. 3). Van Roomen cite également Dasypodius (sans référence) dans la page qui suit. Dans ce texte apparaît également l'idée d'une *mathematica universalis* et d'une *prima mathesis,* explicitement référée au traitement proposé dans l'*Apologia* (p. 14).

4. Nous verrons par la suite quels auteurs on pourrait lui adjoindre, notamment avec l'étude de Maurolico. Mais ces ajouts ne modifient pas substantiellement la description de la circulation du problème qui se fit précisément en laissant de côté des auteurs isolés comme Maurolico.

pour ne pas dire la confusion, qui se développent de 1547 à 1570 dans les débats autour de la « mathématique commune ». De ce point de vue, la tentative pour relier telle ou telle thèse de tel ou tel auteur classique à celle de ses prédécesseurs, dont l'histoire récurrente s'est faite une spécialité, paraît assez vaine. Mais il est remarquable que cette confusion apparente n'empêche nullement que soient progressivement réveillés les *problèmes* les plus centraux de la mathématique universelle et c'est en ce sens que nous pouvons parler d'une véritable « renaissance ». Qu'il s'agisse de la difficile articulation du rôle de l'imagination mathématique à une position idéaliste (Barozzi et, par opposition, Pereira), du caractère médiateur des mathématiques entre philosophie première et physique (Barozzi à nouveau, mais également Dasypodius – avec cette différence essentielle que la dialectique est chez le second rapportée à la logique et non à la métaphysique), de la question centrale de la causalité comme opérateur de certitude (à peu près tous les auteurs) ou du problème de la position d'extériorité de la science universelle, liée à la question de l'unité des genres d'objets (Ramus surtout, à qui répond Dasypodius), etc., dans tous ces cas réémergent peu à peu toutes les questions philosophiques posées par l'idée d'une « mathématique universelle ».

## IV.2. Les illusions de l'histoire monumentale

Ce premier survol de la circulation du problème démarque déjà à lui seul l'histoire d'antiquaires de l'histoire monumentale. N'était le caractère circonscrit de la circulation du thème, le fait que cette « renaissance » de la « mathématique universelle » n'émerge *pas* dans un contexte de rupture avec l'aristotélisme, sinon au sens d'une crise interne[1], y suffit amplement. Nul passage avec l'intervention de Piccolomini d'une logique catégoriale centrée sur l'objet, à une logique du sujet connaissant – la grande thèse des néo-kantiens, lorsqu'ils se penchèrent sur le thème de la « mathématique universelle » et qui servit de présupposé aux interprétations de Hus-

1. Sur cette crise, voir les textes rassemblés par L. Olivieri (1983).

serl et de Heidegger. Nulle trace de ce « *tournant historique du platonisme* qui conduit à Kepler et Galilée » sur lequel insistait tant Cassirer[1]. Si le « platonisme » y apparaît, c'est en tant qu'il se trouve immédiatement rabattu sur des théories aristotéliciennes et le cadre général reste celui d'une *tension* entre modèle mathématique et modèle logique, dont l'ancrage est d'abord aristotélicien. Par ailleurs, l'opposition résolue de Kepler à Ramus et de Galilée à Pereira indique bien que la « mathématique universelle » ne pourra de toute façon agir au sein du « platonisme » porté par la « science moderne » *que comme problème.*

Or l'image d'un « tournant » platonicien avait plusieurs conséquences dans la lecture de la « mathématique universelle », qui perdent soudain de leur évidence : d'une part, ignorant le rôle très particulier joué par le *Commentaire* de Proclus, elle s'orientait plutôt vers une *autre forme* de platonisme fortement imprégné de considérations théologiques, voire arithmologiques tel qu'on pouvait en trouver témoignage dans la tradition « florentine » (Nicolas De Cues, Marsile Ficin et, plus tard, Giordano Bruno)[2] et dont on montrait ensuite que les Classiques avaient eu le mérite de se dégager – l'idéal humaniste d'une « méthode » fondée sur la clarté et la distinction, opposée aux verbiages de l'École et aux « arcanes » des considérations symbolistes y prenant évidemment une grande importance ; comme cette conception symboliste évoluait assez naturellement, par ailleurs, avec une certaine conception de la logique opérant en extériorité à ses objets, elle se trouvait reliée aux premiers développements du rêve d'une « caractéristique universelle », notamment dans l'héritage du lullisme où ces deux points de vue se trouvaient conjoints[3] ; d'autre part, elle fondait le lien étroit avec le développement de la « science moderne »

1. Cassirer (1906-1999), p. 37.

2. Pour un panorama sur cette tradition, voir P. O. Kristeller (1993) ; ainsi que la somme de James Hankins (1990). Voir également dans D. O'Meara (1982), les articles de M. de Gandillac (« Neoplatonism and Christian thought in the Fifteen Century ». p. 143 sq.), et de E. P. Mahoney (« Neoplatonism, The Greek Commentators and Renaissance Aristotelianism », p. 169 sq.). Sur le rôle donné à cette tradition par l'histoire « monumentale », et notamment à Nicolas de Cues, voir Cassirer (1906-2004), p. 48 sq. où apparaît le rôle de Proclus.

3. Paolo Rossi (1993) qui poursuivait l'impulsion de Yates (1975) ; W. Risse (1964), vol. 1 (1500-1640), chap. VII : *Die lullistische Tradition* (p. 532 sq.) ; S. Krämer (1991). L'idée de « science universelle » était très présente dans cette tradition, où elle prenait un sens différent de

comme science mathématique de la nature, qui aurait su, avec Kepler et Galilée[1], sortir progressivement de cette approche symbolique ou, plus spécifiquement, avec le développement de l'algèbre symbolique et des premiers pas d'une mathématique « formelle »[2].

Aujourd'hui encore, ces lignes de développement constituent le cadre privilégié pour la description téléologique de la genèse de la *mathesis universalis*. Comme le rappelle un commentateur récent : « Celui qui entreprend de mener une recherche sur la configuration spécifique de la science, qui s'établit à la fin du XVIe et ensuite tout au long du XVIIe siècle sous le titre assurément répandu et programmatique de *scientia universalis*, ou éventuellement *mathesis universalis*[3], doit cependant essayer de cerner ce programme spécifiquement par le recours à la combinatoire lulliste, la pensée néo-platonicienne et les possibilités ouvertes par la forme humaniste et topique de l'encyclopédie. »[4] Il est donc troublant de constater qu'*aucune* de ces trois déterminations ne présida à l'émergence du thème au milieu du XVIe siècle et à son développement jusqu'à Descartes.

Cette remarque est fondamentale pour tenir à distance toutes sortes de traits attachés aujourd'hui au concept de *mathesis universalis* par simple association d'idées et qui ont contribué à accentuer l'impression d'une rupture profonde entre le traitement moderne et le traitement ancien. Réciproquement, les rapprochements opérés avec telle ou telle séquence historique par simple résonance de thèmes y apparaissent pour le moins précaires. Ainsi dire que la rupture introduite par la *mathesis universalis* car-

celui donné par les aristotéliciens. Cette tradition perdurera tout au long du XVIIe siècle, comme on peut s'en convaincre en parcourant le *Traité des fondemens de la science générale et universelle* publié par Pierre Baudouin de Montarcis en 1651 (Paris, F. Lecointe et F. Clouzier).

1. Cette conception apparaît de manière très claire chez Cassirer (1927-1983), p. 233-236 ; voir également A. Koyré (1985), p. 166-195 : « Galilée et Platon ».

2. Voyez les textes de Husserl (1954-1976) cités dans la note 2, page 18 de l'introduction.

3. Comme nous aurons l'occasion de le rappeler, l'équivalence entre *mathesis universalis* et *scientia universalis* est aussi répandue que rarement justifiée. Il n'existe, à notre connaissance, aucun texte qui la soutienne.

4. T. Leinkauf (1993), p. 11. Et l'auteur de renvoyer en note aux travaux de Arndt, Schüling, Risse, R. Kauppi (1980) (art. *« Mathesis universalis »* du *Historisches Wörterbuch der Philosophie*) – à quoi nous pouvons ajouter les noms de J. Mittelstrass, H.-J. Engfer, S. Krämer. Voir également l'article de Witold Marciszewski (1984).

tésienne vient de ce qu'elle recentre la théorie de la connaissance sur l'esprit comparant selon « l'ordre ou la mesure », serait méconnaître la présence de ces thèmes chez nombre de « platoniciens » qui ne se préoccupent nullement de « mathématique universelle ». On connaît l'expression célèbre du Cusain : *cognoscere enim mensurare est*[1] que Kepler reprend à son compte dans l'*Harmonie du monde* (I, 7) – le *De mente* (I, 149) avançant même que la *mens* tiendrait son nom de sa capacité à la *mensura*. Cette conception conduit d'ailleurs, comme chez Descartes, à donner un rôle central à la comparaison et à la proportion[2]. Plus significatif encore, le *De Mente* refusait clairement de rapporter la mesure au seul domaine de la quantité, et la reliait au domaine plus général de la *comparaison* tout/partie[3]. Quant aux conceptions de Kepler, faut-il rappeler que le quatrième livre de l'*Harmonie du monde* qui traite des harmonies (notamment musicales) s'ouvre par un « préambule et manière d'être de l'ordre »[4] ? Outre qu'il s'agit précisément du fameux passage où Kepler recopie longuement Proclus sur la nature des objets mathématiques, y réapparaît l'idée séminale selon laquelle : « La science consiste dans la comparaison. »[5] Pourtant ni l'un, ni l'autre de ces auteurs ne parlent de « mathématique universelle » et aucun d'entre eux n'est mentionné par les auteurs de notre corpus (qui, nous l'avons vu, se réfèrent, en revanche, les uns aux autres).

De même, avancer que l'ordre visé par la *mathesis universalis* cartésienne fixe le modèle ontologique de la *series*, dans lesquelles se déterminent désormais les choses, serait fermer les yeux sur la présence insistante

1. *De Beryllo*, XXXIX, 71, 20-21 et M. De Gandillac (1941), p. 148 sq.

2. *De docta Ignorantia* I, 1 : « Toute recherche est comparative puisqu'elle use de la proportion. »

3. On trouvera une traduction française du *De Mente* en annexe de Cassirer (1927-1983), p. 245-299.

4. Cette théorie pure de l'ordre nécessite de distinguer différents niveaux d'analyse : 1 / il faut d'abord que soient données deux choses sensibles du même genre (ici la quantité) ; mais la quantité ne suffit pas à saisir l'ordre et il faut aussi considérer ; 2 / l'esprit qui compare ; 3 / l'action de recevoir les choses sensibles (perception) ; 4 / la proportion adéquate (harmonie qui est un « objet mathématique »). Et l'auteur d'insister, en conséquence, sur le rôle de l'esprit comparant, à quoi il faut adjoindre une théorie de la perception « pour compléter cette partie de la métaphysique qu'Aristote ne vit pas même en gros » (*Harmonices mundi*, livre IV, chap. 1, trad. franç. J. Peyroux, p. 221-224).

5. *Ibid.*, p. 209-221. Pour une étude de ces passages, voir Mehl (2001), p. 247-253.

de ce thème dès le néo-platonisme[1] ou, pour prendre des contemporains de Descartes, chez les « dialecticiens » du courant philippo-ramiste[2]. À nouveau, autant ces thèmes sont communs à différentes formes de « platonisme » engagés dans la défense et illustration de la *mathesis,* autant ne l'est *pas* celui de la « science mathématique commune ». Non seulement les auteurs que nous venons d'évoquer ne mentionnent nullement la possibilité d'une *mathesis universalis,* mais surtout ceux qui sont contemporains de la relance du thème, à savoir Ramus et Kepler, *s'opposent,* chacun à sa façon, à cette idée[3].

Aussi faut-il insister sur le fait que les différents rapprochements qui peuvent être opérés entre Descartes et ses contemporains gagneraient au moins à distinguer ce qui relève de la *mathesis* en général et ce qui relève de la *mathesis universalis* en particulier[4]. Il faut d'autant plus y insister que la méthode de l'histoire monumentale a profondément contaminé en ce

1. Sur le rôle de ce modèle chez les platoniciens renaissants, voir Cassirer (1927-1983), p. 210 sq. (où le modèle de l'ordre et la mesure est référé à Kepler) ; pour le Cusain, voir M. De Gandillac (1941), p. 171 sq. Sur son maintien chez les ramistes, Mehl (2001), p. 222-232.

2. Cette influence est l'objet de l'étude d'A. Robinet (1996), dont le sous-titre significatif est « L'axe La Ramée-Descartes de la *Dialectique* de 1555 aux *Regulae* » (sur le rôle de la série dans la conception raméenne, voir livre I, chap. IV, § 2, « Règle, ordre et série », p. 54 sq. ; sur sa reprise par Descartes, chap. VIII du livre V : « Ordre et série », p. 253 sq.). On notera notamment le caractère très banal de l'interprétation consistant à identifier les traditionnelles *catégories* de la logique aristotélicienne avec des types de *series,* cf. B. Keckermann *Systema logicae,* 1606 (3e éd.), I, *sectio 1,* chap. 2 : *« de rerum serie, quam praedicamentum vocant »* ; P. Fonseca, *Institutionum dialecticarum libri octo,* 1604, livre I, chap. 1, sur l'identification des ordres ou *elementorum series* aux catégories aristotéliciennes.

3. L'opposition de Ramus à la *mathesis universalis,* sur laquelle nous reviendrons, a été étudiée par Crapulli (1969), chap. III : « Il *Commento* di Proclo nelle interpretazioni di P. Ramo e C. Dasipodio : "dialectica" et "communis scientia universalis" ». Kepler, lui, critique vigoureusement La Ramée, mais pour mieux défendre le primat de la géométrie. L'enjeu est alors l'interprétation du livre X, « croix des mathématiciens », et la tendance qui penchait à chercher l'unité du commensurable et de l'incommensurable dans l'algèbre : « "La croix est-elle si bien fixée dans les esprits ?" Elle l'est assurément chez ceux qui traitent les irrationnels, qui sont des quantités inexprimables, en les soumettant au nombre. Je n'en traite pas par les nombres et par l'algèbre, mais par la raison » (*L'harmonie du monde, introduction,* livre I, trad. dans Mehl [2001], p. 221). On peut certes, dans l'un et l'autre cas, lire ces mêmes passages comme autant de « contre-modèles » à une « mathématique universelle » scolaire. On s'autoriserait alors à parler de *mathesis universalis* dans un sens large en privilégiant le problème. Mais le point sur lequel nous voulons insister est que le rapprochement par « l'ordre et la mesure » aura précisément écrasé ce problème.

4. Pour nombre d'auteurs de la fin du XIXe siècle et du début du XXe siècle, ces deux expressions étaient d'ailleurs tenues pour équivalentes et utilisées l'une pour l'autre.

point l'histoire érudite. Ainsi, les tentatives faites pour rapprocher Descartes de l'usage reçu des mathématiques dans la tradition ramiste (ou « philippo-ramiste »)[1], elle-même fortement influencée par le platonisme, pointent-elles d'indéniables proximités : le rôle premier de la « lumière naturelle » et l'importance d'un retour réflexif de la *cogitatio* sur elle-même[2], la conception afférente d'une méthode unique et *universelle*[3], le travail de l'*ingenium* dans la découverte de la vérité, l'importance de l'analyse *(ars inveniendi)* et du modèle mathématique[4], le rapport complexe entre méthode (d'invention) et ordre (d'exposition), corrélé à une conception de la chose comme prise dans une *série* ou une *chaîne*, etc. Tout cela indique un lieu commun où la *mathesis* intervient assurément pour la constitution d'une nouvelle norme de rationalité[5]. Au plus près de Descartes, Beeckman, qui a suivi à l'Université de Leyde les cours du ramiste Snellius, soutient, deux mois avant leur rencontre, une thèse très ostensiblement placée sous le patronage de Platon, où il rappelle également que la « philosophie » ne peut atteindre à l'apodicticité que sous la norme de la *mathesis*[6].

Mais ce lieu commun ne concerne pas directement le rôle de la *mathesis universalis*. Bien plus, il *masque* une opposition frontale, qui traverse cette tradition, entre une conception où l'unité du savoir se donne sur le mode d'une *logique*, et donc en extériorité aux domaines d'objets (Ramus),

1. À l'étude panoramique de Robinet (1996), on ajoutera celle de Mehl (2001), notamment p. 218-242.

2. B. Keckermann définit la logique comme retour réflexif de la *cogitatio* sur elle-même et oppose explicitement cette conception à celle des scolastiques : *nostramet cogitamus cogitationes* (*Gymnasium logicum*, 1605, cité par Robinet [1996], p. 146).

3. Ce point fut d'ailleurs le motif d'une querelle très vive entre le ramisme et les autres conceptions de la « méthode », voir G. Oldrini (1997).

4. Sur l'attachement de Ramus à la méthode mathématique, voir, outre l'étude citée de Robinet (1996), P. Desan (1987), chap. II : « Le paradigme mathématique » (La Ramée/Bodin).

5. Aux parallèles dressés par l'étude d'A. Robinet, on pourra ajouter ceux qui apparaissent à la lecture de Ratichius. Lui aussi propose le retour à la lumière naturelle, la position d'une méthode unique et d'une sagesse universelle ; il donne également un grand rôle à l'imagination tout en refusant le modèle mnémotechnique, etc., cf. G. Rioux (1963). On rappellera que Ratichius était ami de Faulhaber que Descartes rencontre vraisemblablement en Allemagne en 1619, cf. Mehl (2001), p. 192-197.

6. *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634*, t. IV, p. 40-42.

et celle où elle peut se déployer de l'intérieur des *mathêmata* (Dasypodius) – dont il n'est pas exagéré de dire qu'elle est pourtant un des problèmes centraux de la *mathesis universalis* depuis son origine antique.

Un travail similaire devrait être entrepris dans la confrontation de Descartes et des Jésuites, dont on sait qu'il reçut l'enseignement à La Flèche. On a ainsi évoqué les résonances avec certains passages de J.-P. Camus, son professeur de mathématiques, sur les « certaines et évidentes démonstrations » qui assurent à la *mathesis* « sa fermeté et sa certitude » ou avec les *Prolegomena* de Clavius[1]. Force est, plus généralement, de constater à quel point la référence platonicienne à la certitude des mathématiques, relayée par le témoignage de Proclus, est alors un passage obligé des « Prolégomènes » qui s'attachent, en ouverture des manuels – chez les Jésuites, mais pas seulement – à vanter auprès des jeunes élèves l'*utilitas* et la *dignitas* de la *mathesis*[2]. Or on peut assurément pointer les rapprochements entre Descartes et la conception de la rationalité défendue par la *ratio studiorum,* qui elle-même s'inscrit dans un mouvement plus général de défense des mathématiques, mais pas jusqu'à oublier qu'entre Clavius et son ennemi au *Collegio Romano,* Benito Pereira, *c'est le second qui défend l'existence d'une mathématique commune* (et que citent et Van Roomen et Alsted). Non seulement, les rapprochements par résonance de thèmes ne nous disent rien ici sur ce que porte précisément le concept de *mathesis universalis,* mais ils en perdent toute la chair de problème.

1. G. Rodis-Lewis, « Descartes et les mathématiques au collège », dans N. Grimaldi et J.-L. Marion (1987). Elle y indique également d'autres parallèles comme la critique du fait que les mathématiques sont tournées vers les applications mécaniques, plutôt que vers la théorie. En annexe de cet article figure la traduction des pages 5-7 des *Prolegomena* de Clavius par M. Beyssade. Sur le rapprochement de Descartes et Clavius, on pourra également lire, E. Kessler, « Clavius entre Proclus et Descartes », dans L. Giard (1995), p. 285-308.

2. Sabine Rommevaux, « Les introductions aux *Éléments* d'Euclide au Moyen Âge et à la Renaissance », dans C. Grellard (2004), p. 143-158. Côté ramiste, un des plus beaux exemples est donné par B. Keckermann en ouverture de son *Systema compendiosum totius mathematices,* Cours de 1605 publiés à Hanovre, chez G. Antonius, 1617.

## IV.3. Avant la redécouverte de Proclus

Doit-on aller jusqu'à dire que le thème de la « mathématique universelle », dont les contours paraissent si clairement délimités à la Renaissance, avait disparu des réflexions philosophiques avant la redécouverte du commentaire de Proclus et son utilisation dans le cadre de la *quaestio de certitudine mathematicarum* ? Nous allons voir que non, mais que cela n'atténue en rien la singularité de la renaissance du problème au XVI^e^ siècle. On peut remarquer tout d'abord qu'il existait des manuscrits du commentaire de Proclus, qui sont passés dans des mains aussi illustres que celles du cardinal Bessarion ou de Pic de La Mirandole. Mais le trait le plus frappant ici est que ces auteurs ne semblent pas lui avoir prêté une attention particulière[1]. Plus intéressant encore, le texte fut traduit et publié (sans mention du nom de Proclus) dès le début du XVI^e^ siècle, dans le grand traité encyclopédique de Georgio Valla : *De expetendis et fugiendis rebus opus* (publié à Venise à titre posthume en 1501)[2]. Ici encore, nous devons remarquer qu'il ne s'ensuivit aucun débat particulier sur la mathématique commune.

Cette remarque nous oriente vers une autre question : nous avons vu que le texte de Proclus n'est pas le seul texte néo-platonicien où apparaisse l'idée d'une « mathématique générale », qu'en est-il de l'influence de Jamblique et de Marinus ? Il ne semble pas que le traité de Jamblique ait eu une grande influence auprès des renaissants qui s'intéressaient plus à ses *Mystères d'Égypte*. En Italie du Nord, au XVI^e^ siècle, cette orientation n'est pas indifférente, de même que n'est pas indifférent l'intérêt pour l'*Elementatio theologica* ou l'*In Parmenidem* de Proclus plutôt que pour le

1. P. L. Rose (1975), p. 20, n. 33 et p. 45.

2. *Ibid.*, p. 46-50. Un exemplaire du traité de Valla est consultable à la Bibliothèque nationale de France. La traduction masquée du commentaire de Proclus se trouve au premier livre, du chapitre XIV (intitulé *De tota mathematica*) au chapitre XXIII. Comme on peut le constater au titre de ce chapitre, Valla interprète la ὅλη μαθηματική en extension et favorise l'interprétation où c'est la dialectique qui occupe la position de science universelle.

commentaire d'Euclide[1]. Elle s'inscrit plus largement dans le développement de la doctrine pythagorisante et hermétique, en particulier celle véhiculée par la collection de *Théologoumènes arithmétiques* alors attribués à Jamblique. Cette doctrine néo-pythagoricienne largement diffusée dans l'entourage de Laurent de Médicis à Florence, obtint un vif succès et accompagnait tout naturellement la doctrine des « Mystères ». Le maître-ouvrage de cette réception fut la très célèbre traduction du *De Mysteriis* que Marsile Ficin fit paraître à Venise en 1497 (dans laquelle se trouve aussi un extrait du commentaire de Proclus sur l'*Alcibiade*). Or on peut facilement constater que cette ligne de développement, qu'on dira « florentine », a plutôt eu tendance à masquer le traité sur la mathématique commune, puisqu'il en existe une traduction libre, cachée dans l'édition latine des *Mystères d'Égypte* par Nicolas Scutelius (1556), dont l'impact paraît avoir été nul[2].

La situation est différente pour Marinus, dont le traité connut une grande visibilité. Il fut, en effet, traduit dès 1505 par Zamberti, lui-même élève de G. Valla et auteur d'une traduction du *Commentaire* de Proclus qu'il n'eut malheureusement pas le temps de publier. Le *Commentaire aux Données* pouvait difficilement passer inaperçu, puisqu'il figurait dans la très célèbre édition des *Éléments* que donna Zamberti en 1505[3] – celle-là

1. Voir P. O. Kristeller, « Proclus as a reader of Plato and Plotinus, and his influence in The Middle Ages and in The Renaissance », dans J. Pépin et H. D. Saffrey (1987). Voir également l'édition du *In Parmenidem* par C. Steel (1982), *introduction*, chap. II : « L'influence de la traduction » ; M. Grabmann (1936), t. II, chap. XVI : « Die Proklosübersetzungen des Wilhelm von Moerbeke und ihre Verwertung in der lateinischen Literatur des Mittelalters », p. 413 sq. ; sur les différentes éditions de Proclus aux XV^e et XVI^e siècles, voir l'introduction à l'édition de la *Théologie platonicienne* donnée par H. D. Saffrey et L. G. Westerink (1968), p. XCI-XCVI.

2. *Jamblichus De mysteriis Aegyptiorum, nunc primum ad verbum de graeco expressus, Nicolao Scutellio..., interprete. Adjecti de Vita et secta Pythagorae flosculi, ab eodem Scutellio ex ipso Jamblicho collecti. Omnia studio S. Bongalli edita,* Romae, V. Luchrini, 1556 (p. 52-66). On n'y trouvera pas de mention d'une « mathématique générale », mais il y est abondamment question des *communia* en mathématiques. On notera, au passage, le rôle donné à l'*ordo* et à la *mensura*, qui distingue les objets des *mathêmata* des autres objets (p. 60) ; celui de la *catena scientiarum* (p. 65), l'idée qu'il ne s'agit pas d'étudier les mathématiques *quam vulgus sectatur*, mais bien celle qui se rapproche de la théologie en étudiant l'ordre et la mesure (p. 66) – tous traits qui sont parfois tenus pour distinctifs de la description cartésienne de la *mathesis universalis*.

3. Nous avons pu consulter la seconde édition de cet ouvrage : *Euclidis megarensis... mathematicarum disciplinarum janitoris, habent in hoc volumine, quicunque ad mathematicam substantiam aspirant, Elementorum libros XIII, cum expositione Theonis... Euclide volumen XIII, cum expositione Hypsiclis*

même que préfaça Melanchton lors de sa réédition à Bâle en 1537. Au passage qui s'occupe de déterminer à quelle discipline la théorie des données doit être rapportée *(Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus)*[1], on y lit bien que son usage ne relève pas de telle ou telle discipline particulière, mais de celle qui est dite mathématique universellement *(in universali mathematica dicitur)*. Si la traduction, dans son ambiguïté, peut autoriser une lecture en extension, la description qui suit lève l'équivoque puisqu'il s'agit d'une *speculatio* présentée, conformément au texte de Marinus, comme traitant des multiplicités, des temps, des vitesses, en tant qu'elle s'occupe des rapports, des proportions et des médiétés[2]. Tous les lecteurs de cette édition pouvait donc avoir accès à l'idée d'une mathématique universelle dès 1505, fût-ce à titre de problème, et, qui plus est, dans le contexte de considérations méthodologiques. Peu de temps auparavant avait été publiée la paraphrase de Proclus par Valla, dans lequel il n'était certes question que de *tota mathematica,* mais qu'il n'était guère difficile de rapprocher du texte de Marinus. Or aucun débat ne s'en suivit, alors même que ces traités furent abondamment diffusés et pratiqués. Nous voyons donc que la « renaissance » du thème n'est pas lié à l'émergence d'un *concept* jusque-là totalement inconnu. En outre, comme l'a fait remarquer C. Sasaki, la traduction et le commentaire de la *Métaphysique* par Agostino Nifo en 1518 n'avait pas craint d'en référer explicitement en E 1 à une *universalis mathematica,* appelée également *communis mathematica* et qui se trouvait donc accessible à la même époque aux lecteurs d'Aristote[3].

*alexandrini, itidemque et Phaenomena, Specularia et Perspectiva, cum expositione Theonis, ac mirandus ille liber Datorum, cum expositione Pappi mechanici, una cum Marini dialectici protheoria, Ba. Zamber., veneto interprete,* Venise, 1510.

1. C'est le titre du chapitre III du *In Librum Datorum Euclidis Philosophie platonici, ac praestantissimi mathematici, protheoriae ex voce Marini philosophie, Bartholomeo Zamberto interprete* paru initialement en 1505 dans la grande édition des *Éléments.*

2. *Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorum speculatio utilis sit, quandoquidem ad resolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed eam quae in universali mathematica dicitur, ea siquidem est quae sese habet circa multitudines, tempora, celeritates, huiusmodique omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, et ubique medietates negociatur.*

3. *Augustini Niphi Medicis Philosophi Suessani Expositiones in Aristotelis libros Metaphysices,* Venise, H. Scot, 1559, p. 350.

La lignée Valla-Zamberti s'inscrit plus généralement dans un regain d'intérêt pour les mathématiques qui se manifeste à Venise puis à Padoue dès la fin du XV^e^ siècle dans le contexte de ce qu'on appelle souvent « l'averroïsme padouan »[1]. Le cardinal Pietro Bembo, qui tient un rôle central dans ce développement et fait justement le voyage de Venise à Padoue, s'y lie d'ailleurs d'amitié avec le professeur de mathématiques de Piccolomini : Frederico Delfino. Ce dernier est l'auteur d'un *De proportione o proportionibus,* aujourd'hui perdu, dans lequel était apparemment défendue l'idée du rôle central et unifiant des proportions en mathématiques[2]. On voit qu'il ne serait guère difficile de remonter ainsi de proche en proche, comme l'indiquait déjà Crapulli, dans cette tradition qui valorise l'étude des mathématiques et donne un rôle unificateur à la théorie des proportions (dans des interprétations qui peuvent être très variables). Y est-il question de « mathématique commune » ? Nous donnons en annexe la traduction d'une *disputatio* peu connue, qui indique clairement que le thème était parfaitement circonscrit dès le début du XIV^e^ siècle, c'est-à-dire au moment où l'influence de l'averroïsme connaît les premières tentatives de synthèse critique dans les œuvres de Jean de Jandun et de Marsile de Padoue[3]. Il s'agit d'une compilation rassemblant les opinions de cinq philosophes (dont Jean de Jandun) sur les mathématiques et leur statut philosophique. Le lecteur vérifiera aisément à la simple lecture du

1. On pourra consulter le panorama offert dans L. Olivieri (1983), notamment l'article de G. Federici Vescovini sur l'importance de la mathématique dans l'aristotélisme padouan, et en particulier chez Blaise de Parme (1384-1411) : « L'importanza della Matematica tra aristotelismo e scienze moderne in alcuni filosofi padovani della fine del secolo XVI », notamment p. 666-676.

2. Sur le rôle de F. Delfino : G. Crapulli (1969), chap. II : « La "scientia communis" matematica nel *Commentarium de certitudine mathematicarum* di A. Piccolomini (1547). L'insegnamento delle matematiche allo Studio padovano sulla metà del sc. XVI : F. Delfino, P. Catena, F. Barozzi », p. 42-44 ; P. L. Rose (1975), p. 284-285. Cette lignée nous conduit également à Maurolico. Sur la formation de Maurolico, sa dépendance à l'encyclopédie de Valla et ses liens avec Pietro Bembo, voir R. Tassora, « La formation du jeune Maurolico et les auteurs classiques », dans P. D. Napolitani et P. Souffrin (2001), p. 23-32, ainsi que, dans le même recueil, la contribution de R. Moscheo, « Greek heritage and the scientific work of Francesco Maurolico », en particulier p. 21-22.

3. Le texte en est tiré d'un manuscrit, daté de 1312, édité et commenté par G. Dell'Anna (1992), p. 87-90. Cet ouvrage essentiel pour notre thème et pourtant peu connu des chercheurs travaillant sur la « mathématique universelle », contient une abondante bibliographie sur les études concernant les mathématiques au Moyen Âge (p. 55-66).

texte : 1 / qu'il existe alors une « question » scolaire sur l'existence d'une mathématique commune *(Utrum scientie mathematice habeant aliquam communem mathematicam)* ; 2 / que les différentes solutions possibles à partir d'Aristote y sont parfaitement thématisées (unité donnée par la métaphysique comme « science universelle », unité donnée par les mathématiques, soit « par analogie », au sens où l'on parle de « la » mathématique, soit par une authentique théorie mathématique unitaire, comme celle des rapports et proportions du livre V ; y est même envisagée l'idée que cette théorie, dont on établit l'existence de droit pourrait ne pas avoir encore été inventée) ; 3 / que la théorie de la connaissance procléenne n'avait qu'à se loger, comme le proposera Piccolomini, à la place de la *quantitas abstracta,* au cas où l'on accepterait l'*opinio* qui en fait un *subjectum communis* des mathématiques – hypothèse dont on notera qu'elle est ici appuyée sur la simple existence du livre V des *Éléments* d'Euclide ; 4 / enfin, et c'est une indication non négligeable, que les auteurs convoqués sont *tous* favorables à l'existence d'une mathématique commune.

Les deux derniers points peuvent nous arrêter plus particulièrement. Les historiens des mathématiques ont, en effet, depuis longtemps attiré l'attention sur le fait que la μεγέθος du livre V fut généralement rendue par les Latins, sur la base d'une incompréhension du propos de la théorie des proportions euclidienne, par une simple *quantitas*[1]. Campanus de Novare propose ainsi de caractériser la quantité, selon une définition qu'il réfère au chapitre VI des *Catégories* et que nous avons déjà croisée, d'être le support de l'égal et de l'inégal. C'est pourquoi il faut, d'après son commentaire, se

1. J. E. Murdoch (1963) cite cinq traductions médiévales d'Euclide, dont la seule à utiliser encore *magnitudo* est celle qui provient de la tradition boétienne. Certaines traductions ont d'ailleurs été rééditées, notamment par H. L. L. Busard (1987, 1992). Sur l'histoire de la transmission des *Éléments* chez les Latins, voir, du même auteur, Busard (1998) et le numéro spécial de la *Revue d'histoire des sciences* coordonné par Sabine Rommevaux : « La réception des Éléments d'Euclide au Moyen Âge et à la Renaissance », 56/2 (2003). Sur l'incompréhension, on citera simplement la conclusion de Murdoch : « The conclusion must be that the failure to comprehend the Eudoxean key to Book V, the Latin West lost one of the thoroughly general criteria for equal proportions that they possessed » (p. 261). On sera notamment sensible au fait que l'unité se fait généralement dans le Moyen Âge latin « par le bas », c'est-à-dire que la théorie eudoxienne est rabattue sur une définition arithmétique de la proportion et que les définitions euclidiennes du livre VII sont, fait rarissime, mélangées avec celles de commentateurs (en l'occurrence de Jordanus de Nemore, p. 258).

tourner vers la proportion, lieu commun de toutes les quantités, dont Euclide a donné la formulation la meilleure en la définissant comme rapport *(habitudo)* de deux quantités d'un même genre[1]. C'est cette conception qui se trouve ensuite relayée dans les éditions latines de Luca Pacioli et Lefèvre d'Étaples, aussi bien que dans l'édition en langue vulgaire de Nicola Tartaglia[2]. Il n'y a donc guère de surprise à voir nos auteurs rapporter l'existence d'une éventuelle « mathématique commune » au livre V, puisque la principale difficulté de cette identification avait été en partie écrasée par toute une tradition de traduction qui substituait *quantitas* à *magnitudo*. Il est d'ailleurs remarquable qu'il existe au milieu du XVIe siècle des recueils sur la proportion, comme celui de Silvio Belli, qui propose un traitement des propriétés communes à la « quantité », « sujet universel » des mathématiques et référé de manière privilégié au livre V des *Éléments* d'Euclide (alors même que le traitement lui-même peut s'en écarter significativement, comme on le constate aisément à la place qui est donnée aux suites de quantités en proportion arithmétique et géométrique)[3].

Comme on l'imagine, il sera possible de remonter encore plus avant. Nous ne pouvons guère ignorer que nous est parvenu notamment un traité entier de Roger Bacon (1212/1220-1292) sur les *Communia Mathematica*[4]. S'y trouve défendue, sous l'influence avouée des conceptions d'al-Farabi, l'existence d'une partie des mathématiques qui ne doit être appelée ni Géométrie, ni Arithmétique, ni Astronomie, ni Musique, mais doctrine des éléments et des racines (de toute mathématique). Même si

1. *Quantitatis autem proprium est secundum ipsam aequale vel inaequale dici ut vult Aristoteles in Praedicamentis : unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, et per ipsam in communibus aliis : nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus : propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate, cum eam diffinivit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinvicem* (cité par Crapulli [1969], p. 16).

2. Sur les éditions d'Euclide à la Renaissance et les débats autour de la traduction de Campanus, voir Rose (1975), p. 51-52 ; Crapulli (1969), chap. 1 ; ainsi que F. Loget (2001), « héritage et réforme du *Quadrivium* au XVIe siècle », dans Jean Dhombres (2001), p. 212. La conception de Campanus est celle qui est suivie par Clavius dans son édition d'Euclide (à l'opposé de Commandin).

3. Belli (1573).

4. Il s'agit en fait d'une compilation de textes, dont les plus anciens manuscrits datent du début du XVe siècle. Elle a été éditée par R. Steele au tome 16 des *Opera hactenus inedita Rogeri Baconi,* Oxford, Clarendon Press, 1940.

l'essentiel du traité est consacré à des considérations méta-théoriques, Bacon y défend incidemment la primauté d'une théorie des touts et parties qui servirait de fondement à toutes les mathématiques. Enfin, s'y trouve également questionnée la possibilité de mener une théorie des proportions commune au discret et au continu[1]. On pressent qu'il ne sera guère difficile de remonter ainsi jusqu'aux philosophes arabes ou persans : chez Avicenne déjà, où est attestée la position d'une mathématique antérieure à l'arithmétique et à la géométrie ; enfin, chez al-Farabi où le terme employé évoque même l'idée d'une *mathesis*[2] ; de al-Farabi, on se trouvera naturellement reconduit aux commentateurs antiques d'Aristote comme Themistius ou Philopon.

Il y a là un territoire encore peu exploré et sur lequel on ne peut qu'appeler à des études plus poussées. Mais le point décisif reste néanmoins que ces indications, qui sont intéressantes d'un point de vue historiographique, ne nous donnent pas accès à une évolution dans l'élaboration de la question elle-même. Comme on le voit bien dans l'énoncé de la *quaestio,* on se retrouve au bout du compte avec un certain nombre de solutions qui restent *grosso modo* les mêmes que celles qu'on peut envisager à la lecture d'Aristote dans sa confrontation avec la théorie euclidienne (et qu'on retrouve d'ailleurs encore aujourd'hui très largement mobilisées dans les commentaires). À bien des égards, le traitement des renaissants participe encore pour une part à cette détermination, mais, pour une autre, il en marque également la fin. C'est à ce titre qu'il nous intéresse plus particulièrement.

## IV.4. Les particularités du développement renaissant

Supposons que nous essayions de dérouler le fil qui des « averroïstes » de la fin du XIVe siècle nous conduit à Piccolomini et s'intéresse au

1. Bacon (1940), respectivement p. 38 ; 70-75 ; 80 et surtout p. 84, où les principes généraux du livre V sont présentés comme communs à toutes les formes de médiétés.
2. Sur ce parcours de remontée, voir M. Maroth (1994), p. 157-159.

rôle central tenu en mathématiques par la théorie des rapports et proportions au titre d'une *mathematica communis,* ou encore supposons que nous nous intéressions à la conception d'une unité des mathématiques donnée par l'algèbre en tant qu'elle parvient à exprimer d'une manière apparemment univoque ce que l'édifice euclidien donnait dans l'équivocité, dans l'un et l'autre cas, nous ne pourrions manquer de croiser sur notre route un de ceux qui fit le plus pour le développement des mathématiques au début du XVI^e^ siècle : Francesco Maurolico. Cette association serait d'autant plus naturelle que Maurolico défendait bien, comme nous le verrons, un programme d'unité des mathématiques qu'il n'hésitait pas à qualifier de « mathématique première » traitant de la quantité *universaliter* ou *generaliter*[1]. De Maurolico, qui enseigne à la fin des années 1560 au collège jésuite de Messine, nous serions naturellement conduits à Clavius, qui le rencontre en 1570 pour l'aider à l'édition de ses œuvres et dont on sait qu'il fut aussi un des grands artisans d'une théorie unifiée des proportions[2]. Puis de Clavius à Romanus, le chemin serait direct puisque celui-ci fut élève au Collège romain en 1585 (après avoir fait ses études au collège jésuite de Cologne)[3]. Or comme nous l'avons vu, *cette circulation ne fut justement pas celle du thème*[4]. Clavius, qui fit tant pour la diffusion des idées de Proclus en reprenant une partie de son Prologue à titre de *Prolégomènes* à sa grande édition d'Euclide de 1574, n'y parle pas de la mathématique universelle. Mais surtout – on sait, en effet, le danger des arguments *a silentio* –, c'est son ennemi au Collège romain, Pereira, qui s'en préoccupe et qui est bien la source explicitement citée et par Van Roomen et par Alsted[5]. Quant à Mauro-

1. Voir Jean-Pierre Sutto, « Les arithmétiques de Francesco Maurolico », dans P. D. Napolitani, P. Souffrin (2001), p. 75-83, qui parle à ce sujet d'un « élément incontournable dans l'histoire de la *mathesis universalis* ».

2. Notons tout de suite qu'il y aurait néanmoins une différence essentielle entre ces deux programmes puisque Maurolico conçoit l'unité à partir d'une réécriture arithmétique du livre X *(arithmetica speculativa),* alors que Clavius la pense à partir d'une unification des livres V et VII, entreprise que poursuit Romanus au titre de la *mathesis universalis.*

3. L'*Ideae mathematicae pars prima* (1593) est d'ailleurs dédié à Clavius.

4. Contrairement à la lecture que propose E. Kessler dans son article : « Clavius entre Proclus et Descartes », dans L. Giard (1995), p. 285-308.

5. Alors que Van Roomen (1602) n'hésite pas à s'opposer très fermement à l'idée que l'on puisse discuter la « certitude » des mathématiques, comme l'a fait Pereira (p. 6-7).

lico, s'il est cité par Romanus, c'est uniquement comme une des autorités attestant la possibilité d'user des nombres en géométrie et non dans le passage sur l'élaboration d'une *prima mathesis*. Nous essaierons par la suite de montrer que cet usage n'est pas l'effet d'un oubli malencontreux de Van Roomen, qu'on pourrait toujours suspecter d'avoir ici caché sa source pour s'attribuer le mérite du traitement de cette « mathématique universelle ». Il y a, derrière cette « anomalie », de profondes raisons qui tiennent précisément à la question du statut de la théorie universelle en mathématiques et de son rapport à l'algèbre.

Cette première remarque simple en appelle une autre, plus générale. Ce qui change à la Renaissance n'est pas du tout qu'on s'interroge à nouveau sur les mystérieux passages de *Métaphysique,* E 1 et *An. Post.,* I, 5. Pas plus ne redécouvre-t-on que l'unité des mathématiques est problématique, notamment si l'on veut essayer de comprendre comment elle se donne dans les *Éléments* d'Euclide ou, plus généralement, dans le dispositif grec de la séparation conceptuelle entre nombre et grandeur[1]. Enfin, ce n'est pas non plus que l'on perçoive que l'unité des mathématiques est plutôt à trouver dans une méthode, comme l' « art d'analyse », ou, plus spécifiquement, les nouvelles techniques développées par les mathématiciens arabes et qui parviennent alors en Europe au titre de l' « algèbre »[2]. Tout cela a indéniablement nourri les réflexions des philosophes et des mathématiciens *depuis l'Antiquité tardive* et l'on a beau jeu de multiplier les jeux de renvois *locaux* sur tel ou tel de ces points. Si l'on appelle « mathématique universelle » ce type de réflexion sur l'unité des mathématiques et son rapport à la méthode, son histoire coïncidera simplement avec celle d'une grande partie des réflexions épistémologiques qui accompagnent l'histoire des mathématiques « depuis Platon jusqu'à nos jours ».

1. Voir E. B. Plooij (1952) et la mise au point de R. Rashed et B. Vahabzadeh (1999), partie II, « Théorie des parallèles et théorie des proportions », notamment « les concepts de rapport et de proportionnalité », p. 274 sq. Pour le Moyen Âge latin, voir J. E. Murdoch (1963), qui rappelle que la centralité de la théorie des rapports et proportions y passe, mais pas nécessairement la spécificité du traitement arabe.

2. Sur ce point, voir le corpus récemment exhumé par R. Rashed (2002) dans le quatrième volume de ses *Mathématiques infinitésimales du IX^e^ au XI^e^ siècle.*

Or, comme nous y avons insisté, tel n'est pas le contexte historique de développement d'un thème qui trouve son impulsion dans des questions de *théorie de la connaissance*. Il est d'ailleurs tout à fait remarquable que, dans l'état actuel des études, on ne trouve *aucune trace* avant la toute fin du XVI^e^ siècle (1597) de textes *mathématiques* consacrés à la « mathématique universelle » et il est non moins remarquable que Van Roomen réfère précisément la thématisation de ce concept à une tradition *philosophique* (Pereira), en déplorant que personne n'y ait accordé une attention mathématique suffisante. Une fois qu'on a pris conscience de ce contexte dominant, on voit que ce qui est nouveau à la Renaissance est d'abord la manière dont la question philosophique de la « science mathématique commune » est modifiée en se trouvant subordonnée *à une autre question,* tout à fait nouvelle : celle de la « certitude des mathématiques ». C'est elle qui gouverne les débats entre Piccolomini, Barozzi et Pereira, mais également la manière dont Ramus, puis Dasypodius y interviennent. C'est elle surtout qui permet de réveiller un certain nombre de problèmes inhérents à la question de la mathématique universelle.

Avec cette clé, nous pouvons comprendre un premier aspect important : le *succès* du concept de « mathématique universelle ». De fait, il n'est nullement lié, comme l'a trop souvent supposé l'histoire monumentale, à quelque *Zeitgeist* qui en expliquerait la propagation (l'idée de « science moderne », le « tournant platonicien », l'émergence de l'algèbre symbolique, etc.). Car la *quaestio de certitudine* eut bien, pour sa part, un succès retentissant dans la seconde moitié du XVI^e^ siècle à la faveur du développement des premières structures autonomes d'enseignements de mathématiques et resta vivace jusqu'à la moitié du XVII^e^ siècle au moins[1]. Elle se trouvait étroitement corrélée à celle de la place des mathématiques parmi les sciences théorétiques *(quaestio de medietate),* qui pouvait s'interpréter ou bien dans la tradition de l'École à partir de la relation des trois sciences « spéculatives » (mathématiques, métaphysique et physique), ou bien dans le contexte « humaniste » à partir du rapport entre *trivium* et *quadrivium* (en particulier entre la « dialectique », conçue dans l'héritage de la rhétorique,

1. Il est remarquable qu'elle soit encore abordée par Barrow et Wallis, deux auteurs qui traitent de la question de la « mathématique universelle » au XVII^e^ siècle cf. Mancosu (1996).

et les mathématiques). Ce n'est d'ailleurs pas une surprise de voir que notre thème circule à l'Université de Padoue, au Collège romain, au Collège royal, dans les universités réformées (Strasbourg, Herborn, Würzburg) ou à l'Université de Louvain, soit quelques-uns des principaux lieux où se met en place une réforme de l'enseignement dans lequel les mathématiques sont mises au premier plan. Aussi faut-il se garder des lectures téléologiques et conserver ses droits à la part de contingence que livre toute généalogie : c'est d'abord *par contagion* que le thème de la « mathématique commune » semble être parvenu au-devant de la scène à partir de la seconde moitié du XVI^e^ siècle et ce qui explique son succès paraît d'abord la profondeur de la crise qui affecte alors la « certitude des mathématiques ».

Mais gardons-nous de croire que cette détermination qui porte le thème de la « mathématique commune », pour contingente qu'elle soit, avait donc tout perdu du dispositif ancien. Le premier effet de la subordination à la *quaestio de certitudine* est justement d'ouvrir à nouveau un certain nombre de problèmes de théorie de la connaissance tout à fait centraux dans l'étude des mathématiques. Même les auteurs qui semblent le plus loin de la lettre de Proclus (Piccolomini, Pereira) ont d'ailleurs récupéré cette thèse essentielle que l'unité des mathématiques doit se donner dans un *subjectum* (et non dans un point de vue extérieur aux domaines d'objets), support qu'ils identifient immédiatement avec une *quantitas* conçue à partir des déterminations de l'étendue spatiale. Si Barozzi n'accorde pas une très grande importance au thème de la « mathématique générale », il n'en expose pas moins un des effets immédiats que produisit en ce point la redécouverte de Proclus. En effet, explique-t-il dans son discours sur la *medietas* des mathématiques, une des difficultés centrales des commentateurs situés dans une tradition aristotélicienne fortement imprégnée de néo-platonisme est l'incompatibilité manifeste des classifications des sciences proposées par Platon et Aristote. Si l'un et l'autre peuvent s'accorder sur le caractère médian de la mathématique, il n'en reste pas moins que le premier la considère comme supérieure aux sciences naturelles, alors que le second la voit comme inférieure[1].

1. F. Barozzi (1560), p. 37.

D'après Barozzi, qui renvoie ici au commentaire d'Euclide, la position procléenne de matière intelligible a justement permis de lever cette incompatibilité. En effet, si l'on se rappelle qu'il existe pour Aristote deux ordres de considération des connaissances : *quo ad rerum naturam* et *quo ad nos,* il paraît immédiatement que les deux thèses correspondent simplement au point de départ choisi (*quo ad rerum naturam,* qui prend son départ dans l'intelligible, et *quo ad nos* qui prend son départ dans le sensible) (p. 37 v°). Ce qui frappe alors est le rôle donné à Proclus et à sa conception du lien entre mathématique et imagination comme fondement du caractère intermédiaire des mathématiques. Barozzi explique d'ailleurs en guise de péroration que ce qu'il vient d'avancer succinctement n'est proprement expliqué que dans son cours sur le Lycien (qui est en fait un commentaire linéaire du *Commentaire*). On voit très bien ici comment un courant situé à la jonction des traditions aristotélicienne et platonicienne trouve naturellement dans la position de Proclus un véritable appel d'air et une voie inespérée pour régler une des tensions majeures qui la traverse. Cette position correspond bien à une « renaissance » de la question de la mathématique universelle, en tant que sa détermination chez Proclus s'était faite précisément à la jonction d'un programme platonicien d'unité des *mathêmata* (conçue comme support d'une science universelle) et d'un programme aristotélicien de séparation des *mathêmata* (conçue comme donnée dans la diversité des domaines d'objets ou « genres »).

Cette dépendance de la question de la « mathématique commune » à une autre question (selon ses deux faces : *quaestio de certitudine / de medietate*) a comme conséquence paradoxale de reléguer au second plan ce qui constituait l'obstacle le plus immédiat à toute théorie universelle des mathématiques : l'existence de deux genres de la quantité, irréductibles entre eux. Ce point est extrêmement important pour comprendre comment la notion de « quantité générale » a pu progressivement entrer en philosophie. Il ne faut pas ici se contenter de voir émerger cette notion dans le discours mathématique – où elle n'était d'ailleurs apparu, on l'a vu, qu'au prix d'un certain écrasement des problèmes – et mesurer également le chemin nécessaire à l'acceptation d'un tel thème chez des auteurs nourris à la philosophie d'Aristote. Or cette acceptation est acquise au milieu du XVI^e^ siècle, où l'on voit des « aristotéliciens » assu-

mer la position d'une « quantité au sens propre », « genre commun » des théories mathématiques. Le rôle que tinrent les thèses de Piccolomini est ici attesté par le traitement donné quelques années plus tard dans un recueil de problèmes philosophiques publiés par Francesco Ponzio[1]. Le premier « problème mathématique » ne craignait pas, en effet, d'affirmer que les mathématiques sont les premières des sciences, en raison de leur objet ou, selon les termes de Proclus pris ici comme témoin *(teste Proclo), quantum phantasiatum* ; ce *subjectum* n'est pas considéré par l'arithméticien ou le géomètre, mais relève de quelque théorie commune (littéralement : de quelque « théoricien commun » / *artifex communis*), très directement reliée à la théorie des proportions. Ainsi se trouvait fondée l'opinion averroïste selon laquelle il existe un genre univoque des mathématiques[2]. Pietro Catena, autre grand professeur de l'Université de Padoue, pouvait ainsi sans difficulté présenter cette thèse dans un recueil destiné à recenser pour les étudiants les passages d'Aristote sur les mathématiques :

« Je dis qu'Aristote a déterminé la quantité au sens propre à la fin du chapitre sur la quantité dans les *Catégories* : car ce qui est le plus propre à la quantité est l'égalité et l'inégalité ; des autres choses, en effet, qui ne sont pas des *quanta,* on ne peut pas les dire au sens propre égales ou inégales (...). La proportion ou raison *(ratio),* comme Euclide la définit au livre cinq, est le rapport *(habitudo)* qu'entretiennent l'une à l'autre deux quantités quelconques du même genre. Ainsi, d'Aristote on tire que le propre d'une quantité est d'être égale ou inégale ; d'Euclide, que la proportion ne vaut que des quantités, de l'un et de l'autre, donc, que la proportion ne se trouve à proprement parler que dans la quantité. Que la proportion se divise, en effet, selon les deux types de l'égalité et de l'inégalité, cela suit de Boèce, dans le premier livre de l'*Arithmétique* où il traite de l'égalité selon le plus et le moins. »[3]

1. *Problemata ex omnibus prope scientiis sumpta, quae a FRANCISCO PONTIO patritio veneto Aloisii f. Patavii ac Venetiis publice disputanda proponuntur,* Venise, Valgrisiana, 1559.

2. *Subjectum neque ab arithmetico, neque a geometra consideratur, sed a communi quodam artifice, ut optime arbitratus est idem Proclus : est enim quantitas ens univocum, licet Averois aliter senserit. 3. Inter passiones, hujus artificis tantum interest proportionem et proportionalitatem considerare* (p. 15-16, cité par Crapulli [1969], p. 61).

3. *Universa loca in logicam Aristotelis in mathematicas disciplinas* (1566), p. 50 (cité par Crapulli [1969], p. 52). Nous traduisons. On peut d'ailleurs citer la suite qui indiquera clairement le lien à la *scientia mathematica communis : Praeter haec scito, quod quidam modi arguendi quibus mathematici utuntur (de quibus Euclides in quinto) indifferenter applicantur quantitatibus eiusdem, sive etiam alterius generis,*

Que cette position ait été tout sauf évidente dans le contexte de la logique aristotélicienne, on s'en convaincra aisément à la réaction d'un aristotélicien plus soucieux de respecter la doctrine des *Analytiques* : Zabarella[1]. Dans son *Commentaire aux Analytiques Seconds* (1582)[2], au moment de commenter le fameux passage de I, 5 sur la permutation des proportions, Zabarella s'en prend, en effet, très directement à cette dérive qui avait amené ses prédécesseurs à faire de la quantité un genre univoque *(Colligunt ex hoc loco nonulli quantitatem apud Aristotele esse genus univocum)* en parfaite contradiction avec le dogme fondamental de l'incommunicabilité des genres. Cette remarque va nous conduire immédiatement à relever une seconde anomalie évidente de la circulation de notre problème.

*
* *

La seconde anomalie que l'histoire monumentale a grandement contribué à masquer est liée à l'intervention de Ramus et touche directement au problème de la constitution d'un genre univoque de la quantité. Ramus s'intéresse lui aussi d'abord à Proclus comme soutien d'une critique d'Euclide, à cette différence près qu'il ne s'agit pas pour lui de critiquer les mathématiques, mais la méthode des *Éléments*[3]. C'est également de manière détournée qu'il croise donc le thème de la « mathématique universelle ». Pourtant le traitement qu'il en propose n'en est pas moins essentiel dans notre histoire. Tout d'abord, la question sort grâce à lui de son environnement scolaire (celui qui se déve-

*dummodo binae sunt unius generis et binae alterius, ut in aequa proportionalitate patet, hic autem modus arguendi qui dicitur commutata proportio non nisi quantitatibus, quae eiusdem generis sunt attribuitur.* Sur Catena, voir A. De Pace (1993), § 3.1 « Pietro Catena, interprete platonico degli *Analitici Posteriori* », p. 187-242.

1. Sur le fait que la *metabasis* était un interdit majeur gouvernant le modèle « aristotélicien », avec lequel l'âge classique a rompu, voir A. Funkenstein (1995), notamment p. 32 sq. sur la manière dont la *mathesis universalis* vient mettre en cause l'incommunicabilité des genres. Sur le fait que la position de *scientia communis* défendue par Piccolomini à partir de Proclus est objet d'un débat nourri, voir M. R. Davi Daniele, « Bernardino Tomitano e la *quaestio de certitudine mathematicarum* », p. 620-621 dans L. Olivieri (1983).

2. Repris dans la deuxième édition des *Opera Logica* (1597-1566), p. 725-726.

3. Loget (2001).

loppe autour de l' « averroïsme padouan ») et, qui plus est, entre dans un cadre qui n'est plus de confrontation avec la physique et la métaphysique, mais avec la logique et la méthode. Pour le dire plus simplement, elle entre dans un contexte qui est celui de l' « humanisme ». Il faut, à cette occasion, rappeler que la philosophie des mathématiques exposée dans les *Scholae Mathematicae* eut un succès considérable puisque sa diffusion coïncida avec un grand voyage entrepris par Ramus dans la Vallée du Rhin (Bâle, Zurich, Berne, Strasbourg, Heidelberg, Ausburg...), dont les traces resteront durablement – l'influence du « philippo-ramisme » auprès des université protestantes étant accrue après le meurtre de Ramus suite aux événements de la Saint-Barthélemy. Ensuite, Ramus a l'immense mérite de voir et de dire que Proclus défend l'idée d'une théorie universelle interne aux mathématiques. Il offrait donc un accès direct à ce thème central, étouffé par les contresens de Piccolomini et masqué par la traduction de Barozzi. En outre, il est le premier à avancer en toute clarté que l'existence d'une « mathématique commune » est loin d'aller de soi si elle doit remettre en cause le fait qu'une science universelle est nécessairement *détachée* des genres d'objets. Poser, pour régler cette difficulté, un *subjectum communis* des mathématiques, qui puisse valoir pour un genre univoque et universel, revient à mettre à bas le fondement même de la position aristotélicienne en logique : l'existence d'un niveau du « propre » à côté du niveau « commun » dans les sciences – fondement auquel Ramus est d'autant plus sensible qu'il en a fait lui aussi un des soutiens de sa doctrine (ce qu'il nomme la « loi de justice » : *lex justitiae*)[1]. En creux, Ramus dessine donc dès 1567 un portrait bien plus fidèle de la « mathématique universelle » procléenne que ses prédécesseurs.

En outre, la position de Ramus a le grand mérite, contrairement à celles embarrassées des Italiens, d'être très claire : il préserve le statut privilégié des mathématiques dans le système des sciences, mais subordonne ce système à la « dialectique » interprétée comme logique (et non comme ontologie à la manière néo-platonicienne que reprenaient les aristotéli-

1. Voir G. Oldrini (1997), notamment chap. II : *Matematica et « mezzo homogeno »* ; E. Mehl (2001), p. 222-237.

ciens au titre de la primauté de la métaphysique), reconduisant la traditionnelle dépendance entre *trivium* et *quadrivium*[1] :

« Mais il ne faut pas négliger ce fait : lorsque Proclus recueille les traits communs et les différences de l'arithmétique et de la géométrie, et qu'il ramène la logique à cette discipline qui traite de la matière et de la forme des arts, de la théorie des rapports et proportions, de leurs permutation et inversion, il ramène d'après moi la Logique aux principes communs de la mathématique. De fait, elle est bien commune à tous les arts et à toutes les choses, et, dans la Logique, on donne effectivement les préceptes concernant l'art général des rapports, de l'égal, du plus, du moins, des proportions directes, inversées, alternées, mais il se trompe s'il estime que ces traits communs sont des préceptes de l'art mathématique : ils sont spéciaux là où le nombre est traité spécialement et lorsque l'on utilise la numération en recourant au double, au triple, au sesquialtère. Or Aristote en a donné l'avertissement dans les *Analytiques* et la *Métaphysique* avec grande clarté : ces mêmes propositions communes ne sont pas celles des mathématiques, mais les théorèmes de disciplines plus élevées » (*Scholae mathematicae, Proemium,* p. 110. Notre traduction[2]).

L'anomalie est patente. Il aura donc fallu un des plus célèbres critiques d'Aristote à la Renaissance et grand défenseur de Platon pour rappeler à des auteurs « aristotéliciens » que la position d'une « mathématique commune » corrélée à un « sujet commun » des mathématiques – celle-là même dont ils avaient trouvé témoignage dans Proclus – suppose de violer dans son principe le dogme fondateur de l'onto-logique d'Aristote[3].

1. Sur ce point, en revanche, Ramus se distingue d'Aristote du fait qu'il considère la logique dans un contexte rhétorique, où l'insistance a été mise sur les techniques d'*inventio* et de *dispositio*. Sur Ramus et la *mathesis universalis,* voir N. Bruyère (1984) – qui ouvrait la voie à un rapprochement entre Ramus et Descartes (ou Leibniz) sur cette question –, ainsi que l'ouvrage cité d'A. Robinet. Ces deux ouvrages ont néanmoins l'inconvénient de privilégier les rapprochements entre Descartes et le ramisme, en laissant peu de place à la fin de non-recevoir portée contre toute forme de « mathématique universelle ». Certes, comme le signale A. Robinet (p. 157), il arrive à Ramus d'employer *mathesis* pour désigner la « dialectique ». Sous cette précision, on peut donc soutenir que Ramus défend une forme de *mathesis universalis* – mais en précisant toutefois que son ancrage dans la « dialectique » la rend opposée aux vues de Descartes. Sur le fait que certaines formules de Ramus laissent croire à un projet concurrent de *mathesis universalis* identifiée à la logique comme *scientia communis,* voir également Crapulli (1969), p. 69.

2. Les *Scholae mathematicae* parues en 1569 reprennent au livre I à III le *Prooemium mathematicum* de 1567, voyez Ramus (1567).

3. L'intervention de Ramus est également intéressante pour voir s'y dessiner deux directions de « science universelle » divergentes, mais toutes deux fondées sur Aristote : la première, celle qu'il défend, appuyée sur l'universalité de la logique ; l'autre, celle que défend Pereira, appuyée sur l'universalité de l'ontologie.

Tous ces témoignages convergent pour indiquer que le rôle de Proclus fut réellement celui d'un détonateur en ce que sa position de « mathématique commune » ne pouvait être introduite dans une philosophie d'héritage aristotélicien sans introduire du même coup de grandes tensions (ce qui fut aussi le motif des réactions de Pereira). Mais ils nous indiquent également à quel point il faut se garder de lire cet appel d'air à partir d'une opposition figée entre « aristotéliciens » et « platoniciens ».

Un autre point doit nous intéresser dans l'intervention de Ramus. On ne saurait trop insister, en effet, sur le fait que le débat sur la certitude des mathématiques se trouve alors étroitement corrélé non seulement avec la question de la *méthode,* si importante dans la tradition melanchtonienne, mais surtout avec la thèse spécifique de l'existence d'une méthode *universelle.* Cette autre question *(De Methodo),* où est interrogé notamment le statut de l'*ordo* par rapport à la *via,* avait abondamment été discutée par Barozzi, Catena puis Zabarella à Padoue, où elle était associée directement à la question de la certitude. Le point a souvent été rappelé pour témoigner d'un ancrage de la « mathématique universelle » dans la réflexion sur la « méthode » dessinant une ligne de problème conduisant à Descartes[1]. Mais on n'a pas suffisamment remarqué que les deux questions, bien que voisines, étaient justement *restée distinctes* avant l'intervention de Ramus[3]. C'est donc assez tardivement et dans un contexte singulier qu'est portée au grand jour l'étroite corrélation des trois lignes qui traverseront les *Regulae* : celle de la certitude (des mathématiques), celle de la « logique » ( « dialectique » ) dans son rapport à la « méthode universelle », et celle de la *scientia mathematica communis* (dont il faut incessamment rappeler qu'elle était jusqu'à présent un point de détail dans la discussion)[3]. Cette remarque est d'autant plus importante que le programme

1. Notamment par Arndt (1971).

2. Crapulli (1969), p. 53-54. Sur la méthode à la Renaissance, voir N. Gilbert, *Renaissance Concepts of Method,* New York, Columbia University Press, 1960. Pour un exposé synthétique sur la question en connexion avec les questions mathématiques à cette époque, cf. H. W. Arndt, *op. cit.,* chap. I : « Zur Herausbildung der "mathematischen Methode" im Zusammenhang der Entwicklung des Begriffs der Method ». Sur la spécificité des réflexions ramistes ( « dialectiques » ), A. Robinet (1996), chap. III : « Un siècle de problèmes dialectiques ».

3. Si Ramus est un interlocuteur privilégié de Descartes, comme y a insisté A. Robinet, c'est toutefois au sens d'un repoussoir autant que d'un allié, puisque les *Regulae* ne cessent de critiquer le modèle des « dialecticiens ». Il serait difficile d'ignorer totalement que Beeckman eut

méthodologique de Ramus ne fut pas sans conséquence sur l'algèbre qui se développe dans l'école française à partir de la seconde moitié du XVI^e siècle et d'une certaine conception de l'« analyse »[1]. Ici aussi les explications linéaires de l'histoire monumentale (intérêt pour la « méthode ») masquent les problèmes plus qu'elles ne les éclairent.

Mais gardons-nous bien d'en rester simplement à l'étrangeté de ces usages où les conflits se font souvent à front renversé. De même, que Barozzi avait immédiatement voulu défendre Proclus, de même Dasypodius s'oppose-t-il de l'intérieur de la tradition mélanchtonienne au programme de Ramus en reprenant les conceptions de Proclus. Il est d'ailleurs, rappelons-le, le premier à traduire, dès 1570, l'exposé de Proclus comme description d'une *mathematica universalis*. Par la suite, il donnera même avec sa *Protheoria* un véritable « Discours de la méthode » procléen[2], où se trouve clairement défendue l'idée que la primauté de la dialectique est réfléchie à l'intérieur des mathématiques par une théorie authentiquement universelle – notamment pour faire valoir, contre la volonté de réforme de Ramus, la valeur du dispositif euclidien.

Notre propos n'est pas du tout d'entrer dans le détail de ces positions qui ont déjà été décrites en précision par les historiens, mais plutôt d'en

comme professeur de mathématiques le grand défenseur des mathématiques ramistes en Hollande : R. Snellius, qui lui conseilla vivement la lecture de ses œuvres. Voir la liste reproduite dans l'édition du *Journal*, t. IV, p. 17-19, suivi de la mention : *Hi fuerunt auctores quos* SNELLIUS *pater olim a me rogatus, mihi indicavi ad Mathesin exercendam, cum prius jussisset me dividere artem mathematicam in suas partes*. Rudolf Snell avait d'ailleurs fait paraître en 1596 un manuel complet de philosophie ramiste (préfacé par Goclenius) : *Snellio-Ramaeum philosophiae syntagmata* (Francfort, P. Fischer, 1596). Le premier tome s'occupait à des *Generales sincerioris Philosophiae Ramaeae informationes*. Le quatrième tome portait sur l'*Arithmetica*. La traduction de l'*arithmetica* de Ramus fut d'ailleurs entreprise par son fils, Willebord Snellius en 1613, celui-là même qui fut le traducteur en latin de Van Ceulen et Stevin. Sur le rôle de Snellius, voir K. Van Berkel, « A note on Rudolf Snellius and the Early History of Mathematics in Leiden », dans C. Hay (1988), p. 156-161.

1. G. Cifoletti (1991 *a* ; 1991 *b* ; 1995). Ramus ne conteste pas la possibilité d'une expression mathématique de ce qui est commun au nombre et la grandeur, mais à ses yeux, une telle théorie doit être exposée dans le cadre numérique (*Omninoque quicquid mathematicum est numeri et magnitudinis commune, in numero docendum est, quia numerus natura prior est magnitudinis,* Ramus [1599], p. 123). Dans la tradition averroïste, l'analyse est bien donnée comme modèle de méthode au titre de la *methodo resolutiva,* mais elle est alors opposée à l'analyse mathématique qui va de l'inconnu au connu en violation immédiate des réquisits aristotéliciens (Zabarella, *De Methodis libri quatuor,* 1578, III, chap. 17).

2. E. Mehl (2001), p. 227-232.

faire revivre la dimension problématique – que l'approche panoramique à laquelle ne peut échapper le philosophe a tendance à écraser sous des schémas explicatifs trop simples. Si la « mathématique commune » apparaît comme un thème secondaire chez Pereira, il n'est pas du tout surprenant qu'elle ait pourtant frappé des auteurs comme Van Roomen et Alsted. Quand nous essayons de comprendre les ressorts de sa circulation, nous nous apercevons, en effet, que ce thème avait été immédiatement corrélé aux débats les plus vifs qui se sont déroulés à partir du milieu du XVI^e^ siècle sur le statut des mathématiques. Mais il est un point sur lequel nous aimerions particulièrement insister parce qu'il risque toujours de se perdre dans la complexité de ses usages : quelles que soient les anomalies qui caractérisent le développement de la « mathématique universelle » à la Renaissance, quels que soient les malentendus, voire les contresens, les détournements, qui la portent, le problème central n'en est que plus vivant. Chez *tous* les auteurs que nous venons de croiser, il s'agit bien de comprendre l'unité des mathématiques, dans son rapport avec d'autres modèles de « science universelle » (métaphysique ou logique), *à partir de son domaine d'objets*. L'enjeu n'est pas de poser une unité des mathématiques, qu'on ira éventuellement rapporter à la logique, à la méthode ou à la métaphysique, mais de déterminer comment cette unité supposée se concilie avec la dispersion apparente des genres d'être.

## IV.5. Le rapport aux mathématiques

Outre les deux anomalies que nous venons de pointer, un des traits les plus surprenants de l'histoire de la circulation du problème de la « mathématique universelle » avant Descartes est que, contrairement à ce qui est souvent avancé par les historiens des mathématiques[1], le thème se développe essentiellement dans un contexte *philosophique*. Non seulement, le rapport aux mathématiques y reste assez lointain, mais quand il est établi, c'est dans le cadre reçu et assez lâche d'une discussion sur le statut de la *doc-*

1. En particulier depuis la magistrale étude de J. Klein (1936-1992).

*trina rationum* (comme la désigne Ramus) et non, comme on aurait pu s'y attendre, d'une réflexion sur la prétendante la plus attendue au titre de « mathématique universelle » : la « nouvelle algèbre ». Cela ne signifie nullement, on l'a vu, que les mathématiciens n'aient pas abondamment réfléchi sur les problèmes soulevés par l'universalité de la théorie euclidienne et les différentes solutions alternatives qu'on pouvait envisager, mais cette ligne ne convergea *pas* avec le développement du thème. On le voit particulièrement bien dans le cas de Maurolico, qui développe une idée de « mathématique première » *parallèle* aux réflexions des philosophes, sans que l'une et l'autre ne parviennent à dialoguer. Il peut d'ailleurs être intéressant de s'arrêter un peu sur ce cas pour bien comprendre la nature de ce « parallèle »[1].

Maurolico a repris le flambeau de ses prédécesseurs (Fibonacci, Pacioli, Cardan et, avant eux, nombre de mathématiciens arabes) pour défendre une lecture arithmétique du livre X d'Euclide, ce qui le conduit à défendre l'idée d'une arithmétique générale qu'il nomme « arithmétique spéculative »[2] ou « mathématique primaire » *(mathematica primaria)* et dont il tient, puisqu'elle est censée valoir des nombres et des grandeurs, qu'elle traite de la « quantité générale »[3]. Dans un discours qu'il rédige en 1554 sur la quantité, on trouve déjà posée, après un éloge de la *mathesis* dans

1. Une raison pour mettre en avant la figure de Maurolico est qu'il s'agit également d'un des rares auteurs qui n'apparaisse pas dans le corpus établi par Crapulli.

2. Dans sa lettre à Pietro Bembo de 1540, qui devait servir de préface à sa *Cosmographia,* il annonce ses travaux en arithmétique. La présentation conclut par une *« Arithmetica nostra speculativa »* qui devait être consacrée aux nombres figurés, mais aussi au traitement arithmétique des grandeurs aussi bien rationnelles qu'irrationnelles *(tum circa praxim arithmeticam tam rationalium, quam irrationalium magnitudinum)*. Voir J.-P. Sutto (2001).

3. Dans les *Prolégomènes* au livre II de son *Arithmetica* (1575), Maurolico explique qu'il y a moyen de rapporter les quantités irrationnelles à des considérations sur des grandeurs commensurables. Pour autant, il ne s'agira pas de suivre la voie euclidienne qui les rapporte à des lignes et des aires, car lignes et aires peuvent être elles-mêmes rapportées à la quantité en général (*Deinde non per lineas et areas, quemadmodum Euclides, sed sub terminis communibus commensurabilium et incommensurabilium quantitatum earum condictiones, proprietates et colligantias proponemus, ac per nostra supposita demonstrabimus. Nec quispiam facile fuisse putet, elementa huiusmodi a lineis et areis* ad quantitatem in genere *sumptam transferre, et numerariam simul praxim hinc derivatam ostendere ; quippe quae sicut passim in trivialibus scholis trita, ita necubi satis fuerat demonstrata*). Il présente alors ce traitement de la quantité général plus pur et plus digne de la mathématique primaire comme tout à fait nouveau par rapport au traitement euclidien (*Ordior itaque novum demonstrandi genus, tantoque in hac parte praestantius euclideo,* quanto generalis quantitas dignior ac purior et primariae mathematicae, *quam linea specialis, est convenientior. Simul per viam hanc, quam in demonstrando assumimus, multa notescent, quae in decimo Elementorum desiderantur*).

lequel Maurolico se surprend qu'on puisse même questionner sa certitude, l'existence d'une *prima mathematica,* qui est très clairement supérieure à la géométrie et à l'arithmétique. Elle s'intéresse particulièrement aux sections, divisions, rapports et proportions, à la commensurabilité aussi bien que l'incommensurabilité considérées dans la quantité en général[1]. On pourrait croire qu'il s'agit là d'une simple reprise de la position procléenne, mais le ressort de cette théorie est clairement l'usage général *du nombre,* considéré comme « instrument universel » des mathématiques et non l'universalité conféré par le support spatial *(Est enim numerus generale magnitudinum instrumentum : nec solam rationales, sed irrationales etiam quantitates numerariis terminis significantur)* – ce qui est parfaitement cohérent avec le fait que la référence de Maurolico est ici le livre X et non le livre V. Il dresse d'ailleurs à ce sujet une analogie éclairante et qu'il nous faudra garder en mémoire pour lire certains développements de Van Roomen : l'arithmétique est aux autres parties des mathématiques ce que la dialectique est aux autres savoirs, un *organon*[2].

En apparence, nous retrouvons ici deux des pivots de toute conception d'une mathématique universelle : une position d'unité du domaine d'objet (la « quantité en général ») et le fait que la « logique des mathématiques » ou l'*organon* qui assure cette unité, ne s'y donne pas dans l'extériorité puisqu'elle est conçue comme une extension de l'arithmétique ordinaire en « arithmétique spéculative ». Cette référence est bien connue de Van Roomen qui cite longuement le passage des Prolégomènes à l'*Arithmétique.* Pourtant, comme nous l'avons vu, il n'y voit pas un témoignage sur la mathématique universelle, dont il crédite Pereira d'être le seul philosophe à l'avoir considérée (et dont il se crédite d'être le seul mathématicien à lui avoir consacré un traité). À ses yeux, Maurolico est essentiellement une *auctoritas* qui vient remarquablement soutenir sa polémique contre Scaliger qui interdisait l'usage des nombres en géométrie. Faut-il voir là quelque « oubli » suspect ou quelque négligence ? Rien n'est moins sûr puisque Van

1. *Quidquid ergo agitur de ductu, divisione, ratione ac proportione, nec non commensurabilitate, aut incommensurabilitate in quantitate generaliter consyderata, iam id totum ad mathematicam primam spectabit* dans *De quantitate sermo noster* (*Maurolyci Abbatis Prologi sive Sermones quidam de Divisione Artium, de Quantitate, de Proportione* Edidit Dr Gratianus Bellifemine, Melphicti, Mezzina, 1968, c. 10 v°, p. 30).

2. *De divisione artium, ibid.,* p. 23.

Roomen cite le passage sans chercher à le cacher. S'il ne voit pas la conception de Maurolico dans la ligne de la « mathématique universelle », c'est, nous semble-t-il, pour une raison bien plus profonde qui fait qu'elle n'est pas simplement un rendez-vous manqué de la mathématique et de la philosophie. Car ce qui s'y joue est, avant tout, un rendez-vous manqué avec l'algèbre, que Van Roomen ne va justement *pas* accomplir (et dont on essaiera de montrer que Descartes ne l'a pas accompli non plus). Comprendre cet aspect, c'est d'abord comprendre qu'il n'y a pas eu, en fait, de rendez-vous *manqué* si l'on résiste à la lecture téléologique qui considère la *mathesis universalis* hors de son histoire singulière et s'empresse d'y projeter des considérations extérieures sur l'unité et la généralité des théories mathématiques (notamment en l'identifiant avec l'émergence de l'algèbre symbolique – une interprétation dont on verra qu'elle est en fait *postérieure à Descartes*).

Jusqu'à présent, nous l'avons vu, *aucun* des auteurs appartenant au corpus n'a identifié, ni même rapproché « mathématique universelle » et « algèbre ». Le décalage avec le point de vue de l'histoire monumentale qui considère généralement les grands projets d'unification de la géométrie et de l'arithmétique, que formulent Viète et Stevin à la fin du XVI^e^ siècle comme relevant naturellement de l'émergence d'une *mathesis univeralis,* est flagrant. On pourrait se dire que cette disjonction est heureusement atténuée par le rôle tenu par Van Roomen. Outre qu'il établit très explicitement le lien de ses recherches mathématiques avec le thème, qu'il récupère de Pereira, le mathématicien belge a surtout l'immense avantage d'être à la croisée de la plupart des grandes traditions de mathématiques de l'époque : élève de Clavius, il est héritier de Maurolico qu'il cite abondamment comme nous l'avons vu ; si l'on peut prendre avec les réserves qui s'imposent la légende selon laquelle il aurait accouru à la rencontre de Viète, après que celui-ci eut résolu son fameux problème, on ne devrait pas moins en tenir pour acquis les liens étroits qui unissent les deux chercheurs après 1595[1] ; mais on sait également, par le choix de ses

1. Van Roomen avait lancé en 1593 un défi consistant à résoudre une équation de degré 45 (il est présenté dans son *Idea Mathematicae pars prima*). Viète proposa en 1594 une réponse qu'il dit avoir trouvée, à l'aide de sa « nouvelle analyse », en trois heures de temps *(Ad Problema quod omnibus mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus, responsum).* Après cet épisode se développa une amitié entre les deux mathématiciens.

références, que Romanus est un fervent lecteur de Bombelli, Gosselin ou Stevin. Or, ce qui frappe le plus, une fois rappelés ces quelques faits est la fermeté avec laquelle Van Roomen *distingue* dans son traité la mathématique universelle de l'algèbre : la seconde, précisément parce qu'elle opère à titre d'*organon,* ne saurait en effet unifier les mathématiques que d'une manière *instrumentale,* qui laisse en suspens la question de son unité théorique effective. Le fait de ne pas inclure Maurolico au titre des prédécesseurs de la « mathématique universelle » n'est donc pas un point de détail. Car Van Roomen refuse précisément qu'on puisse régler la question de l'unité des mathématiques par la simple donnée d'un *organon* universel, qu'il accepte tout à fait pour ce qu'il est et désigne pour sa part comme une *logistica universalis.*

Certes, dans un fragment, aujourd'hui perdu, du commentaire sur l'Algèbre d'Al-Khwarizmi, datant vraisemblablement de 1598 ou 1599, Van Roomen pose très explicitement la question du rapport de l'algèbre à la *mathesis pura* et conclut qu'elle n'appartient ni à l'arithmétique, ni à la géométrie, mais doit être rapportée à une science à part, la *prima mathesis* qui considère la quantité universellement *(Nos itaque maluimus Algebram sive Analyticam scientiam revocare ad Mathesim primam, quae quantitatem universalem considerat)*[1]. Dans son *Universae mathesis idea* (1602), la tension est encore plus flagrante puisque la *prima mathesis,* qu'il reprend explicitement de Pereira, et l'*organon* universel des sciences ou *logistica*[2] se trouvent désor-

1. H. Bosmans, « Le fragment du commentaire d'Adrien Romain sur L'ALGÈBRE DE MUHAMED BEN MUSA EL-CHOWÂREZMÎ », dans *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* XXX, 1905-1906, p. 267 sq. On remarquera que Van Roomen dit très significativement que la *prima mathesis* traite de la « quantité universelle ». Dans ce fragment, il dit être en possession d'une solution générale de l'équation du troisième degré. À cette occasion, il affirme que cette solution générale n'a pas été publiée jusqu'à présent, mais qu'elle a été néanmoins trouvée par deux autres auteurs Van Ceulen et Viète. C'est donc l'occasion de rappeler le lien direct (et avoué) des préoccupations de Van Roomen avec celles de ces deux auteurs qu'il connaissait personnellement. Parmi les auteurs, dont Van Roomen se réclame, on notera par ailleurs : Peletier, Gosselin et Stevin – Van Roomen possédant d'ailleurs une édition du *de Arte magna,* reliée avec l'*Arithmétique* de Stevin. Dans son commentaire, Bosmans insiste sur deux aspects où le rapprochement avec Descartes semble intéressant : l'élégance de la notation et le souci d'une classification des problèmes.

2. À cette occasion, Romanus établit d'ailleurs un parallèle explicite entre le rôle que joue la logique pour la philosophie et celui que joue l'algèbre dans la mathématique : *quodque logica est in universa philosophia, idipsum supputatrix censeri potest in mathesi* (p. 17).

mais intégrés dans l'ensemble plus vaste d'une... *mathematica universalis*[1]. Il peut donc paraître un peu vain de vouloir proposer ici une caractérisation parfaitement fixe, là où ce qui frappe d'abord est la variation des définitions proposées. Mais il faut néanmoins prêter attention au fait que cette variation ne va pas jusqu'à l'incohérence. De fait, à partir du moment où il est possible d'attester une unité théorique intrinsèque des mathématiques (ce qui est la problématique de l'*Apologia,* qui entend justifier l'usage des nombres en géométrie), le caractère instrumental de l'algèbre se trouve bien *corrélé* à une unité du domaine d'objet. L'unité « instrumentale », qui se donnait dans l'extériorité, se trouve alors appuyée sur une unité intra-théorique qui fonde le domaine de la « quantité universelle ». Il est alors possible, comme le propose le texte de 1602, d'intégrer l'une (la *prima mathesis*) et l'autre (l'algèbre ou *logistica universalis*) à l'ensemble plus vaste d'une « mathématique universelle » au sens large. Nous verrons d'ailleurs qu'un dispositif du même type se retrouve assez clairement dans le programme d'une nouvelle analyse lancé par les *Regulae* de Descartes (dont on essaiera de montrer qu'il ne s'identifie nullement à la *mathesis universalis,* mais s'appuie sur sa corrélation à l'algèbre à l'intérieur d'un programme plus général de « méthode »).

*
* *

Cette précision est l'occasion de confronter la perspective engagée par Van Roomen avec celle qu'on peut trouver chez ses contemporains. Au moment où le mathématicien belge s'empare du thème de la mathématique universelle deux grandes conceptions de l'algèbre symbolique se sont développées. La première, qui doit être rattachée au nom de Viète, entend proposer un formalisme valant généralement pour tous les genres de quantités. À cette fin, l'algèbre nouvelle est considérée comme traitant des « espèces » ou des « formes » : elle est une « logistique spécieuse » (Viète [1591], p. 4), qu'il s'agira ensuite *d'interpréter* dans le domaine des

1. Chap. II, *De mathematicae divisione* (p. 14) : *Mathematica principes est quae soli quantitatum speculationi intenta est ; talis duplex est pura & impura sive mixta* / (...) *Pura iterum duplex universalis & specialis/ Universalis est quae circa omnem versatur quantitatem nempe* Logistice & prima mathesis, *illa ut organum scientiae, haec ut scientia.* Sur l'importance de ce petit traité, voir également Crapulli, p. 121.

nombres ou dans celui des grandeurs géométriques (c'est l'étape dite par Viète d' « exégèse »). La difficulté principale de cette approche est que des opérations comme la multiplication n'ont *a priori* pas le même sens pour les nombres et les grandeurs – à cause des contraintes dimensionnelles apparaissant dans le second cas. Pour régler cette difficulté, Viète choisit de mouler son formalisme sur cette contrainte et d'intégrer les considérations dimensionnelles directement dans le traitement symbolique des opérations sous la forme d'échelles de grandeurs (ou de grandeurs « scalaires ») ; cette contrainte qui règle les écritures s'exprime directement sous la forme d'une règle d'homogénéité (c'est le célèbre précepte III de l'*Isagoge*)[1]. Par rapport au problème qui nous occupe depuis Aristote, la solution de Viète tranche donc vers un type d'unité « formelle », opérant en position d'extériorité aux domaines d'objets – avec néanmoins cet inconvénient d'être pourtant dérivée de contraintes purement géométriques (ce dont ses successeurs lui feront justement reproche). On peut bien sûr soutenir que la logistique spécieuse crée en fait un nouveau domaine d'objet que désigne la « grandeur scalaire » comme grandeur abstraite et certains textes de Viète appuient cette interprétation. Mais le point crucial qui établit ici l'extériorité aux domaines d'objets est le fait qu'en tout état de cause, ce maniement abstrait ne pourra aboutir à un résultat effectif qu'après une étape nécessaire d'*interprétation*.

Une autre solution avait été proposée par Stevin dans son *Arithmétique* de 1585. Contrairement à Viète, Stevin prenait à bras le corps le problème de l'unité des domaines d'objets et proposait de considérer que le concept de « nombre » suffit à rendre compte de l'explication de toute quantité. Il n'est pas inutile de rappeler les arguments alors invoqués, car si la « mathématique universelle » n'y apparaît pas directement, il n'en est pas moins question explicitement du problème d'une « communauté et similitude de grandeur et nombre, qui est si universelle qu'elle ressemble quasi identité » :

« Vu que la communauté et similitude de grandeur et nombre, est si universelle qu'elle ressemble quasi identité, sans doute le nombre aura quelque chose en soi, qui se réfère au point. Mais que sera-ce ? Ils disent l'unité : O heure infor-

1. Bos (2001), chap. 8, p. 145-154.

tunée en laquelle fut premièrement produite cette définition du principe du nombre ! Ô cause de difficulté et d'obscurité de ce qui en la Nature est facile et clair ! Ô dommageable avis de ceux qui ont concédé, ce qui nous a fait tel avancement en l'Arithmétique, comme il eut été à la Géométrie, s'ils eussent concédé que le point fait partie de la ligne, car comme de cestui là n'eut suivi que absurde, ainsi (parce que du faux ne procède que faux) de cestui ci. »[1]

Contre cette conception, Stevin fait remarquer que la « similitude » du nombre et de la grandeur commandait de poser le point face au zéro, dont il partage les règles opératoires (qui ne sont donc pas celles de la *doctrina rationum,* puisque le point n'est pas une grandeur eudoxéenne ou, comme on dit plutôt aujourd'hui, « archimédienne »). Ce passage devra être gardé en mémoire, car nous verrons que les *Règles pour la direction de l'esprit* tombent exactement sous la critique stevinienne en posant l'unité numérique en parallèle au point, ce qui entraîne effectivement des difficultés inextricables. Mais dans l'immédiat, seule nous intéresse la manière dont cette conception extensive du nombre permet de retrouver le niveau du géométrique.

La solution de Stevin part du traitement du nombre entier et consiste à isoler une structure permettant de définir un type particulier dit « nombre géométrique » (II, B 508 sq.). Son modèle est la suite de nombres (entiers) en proportion continue – modèle que nous retrouverons chez Descartes. Un schéma de cette structure est alors proposé : les différentes puissances (ou « dignités ») sont vues comme une construction géométrique qui partirait de la ligne simple, sur laquelle on construirait un carré, puis un cube, puis un empilement de cubes (« docide ») – les différentes racines étant construites réciproquement comme insertion de moyennes proportionnelles entre la quantité donnée et l'unité[2]. Ayant isolé cette structure et lui

1. Stevin, II, B 498. Ce passage, qui tendait à fonder une « mathématique générale » sur une conception extensive du nombre fut l'objet de très vives controverses, notamment après sa réédition dans les *Œuvres mathématiques* de Stevin par Albert Girard en 1634. On en trouve trace dans la *Logique de Port-Royal,* qui reprend Pascal (IV, iv, p. 312-315), mais déjà chez Mersenne dans la *Vérité des sciences* (chap. VI, notamment p. 317 sq.).

2. Ainsi la quatrième puissance de 2 peut être représentée comme un empilement de deux cubes ($2 \times 2^3$). La cinquième comme un empilement de quatre cubes ($(2 \times 2) \times 2^3$), etc. Le même schématisme est utilisé pour rendre compte des puissances de nombres inférieurs à 1 par des rectangles obtenus par coupe dans le cube (« plinthide »). Ainsi la quatrième puissance de 1/2 est obtenue en prenant la moitié du cube 1/8.

ayant donné un contenu intuitif simple, Stevin peut alors construire un concept plus général de « nombre algébrique » qui consiste en une quantité indéterminée affectée d'une certaine « dignité » (représentée en exposant dans un cercle), puis un concept de « multinomie algébrique » qui consiste en une combinaison linéaire de nombres algébriques. La grande force de Stevin, par rapport à ses contemporains, est donc de ne pas considérer les opérations sur ce que nous appellerions aujourd'hui « polynômes » dans le cadre de la transformation des équations (elles-mêmes « interprétables » dans des domaines arithmétiques ou géométriques), mais de faire directement du polynôme un type particulier d'objet mathématique désignant une classe spéciale de quantités. La stratégie, promise à une grande fortune, consiste alors à partir de la notion élémentaire de nombre et à construire les différentes entités nouvelles « par extension », sous la forme d'un traitement opératoire et d'une interprétation assurant la légitimité (ici par une intuition géométrique) de ces extensions. Le traité s'occupe ensuite à expliquer quelles sont les règles de manipulations de ces différents types de quantités, qui peuvent toutes être appelées « nombres », au sens où elles ont été conçues à partir de la structure première du nombre (comme écriture dans une base).

Comme on le voit, cette approche est très différente de celle de Viète : il ne s'agit pas d'établir une unité donnée dans un traitement formel ou « spécieux », qu'il faudrait ensuite *interpréter* dans tel ou tel domaine d'objet, mais de construire immédiatement une notion « universelle » de nombre, en justifiant son extension par un schématisme *ad hoc,* mais qui prolonge l'intuition géométrique acceptée dans le cadre euclidien. Or ce qui est frappant quand on lit le traité de Van Roomen n'est pas seulement qu'il distingue *mathesis universalis* et *logistica universalis* (par où il désigne d'ailleurs un traitement algébrique assez élémentaire, au regard des traitements que nous venons de mentionner) ; c'est surtout qu'*il ne se réfère pas du tout à ces formes d'unification.* Pour lui, le problème de la mathématique universelle est le même que celui de ses prédécesseurs en ce qu'il repose essentiellement sur la difficulté posée par le système euclidien du fait que nombre et grandeur y sont traités dans le cadre de deux *théories des proportions* différentes. Son but unique est de proposer une formulation unifiée du livre V et du livre VII, selon une ligne de développement dont

on a vu qu'elle remonte au moins aux commentateurs médiévaux d'Euclide et qui avait fait l'objet d'un traitement particulier par Clavius[1]. C'est à quoi il s'emploie d'ailleurs en donnant des définitions générales des rapports entre quantités et en renvoyant simultanément aux deux livres (lorsque cela est possible)[2]. Non seulement, sa solution est très décevante en ce qu'elle poursuit les différentes tentatives consistant à prélever la partie commune aux livres V et VII, avec les difficultés qu'on sait dans le traitement des incommensurables, mais elle est en net retrait par rapport aux techniques que Van Roomen maîtrise alors en algèbre.

Ce constat est extrêmement important dans notre cheminement. Il montre que le fait d'être un grand algébriste, au fait des techniques les plus avancées de son temps et de leur puissance d'unification, ne signifie nullement que l'on conçoive nécessairement la *mathesis universalis* sous la forme d'une théorie algébrique (au sens de la « nouvelle algèbre »). Cette remarque devra évidemment être présente à notre esprit lorsque nous lirons Descartes, chez qui nous retrouverons une détermination tout à fait comparable. Derrière l'aspect anecdotique de cette rencontre manquée se cache une raison très profonde, sur laquelle il faut insister. Si Van Roomen ne franchit pas ce pas, c'est pour des raisons philosophiques parfaitement légitimes. Il refuse, en effet, que la donnée d'un instrument universel, donc d'une unité logique des domaines d'objets, règle par elle-même le problème d'une *mathesis universalis*. Mais il ne suit pas, pour autant, la solution stévinienne dans laquelle on construit progressivement l'unité des domaines d'objets à partir de la donnée du nombre.

Cette seconde voie n'est pas évoquée par le mathématicien belge, mais nous pouvons néanmoins en indiquer la difficulté intrinsèque, qui se retrouvera par la suite sur notre chemin. En effet, la conception stevinienne conduit à poser le point face au zéro numérique et ouvre donc immédiatement une connexion étroite entre le traitement algébrique et l'apparition de grandeurs non archimédiennes. Il s'agit donc de bien plus

1. Rommevaux (2005).

2. Cette partie du texte a été éditée et commentée par Crapulli (1969), p. 214-240. Van Roomen y adjoint une liste d'axiomes tirés du premier livre d'Euclide (qu'il complète d'ailleurs).

que d'une simple extension du concept de nombre, dont on chercherait à fonder la légitimité à partir d'un schématisme intuitif (procédé qu'on retrouvera chez Descartes). Il s'agit aussi, malgré qu'en ait Stevin, de réformer en profondeur le domaine euclidien de la quantité, dont la partie opératoire était restée cantonnée aux grandeurs archimédiennes. Ici aussi, on voit donc qu'il pouvait y avoir des raisons profondes à ne pas vouloir franchir ce pas[1].

## IV.6. Jusqu'à Descartes

L'histoire de la « mathématique universelle » à la Renaissance est encore loin d'être parfaitement comprise, d'autant que les difficultés qu'elle porte ont jusqu'à présent été assez systématiquement écrasées par des modèles linéaires et téléologiques de son développement. C'est un fait que nous n'avons pas, dans l'état actuel des connaissances, de ligne droite qui pourrait nous conduire à Descartes. Plus exactement, *toutes* les lignes que nous avons croisées jusqu'à présent peuvent parfaitement y conduire. Cette difficulté est accrue par l'usage elliptique que font les *Règles pour la direction de l'esprit* de la *mathesis universalis* (deux mentions en tout et pour tout), ainsi que par le statut d'un texte, dont nous ne savons pas avec précision quand il a été écrit et dont l'état d'inachèvement permet des lectures très diverses. Ainsi, ceux qui mettent l'accent sur la première partie des *Règles* (celle qui est la plus rédigée) sont sensibles à l'aspect méthodologique du projet et – par contraste avec le *Discours de la méthode* – à l'absence des grands thèmes de la métaphysique cartésienne. Selon que leur intérêt se porte plus sur le conflit avec les « Dialecticiens », explicitement visés par Descartes, ou avec la tradition « aristotélicienne », ils plaideront alors pour un rapprochement avec le courant

1. Ce point sera mis en avant par Pascal, dans l'opuscule *De l'esprit géométrique,* par une reprise quasi textuelle des thèses stéviniennes sur l'unité du nombre et de la grandeur, et dans le cadre d'une contestation radicale du projet cartésien de réduction du mathématique à un type d'unité donné par l'algèbre géométrique.

ramiste[1] ou avec la tradition scolaire qui passe par les jésuites[2]. À l'inverse, ceux qui mettent l'accent sur les deux autres parties des *Règles* (dont seul le début de la première est rédigé) sont sensibles à l'aspect mathématique du projet. Selon que leur intérêt se porte plus sur le rapprochement avec la *Géométrie* de 1637 ou avec les *Cogitationes Privatae* de 1619-1620, ils insisteront ou bien sur la manière dont le projet d'une mathématique universelle poursuit les grands programmes d'*algebra nova* lancés par Viète ou Stevin[3], ou bien sur des contextes plus précis de développement mathématique[4]. Ce qui paraît suspect dans tous ces cas est la manière dont telle ou telle ligne historique se trouve alors mise en avant pour *confirmer* telle ou telle lecture, là où ce qui frappe le plus est d'abord la multiplicité des lignes qui peuvent conduire à Descartes et l'absence d'éléments existants pour justifier d'en privilégier une parmi d'autres.

Sous ce point de vue, le principal intérêt de l'étude historique nous semble plutôt d'ouvrir le champ des possibles et d'attirer l'attention sur des distinctions devenues invisibles sous le point de vue monumental, alors même qu'elles ont dirigé les prises de position sur la « mathématique universelle ». Ainsi importe-t-il de ne pas croire que la « certitude des mathématiques », la vraie *mathesis,* l' « analyse », la « quantité », les « rapports et proportions » ou l' « algèbre » sont des concepts dont nous pouvons faire un usage non problématique pour lire les *Règles* et comprendre le rôle de la *mathesis universalis.* La seule chose que nous ayons vraiment en possession sous chacun de ces concepts est d'abord un champ de problèmes.

Mais il reste encore une question que l'étude historique de la « mathématique universelle » n'a jamais posé à notre connaissance et qui est pourtant immédiate : à défaut de pouvoir tracer une ligne directe menant

1. Robinet (1996) ; Mehl (2001).
2. Marion (1986), chap. I, § 4 ; Courtine (1990), IV, chap. IV.
3. Depuis l'étude de J. Klein (1936), cette lecture est la plus répandue parmi les historiens des mathématiques et se retrouve encore chez Sasaki (2003), malgré l'attention portée aux débats philosophiques.
4. Notamment ceux de l'arithmétique figurée allemande, cf. Mehl (2001) ou ceux des travaux en optique, cf. Milhaud (1921), plus récemment Schuster (1980).

des dernières mentions de la *mathesis universalis* par Van Roomen (1597-1602) et Alsted (1613) à Descartes, pouvons-nous trouver des programmes de « mathématique universelle » directement *contemporains* du moment où Descartes en traite et par lesquels il aurait pu être influencé ? Comme nous l'avons vu, cette question ne peut recevoir de réponse que si nous sommes en mesure de dire de quoi les *Regulae* – et peut-être même plus particulièrement la règle IV où apparaît la *mathesis universalis* – sont « contemporaines ». Sans vouloir trancher cette question difficile, nous voudrions attirer l'attention sur une piste obvie et qui n'a pourtant pas encore été explorée. En effet, il existe bien un programme de mathématique universelle mentionnée allusivement par un auteur que Descartes rencontre au moment où il en traite : Marin Mersenne. Lorsque Descartes entre en contact avec le Minime en 1623, ce dernier est, en effet, occupé à la rédaction d'une vaste encyclopédie scientifique qui verra le jour en 1625, sous le titre *La Vérité des Sciences*[1]. Cet ouvrage est parfaitement homogène à la tradition qui nous occupe : non seulement, on y trouve une longue discussion sur l'objet de la *mathesis,* inspiré de la tradition de prolégomènes calqués sur le développement de Proclus (sur le « sujet » des mathématiques ou « quantité intelligible », leur utilité et leur nécessité, qui font l'objet du début du livre II)[2] ; mais il est surtout engagé dans une querelle contre les sceptiques qui met la question de la *certitudo mathematicarum* au premier rang de ses préoccupations. Il est également ancré dans les traditions de discussion sur le statut des quantités initié par le développement de l'algèbre, et en particulier dans la lignée de Stevin dont il discute les positions.

Il mentionne surtout une traduction qui vient à peine de paraître, mais qu'il a certainement connue avant sa publication puisque le privilège est de l'année précédente et qu'un de ses amis l'a en charge : celle des *Data* d'Euclide par Claude Hardy[3]. Dans cette traduction se trouve inséré

1. *La Vérité des Sciences où sont réfutées les opinions des Septiques, Composé par le R.P. Mersenne de l'Ordre des Minimes,* chez Simon Bachelier, 1625.

2. On notera, au passage, une liste des *loca mathematica* aristotéliciens qui réfère directement le passage de *An. Post.,* I, 5 sur la démonstration universelle à la prop. 16 du livre V des *Éléments* (p. 238-239).

3. L'exemplaire de la *Vérité des sciences* disponible à la Bibliothèque nationale est d'ailleurs dédicacé à Claude Hardy (M-3229).

tout naturellement le commentaire qu'en fit Marinus et le passage sur la « mathématique universelle » que nous connaissons bien. En voici la traduction latine que propose Hardy :

« *Porro cum ad omnes eiusmodi scientias utilis sit datorum consideratio, quippe quae ad multum utilitatis afferat, meritò dicetur non quidem ad unam scientiam, se* ad universalem illa Mathematicam *potius revocari, quae versatur circa numeros, tempora, velocitatem, & quae omnia sunt eiusmodi, quaeque de rationibus agit, nec non de proportionibus, atque omnibus omnino medietatibus* » (p. 14)[1].

Contrairement à la traduction de Zamberti, Hardy fait donc clairement apparaître ici l'existence d'une « mathématique universelle », d'autant plus identifiable qu'elle est marquée d'un *illa* qui en interdit l'interprétation en extension. Or ce programme fait l'objet par Mersenne d'une thématisation explicite et particulièrement offensive. En effet, il s'appuie sur le travail de Hardy pour rappeler le projet d'une « restauration de l'analyse », dont il précise que ni Viète ni Anderson n'ont eu le temps de la mener à bien : « À quoi il serait nécessaire de rétablir l'Analyse des anciens, mais je ne m'attends pas que personne vienne à bout de cette œuvre héroïque, si quelque excellent, et hardy Géomètre[2] n'y employe son temps, et son affection » (p. 748)[3]. C'est à cette occasion qu'il appelle à la venue d'un « nouvel Archimède », à quoi son interlocuteur sceptique, enfin vaincu, répond en écho : « Je désirerais que quelqu'un nous donnât une Analyse, laquelle on pût comprendre en peu de temps, et de laquelle on pût se servir en toutes matières, il n'y aurait rien de plus excellent pour renverser le Pyrrhonisme, qui m'avait fait douter de toutes choses jusques à ce que j'ai eu le bonheur de vous rencontrer. »

L'existence d'une *Mathematica universalis,* science des rapports, des proportions et des moyennes, mais surtout cœur de toute analyse, est donc au centre de tous les intérêts en 1623-1624 dans le milieu où évolue le

1. *Euclidis Data, & Marini Philosophi in Data Euclidis commentarius graece & latine. Per Claudium Hardy nunc primum edita* (Paris, 1625).

2. La référence voilée devient explicite quelques lignes plus loin : « Monsieur Hardy a restitué les dates d'Euclide, lequel pourra restituer tout ce qui nous manque, s'il en veut prendre la peine » (p. 749).

3. On se rappellera, pour l'occasion, que Descartes n'avoue en 1638 ne connaître que deux personnes aptes à comprendre sa mathématique : Mydorge et Hardy (AT II, 13).

jeune Descartes[1]. Son rapport à l'algèbre, on le voit, n'est nullement *donné,* mais fait l'objet d'un programme cherchant à dépasser certaines limitations de celui de Viète et à poursuivre le rêve d'une « restauration » de l'analyse des Anciens. Il faut également garder en mémoire que la défense des mathématiques lancée par Mersenne s'adresse directement aux « pyrrhoniens ». Or la « question de la certitude », et notamment les critiques de Pereira, avait trouvé auprès des sceptiques des oreilles plus que favorables, dont témoigne abondamment l'usage qu'en fait à la même époque Pierre Gassendi[2]. Peut-être faut-il d'ailleurs entendre un écho de cette question dans le constat porté par la règle IV-B, lorsque Descartes rappelle que les érudits et les savants de son temps négligent les mathématiques à cause de leurs difficultés stériles[3].

La mention du commentaire de Marinus, édité par Hardy, servira à indiquer pour finir la richesse d'un usage (les *Règles* parlent d'un « usage reçu » : *usus receptus*), encore trop mal connu des interprètes de Descartes. Cette remarque a d'ailleurs une conséquence inattendue : alors qu'elle semble plutôt contribuer à brouiller un peu plus les pistes qui permettraient d'identifier avec vraisemblance *la* ligne rêvée qui porterait le thème de la *mathesis univeralis* jusqu'à Descartes, elle attire l'attention sur un point central du recours cartésien à ce thème, sur lequel nous insisterons beaucoup : les *Regulae* ne se donnent pas un maigre soutien, lorsqu'elles assurent, à un moment clé de leur développement, que tous connaissent *(omnes noscunt)* les préoccupations de la *mathesis universalis,* même s'ils n'y prêtent pas une attention suffisante – de même qu'elles ne fabulent pas en inscrivant ce programme sous celui d'une relève de l'analyse dont la

1. Mersenne lui-même ne se réclame pas directement d'un tel programme, mais se place plutôt sous celui d'une « arithmétique spéculative », à laquelle est consacrée une grande part du chapitre 2. Dans cette tradition, que nous avons déjà croisée avec Maurolico, la théorie des rapports et proportions est bien considérée comme universelle au sens où elle est nécessaire pour « entendre les rapports et les habitudes que les divers mouvements, les temps, les lieux, les poids, les puissances, les sons et les voix ont ensemble » (p. 316), mais elle est considérée comme fondamentalement arithmétique. De fait, la classification des rapports est celle des rapports numériques. Pour autant, il est bien précisé en ouverture que les rapports d'inégalité comprennent les cas irrationnels, dont la géométrie fournit des exemples (p. 318-319).

2. Gassendi (1624). Sur l'amitié de Gassendi et de Mersenne cf. A. Beaulieu, *Mersenne. Le grand Minime,* Fondation Nicolas-Claude Fabri de Pereisc, 1995, chap. V.

3. AT X, 375, 9-13.

*nova algebra* a donné l'impulsion, mais qui reste profondément lié au type d'unité donnée par la théorie des rapports et proportions, et par les problèmes qu'elle pose dans le dispositif euclidien. C'est la seule conclusion qui nous semble assurée et c'est pourtant celle qui est le plus facilement refusée, tant l'histoire monumentale a contribué à faire croire que la *mathesis universalis* était le nom d'un programme *nouveau* (rapproché de la *scientia penitus nova,* de la « méthode » ou du « calcul géométrique »), dont Descartes aurait été le génial inventeur et qui aurait inauguré une nouvelle époque de la Raison.

V

# LA *MATHESIS UNIVERSALIS* CARTÉSIENNE

## INTRODUCTION

La *mathesis universalis* n'apparaît en tout et pour tout que deux fois dans l'œuvre de Descartes, dans deux pages de la quatrième des « Règles pour la direction de l'esprit », traité inachevé, composite, non publié et dont son auteur ne fait jamais mention[1]. On imagine aisément ce que le caractère furtif et précaire de cette apparition a pu permettre de liberté et de divergence, dans les interprétations[2]. La plupart d'entre elles ont tout naturellement en commun de chercher à palier le manque d'informations

1. *Regulae ad directionem ingenii.* Nous citons l'édition latine établie par G. Crapulli et parue chez Martinus Nijhoff à La Haye en 1966, en mentionnant les pages correspondantes de l'édition Adam-Tannery, t. X. La traduction française est celle de J.-L. Marion, *Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité,* avec des notes mathématiques de P. Costabel, La Haye, M. Nijhoff, 1977. Sur l'importance d'une non-publication assez exceptionnelle en ce qu'elle s'accompagne d'une « autocensure », c'est-à-dire qu'on ne trouve pas de références à cette œuvre dans le reste du corpus, à la différence du *Monde* par exemple, voir J.-L. Marion, *Sur l'ontologie grise de Descartes,* Paris, PUF, 1975, p. 15. Sur le caractère composite, voir, même si le morcellement auquel il aboutit peut parfois sembler un peu excessif, J.-P. Weber, *La constitution du texte des* Regulae, Paris, SEDES, 1964.

2. On en trouvera un aperçu dans la notice bibliographique placée en annexe II.

en se reportant assez vite vers une *autre* notion. Ainsi de la « méthode », pour qui s'intéresse plutôt à l'aspect philosophique, ou de la « géométrie », pour qui s'intéresse plutôt à l'aspect mathématique. La première stratégie a conduit à rapprocher, sinon à identifier, la *mathesis universalis* avec la « sagesse universelle », par où la première Règle plaçait la réflexion méthodique sous une position d'unité du savoir donné par le critère de *certitudo*, ou avec la « science universelle », mentionnée à Mersenne en mars 1636 en équivalence à « méthode »[1] ; la seconde a conduit à des rapprochements avec la *scientia penitus nova* de 1619[2], avec l' « algèbre générale » *(algebra generalis)* de 1628[3] ou avec le « calcul géométrique » de 1637[4].

Le premier intérêt de l'approche généalogique est de suspendre l'évidence de ces rapprochements et de changer le regard porté sur un concept dont la circulation apparaît finalement comme très spécifique. Rien ne permet notamment de considérer *a priori* « mathématique universelle », « sagesse universelle », « science universelle » ou « analyse universelle » comme des termes plus ou moins équivalents. Plus profondément, chacun de ces rapprochements apparaît comme le lieu d'un problème porté par l'idée même d'une *mathesis universalis*. Ainsi l'opposition de Ramus et de Dasypodius a indiqué que la question ne se limite nullement à déterminer si la mathématique universelle est une méthode universelle

1. « Il y aura quatre Traités tous français, et le titre en général sera : Le Projet d'une Science universelle qui puisse élever notre nature à son plus haut degré de perfection » (AT I, 139).

2. Dans une lettre du 26 mars 1619, Descartes présente à Beeckman le projet d'une science profondément nouvelle *(scientia penitus nova)* « permettant de résoudre en général toutes les questions que l'on peut proposer en n'importe quel genre de quantité, tant continue que discontinue, mais chacune selon sa nature ». Il y esquisse un premier parallèle entre classement des questions d' « arithmétique » selon le type de solution qu'elles acceptent (rationnelles, « sourdes » ou imaginaires) et le classement des problèmes « géométriques » selon le type de lignes entrant dans leur résolution (droite et circulaire, lignes plus complexes mais engendrées par « un seul mouvement », comme ceux que dessinent ses « compas de proportions », et lignes « imaginaires », engendrées par au moins deux mouvements séparés) (AT X, 156-158, trad. franç. Alquié [1963], p. 38-39). À la marge, Beeckman écrit : *Ars generalis ad omnes quaestiones solvenda quaesita* ( « Art général, permettant la résolution de toute question » ).

3. C'est ainsi que Descartes désigne le fruit de ses recherches mathématiques, lorsqu'il rend visite à Beeckman en 1628 (AT X, 333-335 intitulé par Beeckman *Algebrae Des Cartes Specimen quodam* et dont la première phrase est : *Dicit idem se invenisse Algebram Generalem*).

4. Expression qu'utilise Descartes dans sa *Géométrie* (AT VI, 390, 27).

ou, plus spécifiquement, une analyse mathématique générale, mais dans quelle mesure la seconde pourrait ou non donner prise à la première. Faute de saisir ce problème, on risque simplement de le reconduire. Il n'est d'ailleurs guère difficile de voir qu'aujourd'hui encore, la principale ligne de partage passe au lieu précis de cette difficulté[1]. À l'inverse de ces stratégies qui n'entrent dans la *mathesis universalis* qu'après l'avoir rabattue préalablement sur une notion sur laquelle plus d'informations sont données par Descartes, nous partirons volontairement de la description que donnent les *Règles pour la direction de l'esprit* prise pour elle-même. Par la suite, nous reviendrons sur la manière dont le concept s'insère dans la stratégie générale du traité, avant d'étudier le soutien qu'il apporte au programme philosophique aussi bien qu'au programme mathématique.

## V.1. LA *MATHESIS UNIVERSALIS* POUR ELLE-MÊME

### *V.1.1. Quatre traits distinctifs de la* mathesis universalis *cartésienne*

*a)* La première indication donnée par la seconde partie de la Règle IV sur la *mathesis universalis* concerne le nom de cette discipline. Après avoir avancé que ce qui relève de la *mathesis* est ce en quoi se laisse examiner l'ordre et la mesure, Descartes avance qu'il doit exister « une certaine science générale » *(generalem quamdam scientiam)* expliquant les questions qui s'y rapportent[2]. Cette science doit être désignée « non pas d'un nom

1. Voir le panorama que propose F. Van de Pitte (1991) en ouverture de son article sur la *mathesis universalis* cartésienne : « Les désaccords entre commentateurs prennent leur source dans deux types de question : le premier est de déterminer si la *mathesis universalis* est simplement une mathématique universelle ; ou si elle doit être comprise comme une méthode bien plus large, comprenant *tous* les aspects de la connaissance. Le second est de déterminer si la *mathesis universalis* est une méthode que Descartes a effectivement possédée ; ou si elle est simplement un rêve qui ne fut jamais satisfait » (p. 61, notre traduction).

2. « Il parut à [celui] qui s'y applique plus attentivement, que seules toutes [les choses] où se peut examiner un certain ordre ou mesure se rapportent à la *Mathesis,* et il n'y a aucune différence qu'on doive chercher telle mesure dans des nombres, ou des figures, ou des astres, ou des

emprunté[1], mais déjà ancien et d'usage reçu, *Mathesis Universalis* » (378, 5-8). La désignation est alors justifiée de ce « qu'elle contient en elle tout ce, pour quoi les autres sciences sont appelées aussi parties de la Mathématique *(Mathematicae partes)* » (378, 9-11). Cette position de primauté par rapport aux sciences qui lui sont « soumises » (378, 11 : *subditae*) et qu'elle est censée surpasser en utilité et en facilité provient de ce qu'elle saisit leurs difficultés communes sans s'encombrer des difficultés liées à tel ou tel objet particulier. C'est pourquoi on peut dire qu' « elle s'étend aussi à tout ce à quoi s'étendent celles-là, et là-dessus à bien plus encore » (378, 11-16).

Rattacher cette « science générale » à un « nom ancien » et à un « usage reçu » est pour le moins inattendu. On s'attendrait plutôt, à en croire nombre de commentateurs anciens et récents, à trouver ici les marques d'une volonté de rupture. La surprise est d'autant plus grande que Descartes a précisément donné toutes ces marques peu auparavant, au moment d'introduire l'usage nouveau *(novum usus)* qu'il entendait faire du terme *intuitus*. D'une manière plus générale, avait-il alors expliqué, il ne fallait pas s'attendre à ce qu'il conserve aux termes leur « signification commune » (c'est-à-dire, dans ce contexte, « scolaire »), à quoi il préférerait le plus souvent la signification latine[2]. On voit que l'attention aux noms n'est pas un point de détail dans le traité. Notre passage se trouve d'ailleurs tout entier placé sous son signe, mais dans une orientation inverse :

« Comme ces pensées m'avaient détourné des études particulières de l'Arithmétique et de la Géométrie pour m'appeler à une certaine enquête générale sur la *Mathesis,* je m'interrogeais d'abord sur ce que tous comprennent très précisément *par ce nom,* et pourquoi on *appelle* parties de la Mathématique non seulement celles [que j'ai] dites, mais aussi l'Astronomie, la Musique, l'Optique, la Mécanique et plusieurs encore. Il ne suffit pas ici de considérer l'origine du *terme* : en effet, puisque *le nom* de Mathesis ne veut rien dire d'autre que "discipline", [toutes les autres] se pourraient *appeler* Mathématiques, avec le même droit que la Géométrie même » (AT X, 377, 9-16. Nous soulignons).

sons, ou dans n'importe quel objet qu'on voudra ; et en suite de quoi il doit y avoir une certaine science générale, qui explique tout ce, qu'on peut chercher touchant l'ordre et la mesure » (AT X, 377, 22-378, 6).

1. Vraisemblablement celui d' « algèbre », auquel il vient de se référer [AT X, 377, 2-5].
2. R III (AT X, 369, 1-10).

L'opposition à la démarche mobilisée dans le cas du *novum usus* est patente : ce que Descartes a précisément expliqué avant d'introduire le terme *mathesis universalis* est qu'il n'y avait rien à attendre de l'acception latine de *mathesis* qui signifie, dans son sens originel, *disciplina* et ne suffit pas à discriminer les mathématiques parmi les autres sciences. L'indication est d'ailleurs intéressante pour qui entend dans *mathesis universalis* un équivalent de la « science » ou de la « sagesse » universelle, puisque cette équivalence semble précisément avoir été interdite ici au motif que toutes les disciplines pourraient donc relever de la *mathesis* et se faire appeler « Mathématiques » *non minori jure quam Geometria ipsa.*

Profitons-en pour remarquer – à destination cette fois de ceux qui identifie le *mathesis universalis* à une préfiguration du « calcul géométrique » de 1637 – qu'elle n'est pas non plus un simple synonyme de « géométrie », présentée ici comme une des parties des disciplines que l'on nomme « mathématiques » et que surplombe notre discipline. Cela n'est pas sans importance pour comprendre le statut de l'essai de 1637. La tentation est grande, en effet, de considérer que le titre de 1637 était de simple convenance pour un traité qui visait, étant donnée l'ampleur de son projet, à rien moins qu'une refonte de la « mathématique pure » dans son ensemble. Rien n'empêcherait donc de la désigner, elle aussi, par *mathesis universalis* comme le proposèrent d'ailleurs ses premiers interprètes (Van Schooten et à sa suite nombre de lecteurs qui eurent accès au texte de Descartes par l'intermédiaire de l'édition Schooten). Or nous sommes assurés que tel n'était pas le sentiment de Descartes qui refusa un tel amalgame. À Ciermans qui propose le titre de *mathesis pura,* il oppose de la manière la plus claire une fin de non-recevoir : « Car je n'ai expliqué en ce traité-là pas une des questions qui appartiennent proprement à l'Arithmétique, ni même de celles où l'on considère l'ordre et la mesure, comme a fait Diophante, mais bien davantage je n'y ai point traité du mouvement, quoi que la mathématique pure, au moins celle que j'ai le plus cultivée, en fasse son principal objet. »[1] Non seulement Descartes refuse en 1638 qu'on interprète sa « Géométrie » comme une mathématique pure, puisqu'elle ne traite « pas une des questions qui appartiennent proprement à l'Arithmétique », mais

1. À Ciermans, 23 mars 1638 (AT II, 70-71, trad. Clerselier [1663]).

il pointe le lieu d'une différence essentielle : il n'y est pas non plus traité des questions qui visent l'ordre et la mesure, celles-là même qui forment le domaine propre de la *mathesis universalis* dans les *Regulae.*

Cette attention aux dénominations serait de moindre intérêt si elle n'orientait le regard vers une détermination plus profonde. Car la volonté cartésienne de réunir géométrie et arithmétique qui se retrouve du projet de jeunesse exposé à Beeckman en 1619 à la *Géométrie* de 1637 et qui sert souvent de fil directeur à l'interprétation de la *mathesis universalis,* ne doit pas faire écran à la question du *mode d'unification* proposé : ce n'est pas la même chose, en effet, d'engager un classement des problèmes géométriques en recourant à un *parallèle* avec les opérations de l'arithmétique ou de faire fond sur une *science générale,* dont dépendraient ces différentes parties des mathématiques. Si l'algèbre peut aider à la formulation de l'un et l'autre projet, ils n'en resteront pas moins distincts. Or, fait remarquable, c'est Descartes lui-même qui nous enjoint de ne pas confondre ces différents aspects en rappelant que sa *Géométrie* qui réalise indéniablement le *premier* programme, esquissé dès 1619, ne traite pas des questions du second, celles où l'on considère « l'ordre et la mesure ». Réciproquement, on ne remarque pas assez que la classification des problèmes que les *Regulae* mettent à leur horizon ne poursuit qu'en apparence le programme de 1619. À aucun moment, en effet, on ne verra ces « questions » désigner les problèmes *géométriques* et nulle part dans le traité on ne trouve ce qui est esquissé dans la lettre à Beeckman en 1619 et réalisé en 1637, à savoir le traitement des *courbes* par rapprochement avec le traitement des équations[1].

*b)* Le fait de choisir un nom ancien ne préjuge évidemment pas de l'ancienneté du contenu. L'objet proposé pour la « science générale », l'ordre et la mesure, paraît d'ailleurs assez original par rapport aux différentes déterminations croisées jusqu'à présent. Mais on prête trop peu d'attention à la manière dont cette originalité va se trouver très clairement circonscrite. Une fois isolée la *mathesis universalis,* Descartes s'interroge en effet :

« Maintenant, puisque tous connaissent son nom, *et entendent ce dont elle se préoccupe,* même s'ils ne s'y appliquent point : d'où vient que la plupart cultivent à grand-peine d'autres disciplines, qui dépendent de celle-ci, sans que personne

1. Nous montrerons plus loin que les raisons de cette absence sont structurelles.

n'ait soin de l'étudier elle-même ? Je m'en étonnerais sans doute, si je ne savais que *tous la tiennent pour très aisée,* et si je n'avais depuis longtemps remarqué que toujours l'esprit des hommes, passant outre à ce qu'il croit pouvoir aisément acquérir, se précipite à courir vers des nouveautés plus relevées » (AT X, 378, 16-25. Nous soulignons).

Comme la référence marquée à une désignation ancienne *(inveterato vocabulo),* ces traits ne s'accordent pas avec l'idée d'un effet de nouveauté qu'on y a trop souvent inséré de manière artificielle. On peut s'en rendre compte en confrontant cette description à d'autres textes cartésiens. Passons rapidement sur la *Géométrie* de 1637, dont Descartes rappelle à de nombreuses reprises non seulement qu'elle révèle l'insuffisance méthodologique des Anciens, mais qu'elle est très difficile à entendre de ses contemporains[1]. Considérons simplement le projet évoqué dans la première partie de la Règle IV, où il est question de faire parvenir à maturité ces fruits « spontanément mûris » de la méthode dont nous trouvons l'exemple dans les mathématiques (373, 11-24). Descartes précise alors :

« Bien que j'aie dessein de dire maintes choses des figures et des nombres, puisqu'on ne peut demander à aucunes autres sciences des exemples aussi évidents et aussi certains, pourtant tous ceux qui considéreront attentivement mon sentiment, apercevront aisément que je pense ici à rien moins qu'à la Mathématique vulgaire, mais que j'explique certaine autre discipline *(quamdam... aliam disciplinam),* dont ils sont plutôt l'habit que les parties. Car elle doit contenir les premiers essais de la raison humaine, et s'étendre jusqu'à tirer des vérités de n'importe quel sujet qu'on voudra ; et même à parler franc, je me persuade qu'elle l'emporte sur toute autre connaissance que nous aient laissées les hommes, puisqu'elle est la source de toutes les autres. Si j'ai dit "habit", ce n'est pas

1. AT VI, 376 (les Anciens ne possédaient pas la vraie méthode) ; 388-390 (sur le fait que leur classification des courbes reposait sur la découverte « par hasard » de la Spirale et la Quadratrice comme premières courbes « mécaniques »). On sait également que le traité se termine par l'affirmation que Descartes a « omis volontairement » un certain nombres de choses, qu'il laisse malicieusement à ses héritiers « le plaisir d'inventer ». Par les lettres, nous apprenons que cette partie omise est précisément toute une partie de... l'analyse ! Par exemple à Mersenne 31 mars 1638 : « Pour l'analyse, j'en ai omise une partie, afin de retenir les esprits malins en leur devoir ; car si je leur eusse donnée, ils se fussent vantés de l'avoir sue longtemps auparavant, au lieu que maintenant ils n'en peuvent rien dire qu'ils ne découvrent leur ignorance » (AT II, 83). Ainsi n'y a-t-il pas à s'étonner à entendre Descartes dire qu' « il y a fort peu de gens qui puissent entendre ma géométrie » (à Mersenne, fin décembre 1637 [AT I, 478]).

que je veuille cacher cette doctrine et l'envelopper pour en écarter le commun, mais plutôt pour l'habiller et l'orner, en sorte qu'elle soit plus accommodée à l'esprit humain » (AT X, 373, 25-374, 15).

Non seulement l'*alia disciplina* ici esquissée s'oppose à la connaissance qu'a le vulgaire des mathématiques, mais elle est visiblement trop difficile pour pouvoir être enseignée sans quelque « ornement ». Ces traits sont d'ailleurs repris au moment où est engagée la description de l'analyse mathématique proprement dite (Règle XIV). Descartes avertit qu'il préférerait un lecteur novice en mathématiques, plutôt que les ayant apprises « suivant la manière commune ». À cette occasion, il insiste sur le fait qu'il s'agira de réformer *(emendare)* cette connaissance, obscurcie « par plusieurs principes peu droits et mal conçus » (442, 1-16). On voit qu'il serait pour le moins curieux de tenir en même temps de cette nouvelle discipline que « tous la tiennent pour très aisée et entendent ce dont elle se préoccupent ».

La différence est encore plus marquée avec la description de la « science profondément nouvelle » que Descartes présente à Beeckman en 1619 – et dont le nom seul devrait d'ailleurs suffire à indiquer combien il serait absurde d'en dire que tout le monde sait de quoi elle retourne. Le jeune philosophe, tout à son enthousiasme, ne cache guère qu'on est loin ici d'une discipline facile et bien connue de tous : « L'œuvre, il est vrai, est infinie, et ne peut être accomplie par un seul. Projet incroyablement ambitieux ! Mais j'ai aperçu je ne sais quelle lumière dans le chaos obscur de cette science, et j'estime que, par le secours de cette lumière, les ténèbres les plus épaisses pourront être dissipées. »[1] Rien n'empêche, évidemment, que la mathématique universelle soit le prolongement de cette *scientia penitus nova* ou le fondement simple et naturel sur lequel s'appuie l'*alia disciplina* des *Règles*[2], mais prolongement et fondement ne vaudront pas pour identité.

On voit déjà que nombre de rapprochements proposés pour éclairer le concept de *mathesis universalis* ne s'accordent pas immédiatement avec le

1. AT X, 157, 21-158, 2, trad. franç. Alquié, p. 39.

2. Dans la Règle XIV, Descartes dit bien qu'il ne supposera « rien d'entre ces disciplines [*scil.* mathématiques], sinon peut-être quelques [éléments] connus de soi et devant [les yeux] de tous » (442, 11-13).

peu d'indications données par le texte. Or tous ces traits s'accordent, en revanche, avec ce qu'a laissé apparaître l'étude généalogique. C'est un fait que la *mathesis universalis* désignait un problème qu'on pouvait faire remonter aux Anciens et qui était désormais reçu par l'usage, puisque les discussions à son sujet allaient bon train (y compris, on l'a vu, dans le cercle de Mersenne et dans le programme d'une « nouvelle analyse » poursuivant là où Viète et Anderson s'étaient arrêtés). Elle justifiait qu'on appelle les *mathêmata* (Descartes mentionne : l'Astronomie, la Musique, l'Optique, la Mécanique « et plusieurs encore ») « parties de la mathématique », puisqu'elle assurait que ces disciplines apparemment dispersées – *a minima* entre traitement du discret et du continu – relevaient d'une unité théorique fondamentale[1]. Cette discipline était considérée comme très aisée puisqu'elle consistait essentiellement en une description méthodologique générale, centrée sur la théorie des rapports et proportions (Dasypodius, Alsted) ou, éventuellement, en une reformulation de cette théorie prélevée dans le cadre familier élaboré par Euclide (Van Roomen). Mais il est non moins indéniable qu'elle était justement considérée comme de peu d'intérêt et qu'on en sous-estimait la difficulté. Ainsi Van Roomen pouvait encore dire en 1602 que personne n'en avait donné avant lui un traitement mathématique approprié[2].

*c)* S'il paraît difficile d'identifier la *mathesis universalis* avec l'*emendatio* des principes mathématiques que Descartes va engager dans la seconde partie du traité et qui va mener à la première ébauche d'une algèbre géométrique – et encore moins avec l'idée d'une « science profondément nouvelle » avancée en 1619 – il paraît, en revanche, assez naturel de la rapprocher de la « méthode », dont Descartes a justement insisté, dans la première partie de la règle, sur le caractère naturel et ancien. C'est d'ailleurs à cette occasion qu'avait été rappelé le rôle de modèle conféré aux mathématiques :

« Comme l'utilité de cette méthode est si considérable, que s'adonner aux lettres sans elle semblerait plutôt nuire que profiter, je me persuade aisément que l'esprit des Anciens, même conduit par la simple nature l'avait déjà aperçue de

1. La réflexion sur le nom même de *mathesis* et son sens premier de « discipline » est d'ailleurs tirée du *Commentaire* de Proclus, chap. 14.

2. *Hanc scientiam a nemine descriptam justo volumine aliquando proponemus* (1602, cap. IV, p. 21).

quelque façon. Car l'esprit humain possède je ne sais quoi de divin, en quoi les premières semences des pensées utiles ont tellement été jetées, que souvent, aussi négligées et étouffées qu'elles aient été par l'obstacle des études, elles produisent un fruit mûri de lui-même. Ce que nous expérimentons *(quod experimur)* dans les plus faciles des sciences, l'Arithmétique et la Géométrie : nous remarquons en effet que les anciens Géomètres se sont servis de quelque analyse, qu'ils étendaient à la résolution de tous les problèmes, quoiqu'ils l'aient jalousement caché à leur neveux » (AT X, 373 3-15)[1].

Ce rapprochement s'accorde également avec l'étude généalogique, puisqu'un des enjeux ouverts par les critiques de Ramus et les réponses de Dasypodius, est précisément de savoir dans quelle mesure la « mathématique universelle » relève d'une logique ou d'une méthode universelle opérant en extériorité ou en intériorité aux mathématiques. Comme Descartes n'a de cesse dans les *Regulae* de mettre en avant un modèle alternatif à celui des « dialecticiens »[2], comme il insiste à plusieurs reprises sur le fait que les mathématiques ne sont ici qu'un support pour comprendre le fonctionnement plus général de la « méthode »[3], il ne serait pas illégitime de dire qu'il cherche donc à mettre sa « méthode » en position de « mathématique universelle »[4].

Mais cette identification, si répandue qu'on ne prend souvent plus la peine d'en examiner le bien-fondé, ne va pas de soi si l'on suit le déroulé de la Règle. De fait, le problème directeur y est clairement de comprendre pourquoi des disciplines apparemment dispersées peuvent être appelées « parties de la mathématique » – ce à quoi ne semble aucunement pouvoir

1. La même idée est reprise dans la seconde partie de la règle (376, 11-20), mais autour de l'idée de philosophie et de mathématique, non de méthode.

2. Notamment dans la Règle X (AT X, 406, 14-26), où Descartes, qui a critiqué dès la Règle II les « machineries des syllogismes probables » et les « chaînes des Dialecticiens » (363, 24 et 365, 7), s'en prend à l'*ars disserendi* qu'il recommande de transporter « de la Philosophie à la Rhétorique » – exact contre-pied des positions de Ramus.

3. RIV, AT X, 373, 25-374, 12 et surtout RXIV, 442, 6-10, où Descartes dit de l'usage des règles qu'il va donner que « son utilité est si grande pour atteindre à une sagesse fort élevée, que je ne craindrais point de dire, que cette partie-ci de notre méthode ne fut pas trouvée à cause des problèmes mathématiques, mais que plutôt on ne doit presque apprendre ceux-ci qu'à dessein seulement de la cultiver ».

4. C'est une des composantes de « l'axe La Ramée-Descartes » pour A. Robinet (1996). Voir également E. Mehl (2001), p. 218-242 – qui insiste plus sur le rapprochement avec Dasypodius.

répondre la « méthode ». Même si l' « ordre ou mesure » peut paraître suffisamment général pour renvoyer à l'ordre méthodique que mettra en avant la règle suivante, il n'est guère possible d'ignorer que Descartes se ramène immédiatement à la seule mesure et à propos d'objets dont la liste ne laisse pas d'ambiguïté sur leur caractère mathématique (nombres, figures, astres ou sons). De ce point de vue, qu'accentue le recours appuyé à la tradition, il paraît se situer dans le problème *classique* de la « mathématique universelle » qui est essentiellement celui de l'unité des domaines d'objets mathématiques. Certes la liste se termine par un « ou dans n'importe quel objet qu'on voudra » qui paraît donner une grande généralité à la science dont il est ici question ; mais cette indication ne doit pas nous faire oublier que c'est une mesure, et non un ordre, que nous cherchons alors, ce qui restreint considérablement cette éventuelle extension[1].

Mais, quelle que soit l'interprétation proposée de ce passage – sur lequel les conflits sont légions – les rapports entre *mathesis universalis* et méthode sont surtout éclairés par la *seconde reprise* du concept, à laquelle on s'intéresse généralement moins. Après avoir constaté que personne ne prêtait attention à la discipline très aisée qu'il vient d'isoler, trait qu'il s'explique par la précipitation qui pousse les hommes à « courir vers des nouveautés plus relevées », Descartes poursuit en effet :

> « Pour moi, comme j'ai conscience de ma faiblesse, j'ai décidé d'observer résolument un ordre tel dans la recherche de la connaissance des choses que commençant toujours par les plus simples et les plus aisées [à connaître], je ne poursuive jamais jusqu'à d'autres, avant qu'il ne m'apparaisse qu'il ne reste plus rien à espérer de ces mêmes ; *c'est pourquoi* jusqu'à ce jour j'ai cultivé cette *Mathesis Universalis,* autant qu'il fut en moi, en sorte que dès lors j'estime pouvoir me consacrer à des sciences un peu plus relevées sans soin précipité » (AT X, 378, 26-379, 6. Nous soulignons).

La distinction est ici particulièrement nette : d'un côté, se trouve l' « ordre dans la recherche de la connaissance », dont relève la décision cartésienne ; de l'autre, les « connaissances les plus simples et les plus aisées » que cet ordre commande d'étudier en premier. Or la *Mathesis universalis* renvoie clairement aux secondes et non au premier. C'est elle, dont

1. Schuster (1980), p. 43, qui s'oppose ici à Marion (1975), p. 56-57.

tout le monde connaît le nom et l'objet, que Descartes choisit d'étudier conformément aux règles qu'il s'est fixé, là où les autres courent à des disciplines plus difficiles[1]. On remarquera au passage que Descartes dit alors ne pouvoir passer à des sciences « plus relevées » que s'il n'a plus rien à espérer des sciences faciles par quoi il lui a fallu commencer *(in istis nihil mihi ulterius optandum superesse videatur)* – trait qui s'appliquerait mal à l'idée de méthode en ce point du traité où elle vient à peine d'être introduite. La suite le confirme, puisqu'il poursuit : « Mais avant de m'en éloigner, je m'efforcerai de rassembler et disposer en ordre, tout ce que j'ai aperçu fort digne de remarque dans mes études passées, tant pour le retrouver aisément dans cet opuscule, si l'usage le demande, au moment où l'âge grandissant diminue la mémoire, que pour décharger ma mémoire de ce poids et transporter plus librement mon esprit à d'autres matières » (AT X, 379, 7-13). À nouveau, il y a bien ici *deux* étapes distinctes : celle des « études passées », dont Descartes s'éloigne au moment où il parle, et celle qui consiste à « rassembler et disposer en ordre » différentes remarques qu'il a pu en tirer. Certes, nous verrons qu'il y a indéniablement un lien entre l'ordre dont dispose la méthode et celui qu'étudie la *mathesis universalis*. Toute la puissance du geste cartésien est précisément d'avoir saisi cette articulation qui va se trouver explicitée dans la Règle VI et qui constitue l'essentiel des remarques méthodologiques qu'on peut tirer d'une étude de la *mathesis universalis*. Mais de même qu'il faut se garder d'identifier la « nouvelle discipline » au fondement « très aisé » sur lequel elle bâtit, de même ne devra-t-on pas ici identifier les remarques de méthode que Descartes a pu tirer de ses « études passées » avec ces études elles-mêmes. Que la *mathesis universalis* ait servi de support à l'élaboration d'une méthode est une chose, et une autre qu'elle *soit* la méthode, comme on l'a trop souvent induit.

1. « Sans doute faut-il recevoir entre les premières [*sc.* règles] celle, qui nous met en garde, de ne point abuser de notre loisir, comme font beaucoup, qui négligent ce qui est aisé, et ne sont occupés que de choses ardues » avait annoncé la première Règle (AT X, 364, 13-16). La première description des mathématiques avait également précisé : « Elles sont donc de toutes les plus transparentes et les plus faciles, et ont un objet tel que nous demandons, puisqu'à moins d'inattention il ne paraît pas possible qu'un homme s'y trompe » (AT X, 365, 19-22).

*d)* Il est alors temps de revenir à la seule indication donnée par le texte sur le contenu de cette fameuse science générale « qui explique tout ce qu'on peut chercher touchant l'ordre et la mesure ». Ce qui est surprenant, on l'a dit, est l'originalité de la description cartésienne. C'est un fait que, jusqu'à présent, « l'ordre et la mesure » ne sont pas apparus comme étant des notions centrales dans la description de la *mathesis universalis,* qui était plutôt rapprochée par les prédécesseurs immédiats Descartes de la théorie des rapports et proportions, des relations universelles d'égalité/inégalités entre quantités ou de considérations méthodologiques générales.

Mais il faut y regarder de plus près. Remarquons tout d'abord que « l'ordre et la mesure » sont présentés deux fois dans notre texte : une première fois pour décrire l'objet de la *mathesis* (et à cette occasion, Descartes a d'ailleurs précisé que même si tout le monde le connaissait, il fallait *un peu d'attention* pour le saisir sous cette désignation d' « ordre ou mesure »)[1] ; ensuite pour décrire « une certaine science générale » qui ne les atteint pas directement, sans quoi elle serait simplement la *mathesis* elle-même, mais explique *ce qu'on peut chercher à leur propos lorsqu'ils ne sont pas attachés à une matière particulière (id omne explicet, quod circa ordinem et mensuram nulli speciali materiae addictas quaeri potest)*[2]. Cette inflexion peut sembler insignifiante, mais elle n'est guère indifférente si l'on se rappelle qu'un des buts des *Regulae* est justement de proposer une théorie générale des « questions » (ou du *quod quaeri potest*). Dans la seconde partie du traité[3],

1. AT X, 377, 19-378, 2 : « Nous ne voyons presque personne s'il a seulement atteint le seuil des écoles qui ne distingue aisément parmi les choses qui se présentent ce qui concerne la *Mathesis* et ce qui concerne les autres disciplines. Pourtant il parut à [celui] qui s'y applique plus attentivement, que seules toutes [les choses] où se peut examiner un certain ordre ou mesure se rapportent à la *Mathesis.* »

2. Remarquons, pour mieux y revenir par la suite, qu'il ne s'agit nullement, comme on l'a trop souvent lu, de considérer ces questions hors de toute matière. Tout ce qui est dit ici, et qui concorde d'ailleurs et avec le rejet cartésien des raisonnements formels, et avec la volonté de rapporter toutes les questions à un « sujet commun », qui sera l'étendue « abstraite de toute autre chose, sauf de ce qu'elle est figurée » (441, 9-10), est que la recherche n'est attachée à aucune matière *particulière.*

3. Dans la Règle XIV est introduite une nouvelle « partie de notre méthode » (442, 8). Cette répartition, qui est donc interne à la *methodus,* correspond au plan exposé dans la Règle XII : « Au reste, pour que l'enchaînement de nos préceptes ne reste caché à personne, nous divisons tout ce qui se peut connaître en propositions simples, et en questions. Pour les

Descartes expliquera d'ailleurs très clairement qu'il faut distinguer les comparaisons « simples et ouvertes », où « aucune aide l'art » n'est nécessaire et les « questions » où le lien du cherché au donné n'est pas immédiat (440, 10-12). À cette occasion, il dira que la « nature commune » permettant la comparaison se trouve dans ce second cas « selon certains rapports ou proportions, où elle reste enveloppée » (440, 12-16). Et il conclura que « l'industrie humaine n'est principalement pas située ailleurs, que dans la réduction de ces proportions jusqu'à ce que l'égalité entre le recherché et le connu, soit vue clairement » (440, 16-20).

Les « questions » ne sont donc pas au même niveau que les « comparaisons simples » et se caractérisent précisément par l'intervention de l'objet le plus attendu d'une *mathesis universalis* : les rapports ou proportions. Or ce développement marque justement la réapparition de l'*ordo et mensura* dans une acception beaucoup plus précise : « Tous les rapports, qui peuvent se trouver entre deux êtres d'un même genre, doivent se référer à deux chapitres, savoir à l'ordre et à la mesure » (451, 6-8). Dans la suite, nous apprenons que cette distinction repose sur l'existence ou non d'un troisième terme dans la comparaison :

« Dans ce genre de rapports les choses se réfèrent d'elles-mêmes les unes aux autres, sans l'entremise d'un troisième terme, comme il arrive dans les mesures, pour cela nous traitons ici du développement de celles-ci seulement : je reconnais en effet quel est l'ordre entre A et B, sans aucune autre considération que celle des deux extrêmes ; cependant je ne reconnais point, quelle est la proportion de grandeur qui se trouve entre deux et trois, sans la considération d'un troisième terme, à savoir l'unité qui est la mesure commune de l'une et l'autre » (AT X, 451, 15-23).

Il n'y a aucun doute cette fois que le syntagme « ordre et mesure » renvoie à une acception spécifique dans le classement général des rela-

propositions simples nous n'apportons pas d'autres préceptes, que ceux qui préparent la force de connaissance à regarder distinctement et à scruter fort adroitement tous les objets qu'on voudra, puisque ceux-ci doivent se présenter d'eux-mêmes, et ne sauraient être cherchés ; ce que nous avons rassemblé dans les douze premiers préceptes, par lesquels nous estimons aussi avoir fait voir tout ce, que nous jugeons pouvoir en quelque façon rendre plus aisé par l'usage de la raison. Mais parmi les questions nous en entendons parfaitement certaines, même si nous ignorons leur solution, dont nous traiterons seulement dans les douze règles qui suivent immédiatement ; enfin nous n'entendons point parfaitement d'autres, que nous réservons pour les douze dernières règles » (428, 21-429, 8).

tions *mathématiques*. Au niveau des comparaisons simples une première appréhension des rapports (ici *habitudines*) les distingue en ce qu'ils sont immédiats (ordre) ou médiats (mesure) : ce sont les objets premiers de la mathématique. Mais au niveau des relations des rapports eux-mêmes, nous trouvons un « enveloppement » selon certaines « proportions » que la méthode a pour tâche de « réduire » en revenant autant que faire se peut à des égalités (c'est-à-dire au cas le plus simple d'ordre).

Or l'idée de classer les rapports selon « l'ordre et la mesure », qui pourrait sembler ici le point original de la description, n'est nullement une invention de Descartes. Il serait difficile d'ignorer dans notre contexte qu'elle apparaît justement chez Van Roomen. Dans le tableau récapitulatif placé en tête de son traitement de la *prima mathesis*, le mathématicien belge distingue, en effet, dans les « propriétés communes à toutes les grandeurs » *(affectiones omnibus magnitudinibus communes)* celles qui concernent leurs relations *(habitudines)*, dont la forme simple est dite *ratio*. La classification « générale » *(generatim)* de ces rapports est alors faite sous trois « chapitres » : *numero, ordine* et *mensura*. Dans le déroulé des définitions qui suivent, ces trois chapitres correspondent au fait qu'une proportion est caractérisée par : 1 / le nombre de termes qu'elle relie ; 2 / les rapports d'égalité/inégalité (c'est-à-dire de comparaison) entre les termes[1] ; 3 / les relations de commensurabilité/incommensurabilité entre les termes[2]. On voit qu'il ne faut pas exagérer l'originalité de la description cartésienne et considérer que *l'ordo et mensura* opère nécessairement en rupture avec la description qu'il reçoit de la mathématique universelle et sa détermination la plus répandue comme traitant des « rapports et proportions »[3].

1. Romanus (1597), p. 25 : 13. *Ratio est vel antecedentis aequalis consequenti, vel maioris vel denique minoris. Prior dicitur aequalitatis, posteriores inaequalitatis, maioris vel minoris.* Cette classification était canonique depuis Nicomaque au moins et donnait sa source à la classification générale des rapports selon les formes fondamentales de l'« épimore » (« superparticularis » en latin) et de l'« épimère » (« superpartient »).

2. 12. *Ratio est terminorum inter sese commensurabilium vel incommensurabilium.* Ici aussi, cette distinction était canonique puisque la précédente ne recouvrait que les rapports comparables à des nombres, soit les rapports entre grandeurs commensurables. Ces deux sens de l'« ordre » et de la « mesure » sont précisément ceux que reprend explicitement Descartes en (AT X, 451, 15-23).

3. Pour des raisons qu'il expliquera plus clairement par la suite, Descartes prend, en revanche, bien soin de ne pas recourir à la description traditionnelle de la mathématique comme traitant de la *quantitas* : « Nous nous occupons donc ici d'un objet étendu, en ne consi-

Que les « rapports et proportions » soient placés au centre du dispositif des *Règles* ne relève d'ailleurs pas seulement du développement mathématique de la seconde partie du traité, consacrée aux « questions », dont on pourrait toujours tenir qu'il appartient à une acception étroite et technique de ce terme (par différence avec un premier développement méthodologique général donné dans les 12 premières règles). Revenant dès la Règle VI sur le rôle des mathématiques dans la méthode et séjournant un peu plus longuement sur quelques exemples si faciles qu'ils en paraissent « presque puérils », Descartes donne une nouvelle description de la *mathesis* : « Encore que toutes ces opérations [*scil.* en l'occurrence celles qui règlent la constitution d'une suite de nombres en proportion continue] soient transparentes, au point qu'elles paraissent presque puériles, pourtant à y réfléchir avec attention, je comprends, selon quelle raison toutes les questions, qu'on peut proposer touchant les proportions ou les rapports[1], des choses, sont enveloppées, et suivant quel ordre il faut les chercher : cela seul renferme la somme de toute la science mathématique pure » (385, 1-4). Les mathématiques sont donc mises en avant très clairement dès la première partie du traité comme modèle d'analyse (littéralement de *reductio*) dans le traitement méthodologique des problèmes. La séparation des différentes figures de l'*ordo* y est déjà tout à fait claire : à un premier niveau se tiennent les opérations mathématiques, « rapports ou *(sive)* proportions », dont nous venons de voir qu'elles réfèrent au domaine plus large des « comparaisons » entre quantités, qui comprend deux chapitres : l'ordre et la mesure (selon que les objets en question sont « commensurables » entre eux ou non). Puis interviennent les « questions » qu'on peut leur adresser (*quod quaeri potest* disait la Règle IV) et qui « s'enveloppent » elles-mêmes selon des raisons qu'il faut déterminer. Se règle sur cet enveloppement un certain « ordre » de la recherche, qui définit en propre le travail méthodique. Nous reviendrons en détail sur cette articulation par la suite.

dérant en lui absolument rien d'autre que cette étendue même, et en évitant par un biais industrieux le terme de quantité *(abstinensque de industria a vocabulo quantitatis)*, parce que certains Philosophes sont si subtils, qu'ils l'ont aussi distinguée de l'étendue » (AT X, 447, 5-8).

1. *Proportiones sive habitudines.* Nous verrons que Descartes n'a pas un usage très rigoureux de ces termes et utilise régulièrement l'un pour l'autre.

Ajoutons, enfin, que la centralité des « rapports et proportions » est le motif commandant la seule allusion aux *Regulae* qui subsiste dans l'œuvre de Descartes. En effet, le *Discours de la méthode,* après s'être placé sous le modèle déductif des mathématiques (les « longues chaînes de raison, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir »), précise :

« Mais je n'eus pas dessein, pour cela [*scil.* accoutumer mon esprit à se repaître de vérités et ne se contenter point de fausses raisons], de tâcher d'apprendre toutes ces sciences particulières qu'on nomme communément Mathématiques, et voyant qu'encore que leurs objets soient différents, elles ne laissent pas de s'accorder toutes, en ce qu'elles n'y considèrent autre chose que les divers rapports ou proportions qui s'y trouvent, je pensai qu'il valait mieux que j'examinasse seulement ces proportions *en général* » (AT VI, 19, 29-20, 6. Nous soulignons).

C'est d'ailleurs ce passage que les premiers lecteurs de Descartes (qui n'avaient, le plus souvent, pas accès aux *Regulae*), utilisèrent comme définition de sa *mathesis universalis* et qui explique qu'ils furent prompt à l'identifier au calcul présenté dans les premières pages de la *Géométrie.* Pour toutes ces raisons, il nous semble que la description de la Règle IV s'accorde avec le contexte général dans lequel la *mathesis universalis* est supposée bien connue de tous et renvoie de manière privilégiée à un certain usage de ce qui est alors considéré comme le noyau opératoire de la mathématique : les rapports et proportions.

*
* *

Cela n'exclut en rien le fait que Descartes ait précisément voulu mettre l'ordre au premier rang parce qu'il orientait à la fois vers la classification des rapports *et* vers la méthode. Mais gardons-nous simplement de considérer qu'un tel choix devrait nécessairement manifester une volonté de rupture ou qu'il ne mobilisait qu'une seule des figures de l'ordre. D'ailleurs, comme nous l'avons vu, c'est un point central de la doctrine de Proclus que la « mathématique générale » ne s'y réduise pas au traitement opératoire de la proportion, mais fasse valoir des considérations principielles et méthodologiques, dans laquelle l'ordre ou la série joue un rôle

central[1]. Si ce point n'arrête guère Van Roomen, plus attaché au traitement mathématique, il est, en revanche, parfaitement saisi par Dasypodius qui le met en avant contre la tendance ramusienne à placer la méthode (la « dialectique ») en position de nécessaire extériorité au mathématique. Chez Alsted également, c'est la composante méthodologique de la mathématique générale qui prime.

Quant au fait de décrire plus généralement l'unité de la *mathesis* elle-même (et non seulement de sa partie « universelle ») par l'ordre et la mesure, ce thème était courant dans la littérature d'inspiration néoplatonicienne[2]. Pour ne prendre qu'un exemple que Descartes avait de grandes chances d'avoir croisé dans ses études : ils tiennent une place centrale dans le *De ordine* de saint Augustin. Tous les lecteurs de cet opuscule – et ils furent nombreux – avaient, en effet, appris qu'après avoir étudié la grammaire, la dialectique, puis la rhétorique, la raison se tournait vers le monde où elle s'apercevait « que rien d'autre ne lui plaisait que la beauté et, dans la beauté les figures, dans les figures les mesures, dans les mesures les nombres » (II, XV, 42)[3]. Elle se tournait alors vers l'étude des mathématiques – ces deux types d'orientations (grammaire-rhétorique-

1. Rappelons que l'ordre est un des traits communs isolés, au chapitre III (P 8.4), qui oriente vers les considérations méthodologiques. Remarquons à cette occasion que les traducteurs de Proclus font déjà dans ce contexte voisiner l'*ordo* et la *mensura* : *his vero convenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus* (Barozzi) / *illis vero procedentibus in convenientibus mensuris : atque recipientibus ordine decenti ipsam progressionem denique...* (Dasypodius), cité par Crapulli (1969), p. 168.

2. L'expression « ordre et mesure » (τάξις τε καὶ συμμετρία) apparaît chez Jamblique (J 9.32 ; 30.15). C'est un des aspects communs des mathématiques qui orientent vers la théologie. Même idée chez Proclus (par ex., P 25.1 ; 26.14). Cette association entre ordre et mesure, semble un lieu commun platonicien, comme en témoigne son utilisation par Plotin (*Ennéades*, II.9.16.52 : δὲ συμμετρίαν καὶ τὴν μεγάλην εὐταξίαν). Platon expliquait déjà dans le *Philèbe* que les mathématiques tiraient leur valeur d'introduire en toutes choses la mesure (τὸ δὲ ἔμμετρον καὶ σύμμετρον), ensuite comparée à l'introduction par la déesse de « la loi et l'ordre » (νόμον καὶ τάξιν) (26 *a-b*). Sur la thématique de l'ordre et de la mesure dans le néoplatonisme, voir N. Aujoulat (1986), notamment p. 139 sq. et 156 sq.

3. L'ordre des choses, le monde sensible, apparaissait alors comme étroitement corrélé à la disposition selon le *numerus* et la *mensura* – lieu commun de la philosophie chrétienne, tirée du livre de la *Sagesse* (XI, 21). Sur la tradition philosophique qui prend sa source ici, voir L. Bianchi et E. Randi (1993), p. 168 sq. Parmi les nombreuses références à ce thème, une peut nous arrêter particulièrement : le *Mysterium cosmographicum* de Képler (1596). En effet, la « dédicace ancienne » reprenait la formule chrétienne sous l'expression : *ordine et norma* (qu'A. Segonds traduit d'ailleurs par « ordre et mesure », Kepler [1984], p. 13).

dialectique d'un côté ; mathématiques de l'autre), attachées respectivement au traitement de la qualité et de la quantité, étant elles-mêmes sursumée ultimement par la « philosophie » (dont les deux « questions » directrices portent sur l'âme et sur Dieu [XVIII, 47]). On sait d'ailleurs le succès de cette organisation générale des savoirs qui fut la base de la séparation en *trivium* et *quadrivium*. Mais le point qui doit nous arrêter plus particulièrement ici est la manière dont Augustin parvenait à caractériser l'unité des disciplines mathématiques. Car c'était précisément *l'ordre* qui, à ses yeux, permettait de surmonter la distinction des disciplines mathématiques, selon une reprise très intéressante de l'*Epinomis* : « Encore dans la musique, la géométrie, les mouvements astraux, les lois de nombre, l'ordre règne si bien que, si l'on désire voir pour ainsi dire sa source *(fontem)* et même son sanctuaire, on le trouve dans ces études ou par elles on y est amené sans faire erreur. »[1]

Il ne s'agit nullement ici d'écraser l'originalité cartésienne à grand renfort de références érudites, mais d'en cerner le réel lieu d'effectivité. Comme on le voit, en effet, les indications données par la Règle IV sont remarquablement convergentes et s'opposent assez directement à l'interprétation de la *mathesis universalis* engagée à la fin du XIX^e^ siècle : à aucun moment, on n'y voit se dessiner quelque chose comme un programme, plus ou moins équivalent à la méthode, ou à la réforme des mathématiques. La *mathesis universalis* a un sens qui est parfaitement homogène avec celui que nous connaissons : il s'agit d'une discipline considérée comme existante (encore que négligée), ayant un rôle unificateur dans la *mathesis,* et sur lequel le philosophe *s'appuie* pour élaborer un certain programme philosophique. Reste à comprendre lequel.

1. *De ordine - L'ordre,* II, 4, 14. Ce dialogue, après avoir fait de l'ordre une notion centrale des mathématiques, mais aussi de la logique, rappelait au détour d'un développement son lien intime à la mesure (XV, 43, p. 317). Et le traducteur de commenter : « La relation étroite entre "ordre" et "mesure" est stoïcienne (cf. Cicéron, *De off.,* 1, 5, 17), mais l'idée que la "mesure" engendre est d'inspiration plotinienne » (cf. *De beata vita,* 4, 34).

## *V.1.2. Ordre méthodique / ordre mathématique : le rôle des proportions*

### 1.2.1. La recherche du simple

La question avec laquelle nous laisse la description de la seconde partie de la Règle IV est claire : qu'est-ce que Descartes a pu juger « digne de remarque » dans son étude de la *mathesis universalis* et qu'il a entrepris de consigner dans son « opuscule » ? À cette question, il n'est guère difficile de répondre puisque les mathématiques interviennent bien dès la première partie du traité, juste après l'annonce de la Règle IV, et dans le cadre de l'explicitation de la méthode qui occupe les règles V à VII. L'exemple choisi doit d'autant plus nous arrêter qu'il est simple et bien connu de tous, puisqu'il est dit « presque puéril ». Il ne porte nullement sur une quelconque réforme des principes de la mathématique, mais sur le candidat le plus attendu au titre de « mathématique universelle » : les « proportions ». C'est donc un candidat parfait pour comprendre les remarques que Descartes aurait pu tirer de son étude de la « mathématique universelle ».

Dans la Règle V qui ouvre le moment consacré à la méthode *stricto sensu,* Descartes donne une description d'ensemble, qu'il va détailler dans les règles qui suivent :

> « La méthode ne consiste qu'à disposer en ordre les choses vers lesquelles doit se tourner la vue de l'esprit, pour que nous trouvions la vérité. Nous l'observerons exactement, si nous réduisons [comme] par degré les propositions embarrassées et obscures à d'autres plus simples, et ensuite si à partir du regard posé sur les plus simples de toutes nous entreprenons de nous élever par les mêmes degrés à la connaissance de toutes les autres » (AT X, 379, 15-21).

L'ordre méthodique est donc intimement lié à un processus de *reductio* qui permet d'atteindre le simple, et même si possible « le plus simple ». Tout le problème, objet de la longue règle qui suit, va être de déterminer les conditions de cette réduction. Descartes apporte alors une réponse assez surprenante : « Il faut dans chaque suite de choses, où nous avons directement déduit les unes des autres quelques vérités, observer quel est

le plus simple, et comment toutes les autres s'en éloignent plus, ou moins, ou également » (381, 1-6). Ce qui surprend ici est que la recherche du simple ne soit pas *antérieure* à la déduction, comme on aurait pu l'attendre, mais au contraire la suppose. C'est à partir d'une suite d'éléments déduits directement (nous verrons le sens à donner à ce terme) que la *methodus* se met en marche pour rechercher « le plus simple ».

Cette description concorde parfaitement avec la mise en garde avancée dès l'introduction de la méthode dans la Règle IV, dont Descartes insistait sur le fait qu'elle doit s'appuyer sur la *donnée* des actions naturelles de l'esprit (l'intuition et la déduction) : « Car elle ne peut pas aussi aller jusqu'à enseigner comment on doit faire ces deux opérations elles-mêmes, parce qu'elles sont les plus simples et les premières de toutes » (372, 17-21)[1]. De même attire-t-elle notre attention sur le fait que le procès de *reductio* portait dès l'énoncé de la Règle V sur des propositions (et même, plus précisément, sur des propositions « embarrassées ») et non sur des notions. Une telle configuration suppose donc que « le plus simple » n'est pas donné dans la série déductive initiale. La « mise en ordre » appelée par la méthode ne consiste pas à mettre des choses connues dans une série déductive. Les choses sont *données* dans une série, qui elle-même est liée au fonctionnement « naturel » de notre connaissance comme *deductio,* et c'est sur ce fondement sériel que la méthode opère pour constituer son ordre propre ou, comme l'avait annoncé la règle IV, pour *trouver* de nouvelles déductions (*deductiones inveniendae sint* [372, 13]). La distinction entre les ordres, celui qui est donné aux niveaux des domaines d'objets et celui qu'il s'agit de constituer au niveau de la « recherche dans la connaissance », va apparaître ici comme un élément constitutif.

*
* *

On a beaucoup glosé sur les premières lignes de la règle VI où s'indique clairement l'écart instauré à la conception aristotélicienne du savoir :

« Encore que cette proposition ne paraisse rien enseigner de fort nouveau, elle contient pourtant le principal secret de l'art, et aucune autre n'est plus utile

1. Le caractère « naturel » de cette donnée est explicité en (373, 3-7).

dans ce traité : elle avertit en effet que toutes les choses peuvent être disposées en de certaines suites, non certes en tant qu'elles sont rapportées à un certain genre d'être, ainsi que les Philosophes les ont divisées suivant leur catégorie, mais en tant que les unes peuvent être connues à partir des autres » (AT X, 381, 6-13).

Nul doute que se met en place ici une norme de rationalité dans laquelle la connaissance se règle moins sur la donation de la chose, toujours déjà prise dans le réseau des genres d'être, que la chose ne se règle sur les réquisits de la connaissance[1]. Toute la première partie de la règle va d'ailleurs être consacrée au détail de ce geste typiquement anti-aristotélicien. Mais on n'a pas toujours remarqué que cette partie avait pour fin de commenter l'idée que les choses se présentent à nous selon des séries déductives, ce qui, comme nous venons de le rappeler, est le *départ* de la méthode et non son aboutissement. De fait, Descartes ajoute à la suite du passage qui précède : « En sorte que, chaque fois qu'une difficulté se présentera, nous puissions aussitôt remarquer, s'il ne serait pas avantageux d'en parcourir du regard certaines autres d'abord, et lesquelles, *et dans quel ordre.* » Si cet ordre était simplement celui de la série initiale, la méthode n'aurait jamais aucun moyen de dépasser ce qui lui est donné. L'ordre invoqué ici est clairement non celui des choses, mais des « difficultés ».

Or les mathématiques tiennent dans l'explicitation du rapport entre ces deux ordres une place essentielle. En effet, le fait de rapporter le simple à une visée de connaissance et non à la « nature séparée » des choses conduit à insister sur le caractère opératoire de la distinction entre « absolu » et « relatif » (qui fonctionne toujours par rapport à une certaine visée de connaissance)[2]. À cette occasion, Descartes donne à nouveau des indications importantes sur le lieu propre de l'ordre méthodique :

« Est relatif au contraire, ce qui participe de la même nature, ou du moins de quelque chose pris d'elle, par où on peut le rapporter à l'absolu, et l'en déduire par quelque suite ; mais il enveloppe là-dessus quelques autres termes dans sa

1. Ce qui fut la grande thèse des néo-kantiens, dont on trouvera l'exposé le plus clair dans Cassirer (1906). Elle fut notamment reprise par Heidegger et développée par Marion (1975).

2. « Or pour que ceci puisse se faire correctement, il faut remarquer premièrement que toutes les choses prises au sens où elles peuvent être utiles à notre propos, dans lequel nous ne considérons point leurs natures [comme] séparées, mais les comparons entre elles, afin de connaître les unes à partir des autres, peuvent être dites, soit absolues, soit relatives » (381, 17-21).

conception, que j'appelle des relations (...). Ces termes relatifs s'éloignent d'autant plus des absolus, qu'ils contiennent plus de relations de cette sorte subordonnées les unes entre elles ; et cette règle nous avertit qu'il les faut distinguer, et observer tellement la liaison qu'elles ont entre elles, et leur ordre naturel, que nous puissions atteindre à partir du dernier le terme le plus absolu en traversant tous les autres » (AT X, 382, 3-16).

Il est parfaitement clair que la « subordination » n'opère donc pas entre les termes de la série initiale, mais entre les « relations » qui s'y trouvent « enveloppées »[1]. Mais avant d'entrer plus précisément dans cette notion d'ordre d'*enveloppement* propre aux « questions », une difficulté plus immédiate doit nous arrêter : puisque « absolu » et « relatif » sont définis par rapport à une visée de connaissance, les termes absolus apparaissent comme susceptibles d'être en fait relatifs s'ils sont regardés sous un autre point de vue (*aliter spectata,* 382, 20 et tout le développement qui suit). On peut donc très légitimement se demander comment la méthode pourra jamais aboutir aux « choses les plus simples ». D'où une seconde remarque essentielle aux yeux de Descartes[2] : *il existe* des « natures pures et simples », qui ne dépendent d'aucune autre sous aucune considération. Ces natures, qui sont peu nombreuses et qu'il faut s'entraîner à observer, ont le privilège d'être « les mêmes dans n'importe quelle série » (382, 17-383, 10). Elles sont néanmoins très difficiles à trouver d'autant que, même une fois trouvées, il ne s'agira évidemment pas de les mémoriser. D'où l'importance d'un entraînement qui pourrait nous permettre de détecter le simple dans toute question et qui va être un des aspects essentiels de la méthode, dont Descartes a toujours insisté sur l'aspect pratique (384, 1-8). C'est à ce moment crucial que vont intervenir les mathématiques.

1. Cette idée sera développée par la suite au titre du « nombre de relation » : « Il faut aussi remarquer, qu'on doit entendre par nombre de relations des proportions se suivant en un ordre continu » (456, 11-12. Nous rétablissons l'*ordo continualis* traduit par J.-L. Marion en « série continue », pour bien marquer la réapparition de l'ordre).

2. Chaque étape est introduite par un significatif *notandum est* (*primo :* 381, 17 ; *secundo :* 383, 11 ; *tertio :* 384, 9) – ce qui confirme abondamment que Descartes consigne ici des « notes » faites à partir de ses études passées. À l'intérieur de la troisième note, il fera à nouveau trois remarques (*primum adverto,* etc.) qui correspondent à ce qu'il a jugé digne d'être noté (*notatu dignoria* disait la Règle IV) dans son étude des proportions.

### 1.2.2. Le rôle des proportions

Comme Descartes l'a annoncé, l'objectif de la méthode est moins de faire une liste close de toutes les natures simples, selon un modèle du savoir encyclopédique qu'il récuse, que de déterminer un « moyen pour former l'esprit » (à distinguer le simple). C'est ce moyen qu'il va alors exposer en faisant remarquer qu'il faut d'abord « recueillir sans y faire de choix les vérités qui se rencontrent d'elles-mêmes, et voir ensuite peu à peu, si quelques autres se peuvent déduire de ces premières, et derechef d'autres de celles-ci, et ainsi de suite » (384, 12-15). Cette étape est *antérieure* au traitement des questions dites déterminées (*determinatae quaestiones,* 384, 11)[1] et correspond, nous l'avons vu, à la donation de séries déductives sur laquelle la méthode va s'appuyer. Après avoir recueilli ces vérités, nous devons réfléchir à la raison pour laquelle les unes sont plus faciles à trouver que les autres (384, 15-17) et nous servir de ce patron pour explorer le domaine des « questions » qu'on peut leur adresser. C'est à cette fin qu'est mobilisé l'exemple des proportions.

Soit la recherche du double d'un nombre donné qui me permet de passer de 6 à 12, puis de 12 à 24, de 24 à 48, etc. Il apparaît immédiatement qu'il y aura même proportion entre 3 et 6 qu'entre 6 et 12 ou 12 et 24, c'est-à-dire que « les nombres 3, 6, 12, 24, 48, etc., sont en proportion continue » (384, 21-28). Voilà pour la suite de termes directement déduits les uns les autres. C'est peu dire que cet exemple est « presque puéril » et l'on ne voit pas du tout comment Descartes peut en tirer alors la conclusion étonnante qui suit : « À y réfléchir avec attention je comprends, selon quelle raison toutes les questions, qu'on peut proposer touchant les proportions ou les rapports, des choses, sont enveloppées », c'est-à-dire, nous l'avons vu, rien moins que la « somme de toute la science mathématique pure ».

Mais après cette annonce pour le moins intrigante, Descartes explique plus clairement à partir de trois « remarques » pourquoi cet exemple

1. Une question est déterminée, pour Descartes, quand les données sont suffisantes à l'obtention de ce que l'on recherche (AT X, 431, 3-6).

enfantin suffit d'après lui à comprendre le fonctionnement de toute la mathématique pure. La première remarque est que la proportion[1] d'un nombre à l'autre étant toujours la même, la difficulté à trouver les termes successifs n'y changera jamais de nature : *nec mutari naturam difficultatis* (385, 5-12). S'y trouve introduite discrètement cette idée essentielle que ce qui est pertinent est précisément la « nature de la difficulté », c'est-à-dire non pas la série initiale, mais les types de problèmes qu'on peut rencontrer dans son étude. De fait, il n'en va pas de même si je pose le problème inverse, pourtant apparemment très proche : étant donnés deux nombres (par ex. 3 et 12), trouver celui qui est dans la même proportion à l'un et à l'autre (recherche de la « moyenne proportionnelle »). La raison en est que je dois alors considérer la proportion entre les deux pour trouver une nouvelle proportion (385, 13-22). Il s'agit d'un nouveau « genre de difficulté » *(difficultatis genus)*. Si maintenant je demande d'insérer deux moyennes proportionnelles, la difficulté se trouve accrue puisque je dois porter attention à trois termes à la fois pour en trouver un quatrième. Ainsi se dessine un ordre naturel des problèmes qui suivrait le nombre de moyennes demandées, donc le nombre de relation « enveloppées », et corrélativement la plus ou moins grande difficulté à y fixer l'attention du regard *(intuitus)*. Or, et c'est là la remarque fondamentale, *tel n'est pas le cas*. Si, en effet, je demande d'insérer ensuite trois moyennes, il me suffira d'insérer d'abord une première moyenne entre les extrêmes, puis une autre dans chacun des intervalles créés, si bien que cette difficulté se réduit *(reduci)* au même « genre » que la seconde (385, 23-386, 14).

Descartes peut alors s'arrêter et résumer ce qu'il vient de dire en appelant le premier mode « déduction directe » et les suivants « déductions indirectes », où pourront être distingués un premier mode, puis un second, etc. Que tel ait été le but de cette règle, c'est ce que confirme amplement la conclusion : « Et je pourrais continuer ainsi plus avant, et déduire maintes autres conséquences de cet unique exemple ; mais celles-ci suffiront, pour que le lecteur remarque ce que je veux [dire],

1. Je suis le vocabulaire cartésien qui dit « proportion » pour désigner à la fois la suite des termes et le rapport entre deux d'entre eux (et qu'il faudrait plutôt appeler « rapport »). L'amalgame entre ces deux termes (« rapport » et « proportion ») était très répandu et se trouve notamment chez Clavius.

quand je dis qu'une proposition est déduite directement, ou bien indirectement, et pour qu'il pense que, de quelques choses connues très facilement et les premières, ceux qui réfléchissent avec attention et distinguent avec adresse peuvent en trouver de nombreuses dans d'autres disciplines encore » (387, 1-8).

Tout ce développement concorde parfaitement avec l'annonce de la fin de la Règle IV : on y voit Descartes tirer d'une théorie élémentaire des proportions (ici au sens de « suite de termes en proportion »), premier candidat au titre de *mathesis universalis,* et qui plus est sur des aspects assurément très faciles à comprendre, des remarques profondes de méthode permettant de saisir comment s'organise non pas le domaine d'objet, mais les *questions qu'on peut leur adresser*[1]. Descartes accorde tellement d'importance à cet exemple qu'il le reprend *tel quel* dans la Règle XI, en conclusion de sa première partie. Nous citons ce passage intégralement tant il semble effectivement donner la conclusion de ce qu'il faut entendre par « dépendance des propositions simples », objet de cette première partie du traité, et expliquer comment l'usage vient se *régler* sur cette réflexion première (« il faut remarquer, dit Descartes, que la plus grande utilité de cette règle consiste en ce, qu'en faisant réflexion sur la dépendance des propositions simples entre elles, on *acquiert l'usage* de distinguer aussitôt, ce qui est plus ou moins relatif, et par quels degrés on peut le réduire à l'absolu »[2]). Si la méthode cartésienne « dépend beaucoup de l'usage », comme il sera encore dit en ouverture des *Principia,* c'est sur la base d'une réflexion qui permet d'*acquérir* cet usage *(usum acquiramus)* – idée qui concentre d'ailleurs une grande part des difficultés de la gnoséologie des *Regulae,* dans laquelle l'appareil déductif apparaît tantôt comme livré immédiatement par la lumière naturelle, tantôt au terme de l'observation attentive d'un processus complexe[3]. Nous commençons à comprendre que cette difficulté s'ex-

1. Il y a là un argument non négligeable pour justifier la place de IV-B à ce moment du traité (et non en appendice, comme dans la copie de Hanovre).

2. AT X, 409, 8-15. Nous soulignons l'idée que le critère de la *distinction* est ici dépendant d'un usage qui s'acquiert dans ce type de réflexion sur la *mathesis.* L'idée réapparaît d'ailleurs dans l'exemple où sont isolés des *conceptus particulares et distinctos* (409, 26).

3. L'observation tient un rôle central dans l'énoncé de la Règle VI qui commande d'observer *(observare)* les degrés d'enveloppement du simple (381, 4-5, repris en 382, 14).

plique par l'écart entre l'ordre des rapports (de composition), ordre transparent à la raison comme tout objet mathématique, et l'ordre des raisons (d'enveloppement des questions), ordre qui *s'observe* dans le développement des premiers sous une ou plusieurs questions. Quant à savoir ce qu'il faut observer, il n'y a aucune ambiguïté à ce sujet :

« Par exemple, si je parcours quelques grandeurs en proportions continue, je ferai réflexion sur toutes ces [choses]-ci : savoir que, par la même conception ni plus ni moins aisée je reconnais la façon *(habitudinem)*[1] dont la première se rapporte à la seconde, et aussi la seconde à la troisième, la troisième à la quatrième, et tout le reste ; mais que je ne puis concevoir aussi aisément, quelle est la dépendance de la seconde envers la première et la troisième [prises] ensemble, et encore beaucoup plus difficilement celle de la seconde à la première et à la quatrième, et tout le reste. Je connais ensuite par là, la cause qui fait que, si on a donné la première et la seconde seulement, je pourrais trouver facilement la troisième, la quatrième, etc., à savoir parce que cela se fait par des conceptions particulières et distinctes. Mais si on a donné la première et la troisième seulement, je ne reconnaîtrais pas aussi aisément le moyen, parce que cela ne peut se faire, sans une conception qui embrasse ensemble deux d'entre les premières. Si c'est la première et la quatrième qui ont seules été données, j'aurai plus de difficulté encore à regarder les deux moyennes puisqu'elles impliquent ici trois conceptions ensemble, en sorte que par conséquent il semblerait plus difficile encore de trouver à partir de la première et de la cinquième trois moyennes. *Mais il est une autre raison* pour laquelle il en arrive autrement, c'est parce que, même si quatre conceptions sont ici jointes ensembles, elles se peuvent pourtant séparer puisque quatre se laisse diviser par un autre nombre ; en sorte que je pourrais chercher la troisième seule à partir de la première et de la cinquième, puis la seconde à partir de la première et la troisième, etc. Celui qui s'est accoutumé à faire réflexion sur ces matières et sur de semblables, chaque fois qu'il examine une nouvelle question, reconnaît aussitôt, ce qui y engendre la difficulté *(quid in illa pariat difficultatem)*, et quel est le moyen le plus simple de tous [de la résoudre] ; ce qui est d'un très grand secours pour la connaissance de la vérité » (AT X, 409, 15-410, 16. Nous soulignons).

On pourrait, nous dit Descartes, déduire bien des conséquences de ce seul exemple presque « puéril ». Tirons-en au moins une : il est inexact

1. On voit que Descartes supplée ici à « proportion » utilisé dans la Règle VI, le terme plus adéquat de « rapport ». En général, je traduirai *habitudo* par « rapport », comme il était d'usage à l'époque, mais ici, en raison de la répétition (« rapports par lesquels la première se rapporte... »), j'ai suivi la traduction proposée par J.-L. Marion.

que la connaissance (mathématique) se laisse ici penser en termes de maîtrise opératoire de domaine d'objets. Ce point de vue, qui est celui de la synthèse, est rétrospectif et ne correspond pas aux réelles « actions de l'intellect » mises en jeu dans l'exploration effective des champs d'objets. Un exemple élémentaire permet de montrer que le procès effectif commence lorsque la procédure opératoire la plus simple vient buter sur des difficultés, dont l' « enveloppement » relève d'un ordre plus profond et non apparent dans la progression opératoire et transparente des rapports. Ces « remarques » pourraient donc affirmer à peu près le contraire de ce que l'idéal de rationalité des classiques, et notamment la *mathesis universalis,* est censé porter – et sur lequel Kant fera fond pour mettre à distance le modèle mathématique, censé opérer par pure « construction de concepts ». Loin d'établir la position triomphante d'un sujet « maître et possesseur » de ses objets, et d'une *mathesis universalis* arraisonnant le réel dans les rets de ses déductions trop limpides, elles montrent comment le sujet en est réduit à « observer » la structure *problématique* des objets dans la résistance (dans les « difficultés ») qu'ils offrent à la construction. Loin d'aboutir à une chaîne de raison, elles y prendraient leur départ pour tenter de comprendre dans le jeu des questions *la raison de leur enchaînement.*

### 1.2.3. Le rôle de la mathématique universelle : la logique du mathématique comme logique des problèmes

L'attachement à la lettre de la description de la *mathesis universalis,* qui pourrait apparaître d'abord comme plutôt appauvrissant par rapport aux grandes déterminations qui en faisaient un synonyme de la « méthode » ou de la « nouvelle analyse », conduit ici à exhiber sa réelle richesse. Non seulement, nous voyons dans la Règle VI le rôle déterminant qu'elle a pu jouer dans l'édification de la méthode, notamment en ce qu'elle met à son centre cette idée forte d'une logique des problèmes, sur lequel Descartes fondera le succès de sa « géométrie », mais aussi combien le regard méthodologique en a ouvert en retour un sens nouveau. Car même s'il n'est guère explicite sur les fondements mathématiques de sa réflexion, Descartes lève ici une des difficultés principales des dispositifs anciens :

l'articulation entre l'aspect méthodologique (par exemple la « théorie des données » chez Marinus ou la question de l'« analyse » et de la « synthèse » chez Proclus) et l'unité théorique des domaines d'objets donnée à un niveau opératoire (typiquement par les « rapports et proportions »). Nous avons vu comment Proclus insistait déjà, contre Ératosthène et l'*Epinomis,* sur le fait que le second niveau ne pouvait pas suffire à déterminer à soi seul une position de « mathématique universelle » – si, du moins, on voulait pouvoir répondre au défi lancé par Aristote contre toute science universelle prétendant dépasser l'irréductible équivocité de l'être. De même avons-nous vu comment le « mouvement de la pensée » introduit pour soutenir ce niveau opératoire s'appuyait sur la dimension heuristique de la pensée mathématique. Mais cette position parvenait difficilement à se rendre effective dans la mesure où elle restait adhérente au modèle synthétique euclidien.

Il n'est pas exclu, au vu des déclarations de Marinus, qu'on ait cherché – et peut-être Proclus le premier – à concilier cette position avec un modèle analytique plus large. Mais le commentaire de Marinus reste sur ce point au niveau de la simple allusion. Cette ambivalence entre l'aspect opératoire et l'aspect méthodologique de la « mathématique universelle » est accentuée par la « renaissance » du thème, où les deux traitements se développent indépendamment (modèle opératoire chez Van Roomen, modèle méthodologique chez Dasypodius et Alsted) – avec, à l'horizon, une accentuation du problème : un modèle purement méthodologique est toujours en passe de ne pouvoir opérer que dans l'extériorité aux domaines d'objets (selon le modèle de logique comme science universelle légué par Aristote et repris par Ramus) et un modèle purement opératoire est toujours en passe de réduire le champ mathématique à sa partie effectivement maîtrisable à un moment donné, rejetant dans l'ombre son ouverture problématique constitutive[1]. Descartes apparaît ainsi comme le premier auteur du corpus à montrer, sur un exemple élémentaire, comment le

1. Ici aussi, on peut songer à la critique que Ramus avait lancée contre la mathématique euclidienne accusée de trop sacrifier à la *dispositio* et d'avoir ainsi perdu le caractère premier de l'*ars inveniendi* dans toute science. Ce débat, très vif dans la seconde moitié du XVI^e^ siècle, avait pris appui à nouveau sur Proclus, autour des passages consacrés à la distinction problème/théorème Cf. Loget (2001) et Cifoletti (1991).

niveau opératoire et le niveau méthodologique, et plus spécifiquement analytique, peuvent se rapporter l'un à l'autre au sein d'une « mathématique universelle ».

Le modèle qu'il suit, fondé sur la question de l'insertion des moyennes, peut d'abord paraître opposé à celui qu'avait mis en avant Proclus contre ses prédécesseurs et qui était resté dominant à la Renaissance : la « théorie des rapports et proportions » euclidienne. Mais cette impression est trompeuse. Car si porter l'intérêt sur la question de l'insertion des moyennes permet de faire ressortir le niveau des « questions » de l'intérieur de la théorie mathématique et donne une certaine ambiguïté à l'expression « théorie des rapports et proportions », il n'en faut pas moins remarquer que Descartes s'est placé dans le cas très particulier des seules moyennes géométriques (ou « proportionnelles »). L'exemple proposé par la Règle VI n'aurait d'ailleurs aucune valeur de généralité si le domaine de la « mathématique pure » ne se trouvait posé d'emblée comme structuré par les « rapports et proportions », auxquels la question de l'insertion des moyennes est supposée tout entière adossée – un point de vue qui restera d'ailleurs à la base de la conception cartésienne des mathématiques[1]. Dans les *Règles,* cet aspect est surtout apparent, nous l'avons vu, dans la seconde partie du traité. Mais il faut en remarquer l'effectivité dès la première partie, car cela indique à quel point l'intervention d'une « mathématique universelle » est une étape *nécessaire* dans le cheminement cartésien : il faut bien ici que la réflexion de méthode s'appuie sur le fait que la « somme de la mathématique pure » repose ultimement sur un traitement des « rapports et proportions » sans quoi elle n'aurait aucune valeur de généralité.

Mais cela permet également de saisir la relative fragilité de la solution cartésienne. Dans la Règle VI, Descartes fait en effet comme si le régime général des questions pouvait *toujours* s'appuyer sur un régime opératoire donné comme fondement pour la constitution des objets. Se profile ici le problème de *l'existence* des termes satisfaisants à une question – en l'occurrence celui de l'existence d'une ou plusieurs moyennes proportionnelles entre deux termes donnés – et plus généralement, le problème du rapport de l'analyse à la synthèse. Nous verrons qu'il s'agit d'un obstacle

1. Vuillemin (1960), Jullien (1996).

essentiel dans le dispositif des *Regulae,* qui viennent littéralement s'y échouer. Mais comme l'expliquera la fin de la Règle XII, c'est ce qui sépare le traitement des propositions simples de celui des questions proprement dites (429 sq.) et dans l'immédiat, cette difficulté ne nous concerne donc pas.

Quelles que soient les difficultés techniques qui se profilent derrière le montage proposé par la Règle VI, il n'en aura pas moins ouvert une voie nouvelle : ce que montre ici Descartes, c'est que l'organisation des objets est redoublée d'une organisation des problèmes à la fois adhérente à la théorie et pourtant distincte du régime immédiatement défini par la structure opératoire (celui dans lequel le « nombre de relations » serait simplement le nombre de relations entre les termes en présence). Comme il en avertit lui-même, la Règle VI, qui « paraît ne rien enseigner de fort nouveau (...) contient pourtant le principal secret de l'art, et aucune autre n'est plus utile dans tout le traité » (381, 7-8). De fait, on peut facilement saisir l'importance de cette règle en remarquant qu'il s'agit d'un des éléments des *Regulae* qui paraît avoir survécu à leur abandon. La conception de la *mathesis* comme dirigée par des problèmes (des « questions ») plus que par un domaine d'objets capturé par une théorie constituée, est un aspect sur lequel Descartes ne variera pas. Ainsi distinguera-t-il encore en février 1640, dans une lettre à Hoguelande, un sens propre de la *mathesis* comme « habileté à résoudre les questions », à quoi s'oppose une science comme synthèse des résultats acquis, qui n'est à ses yeux qu'une simple « histoire »[1].

Il nous semble que l'attention portée à la manière dont la connaissance se trouvait rapportée si bruyamment dans la Règle VI au sujet connaissant a paradoxalement masqué la figure singulière du sujet qui s'y dessinait. Mais nous pouvons également relire sous ce point de vue les fameuses « règles » du *Discours* : car on ne remarque pas assez que la seconde règle ne porte pas, comme la troisième sur des « objets les plus simples et les plus aisés à connaître », puisqu'il s'agit « de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles qu'il se pourrait, et

1. AT III, 722. Voir également *L'entretien avec Burman,* texte 63, AT V, 177, trad. franç. Beyssade (1981), p. 140.

qu'il serait requis pour les mieux résoudre »[1]. Ce sont les difficultés qu'il s'agit d'abord d'analyser et non les notions – point que Leibniz, comme beaucoup de « cartésiens », semble avoir manqué dans sa critique. C'est d'ailleurs sur cette distinction capitale que s'adosse dans son fond pour Descartes le primat irréductible de l'analyse sur la synthèse[2].

Mais l'importance des remarques des *Regulae* se manifeste surtout directement dans la *Géométrie*. Même si nous avons insisté sur le fait que rien n'autorisait à identifier la *mathesis universalis* avec le « calcul géométrique » de 1637 (ni même d'ailleurs avec le premier essai d'algèbre géométrique présentée dans la seconde partie des *Règles*), nous n'en devons pas moins pointer ici la persistance d'une détermination essentielle : ce qui dirige la démarche cartésienne, et rend l'essai de 1637 si curieusement organisé pour qui y attend un exposé linéaire de la *mathesis,* est en effet clairement l'idée d'une classification des problèmes (en l'occurrence, insistons-y avec Descartes, les problèmes « géométriques » et eux seuls)[3]. Comme l'on sait, Descartes veut indiquer la force de cette approche en résolvant une question qui avait résisté aux anciens géomètres : le fameux « problème de Pappus ». Or sa stratégie consiste précisément à montrer que le degré apparent de complexité opératoire est trompeur et que les courbes entrant dans la résolution du problème se répartissent en « genre », dont le ressort est la possibilité de réduire une équation (qui est l'un des sens de la *quaestio* dans les *Regulae*) à une autre (AT VI, 381-387). Cette classification des solutions s'appuie, comme l'explique le début du livre II, sur une classification des courbes, où le rapport du « genre » à la « réduction » est à nouveau fortement mis en avant[4].

1. AT VI, 18.

2. Voir le fameux texte des Méditations (AT VII, 155-156 / IX (1), 121-122), où Descartes oppose analyse et synthèse comme voie qui enseigne ou non la méthode d'invention.

3. Qu'il suffise d'en rappeler l'ouverture : « Tous les problèmes de géométrie se peuvent facilement réduire à tels termes, qu'il n'est besoin, par après, que de connaître la longueur de quelques lignes droites, pour les construire » (AT VI, 369).

4. Par exemple : « Au reste, je mets les lignes courbes qui font monter cette équation jusqu'au carré de carré, au même genre que celles qui ne la font monter que jusqu'au cube ; et celles dont l'équation monte au carré de cube, au même genre que celles dont elle ne monte qu'au sursolide ; et ainsi des autres. Dont la raison est qu'il y a règle générale pour réduire au cube toutes les difficultés qui vont au carré de carré, et au sursolide toutes celles qui vont au

Au début de la troisième partie, Descartes revient sur cet aspect essentiel de la classification des problèmes en tant que s'y joue la détermination du « plus simple » :

« Encore que toutes les lignes courbes, qui peuvent être décrites par quelque mouvement régulier, doivent être reçues en la Géométrie, ce n'est pas à dire qu'il soit permis de se servir indifféremment de la première qui se rencontre, pour la construction de chaque problème ; mais il faut avoir soin de choisir toujours la plus simple, par laquelle il soit possible de le résoudre. Et même il est à remarquer que par les plus simples on ne doit pas seulement entendre celles qui peuvent le plus aisément être décrites, ni celles qui rendent la construction ou la démonstration du problème plus faciles, mais principalement celles, qui sont du plus simple genre, qui puisse servir à déterminer la quantité qui est cherchée » (AT VI, 442, 4-17)[1].

Si la *Géométrie* a donc commencé par proposer un modèle d'analyse permettant, sous réserve d'une division complète, de trouver « infailliblement les plus simples termes auxquels la question puisse être réduite »[2], ce point de départ lié à la formalisation du problème (par l'algèbre) n'exhibe que l'ordre *naturel* de dépendance des termes[3]. Au début du livre III, Descartes nous met en garde contre les dangers d'une séparation de la recherche du « simple » et de l'analyse des problèmes. L'exemple choisi est tout à fait remarquable, dans la perspective des réflexions ouvertes par la Règle VI, puisqu'il s'agit à nouveau de l'insertion des moyennes proportionnelles. Descartes fait alors remarquer que le mode le plus simple de *construction* de toutes les moyennes proportionnelles est l'usage des courbes décrites par son fameux compas de proportion. S'ouvre apparemment ici une voie royale où le principe général d'acceptation des cour-

carré de cube, de façon qu'on ne les doit point estimer plus composées » (AT VI, 395-396), et le commentaire de J. Vuillemin (1960), p. 107-109, où l'on trouvera le tableau récapitulatif de tous les « genres de courbes » répondant au problème de Pappus.

1. Voir J. Vuillemin (1960), p. 116-117.

2. AT VI, 374.

3. AT VI, 372, 10-18 : « Ainsi, voulant résoudre quelque problème, on doit d'abord le considérer comme déjà fait, et donner des noms à toutes les lignes qui semblent nécessaires pour le construire, aussi bien à celles qui sont inconnues qu'aux autres. Puis, sans considérer aucune différence entre ces lignes connues et inconnues, on doit parcourir la difficulté selon l'ordre qui montre, le plus naturellement de tous, en quelle sorte elles dépendent mutuellement les unes des autres. »

bes en géométrie (le « mouvement continu »), leur mode de construction (le « compas de proportion ») et la résolution des problèmes avanceraient de pair. Or cette voie est réputée mauvaise. En effet, elle manque la classification des problèmes eux-mêmes, qui dans la *Géométrie* va de pair avec la classification des courbes. Elle ne pourra donc pas saisir que la manière la plus simple d'insérer deux moyennes proportionnelles est l'usage des sections coniques et non la courbe complexe tracée par le mode général de construction que fournit le compas de proportion[1].

Autant nous avons donc insisté sur une lecture à ras de texte, qui rend impossible d'identifier trop vite la *mathesis universalis* avec le « calcul géométrique » de 1637 (ni même avec l'algèbre géométrique de 1628), autant on peut argumenter que les remarques de méthode que Descartes a *tiré* de son étude de la *mathesis universalis* ont bien joué un rôle central dans sa constitution, dont l'effet est encore directement perceptible dans la structure même du traité de 1637. Il ne semble donc pas qu'on perde à réduire le sens de la *mathesis universalis* dès lors qu'on prête attention à l'usage qui est fait de cette notion. Cette reconstitution nous laisse alors avec trois questions : tout d'abord, en quoi ces remarques qui relèvent pour le moment des seules mathématiques concerneraient-elles plus généralement « la recherche de la vérité » ? Ensuite, comment l'articulation que Descartes a exposé dans la Règle VI, sans vraiment en élucider le fondement, opère-t-elle en toute généralité dans les mathématiques elles-mêmes ? Enfin, bien sûr, quel rôle cette méthode peut-elle jouer dans le travail de réforme des principes de la mathématique à l'époque des *Regulae* ?

Mais avant de tenter de répondre à ces questions, nous devons en aborder une autre : nous venons de voir que la *mathesis universalis* a une fonction très spécifique dans le dispositif cartésien des *Regulae* qui ne permet de la réduire, en première approche, ni à la « sagesse universelle » évoquée dans la première règle, ni à la « méthode » en général, ni à l'algèbre géométrique esquissée dans la seconde partie du traité. Mais alors, *pourquoi* Descartes se serait-il préoccupé de *mathesis universalis* ? Certes, nous savons que sa méthode commande de commencer par les choses les

1. AT VI, 442-444.

plus aisées à connaître, mais cela ne répond à la question qu'en supposant déjà dégagé un concept de *mathesis universalis*. Comment ce concept est-il dégagé dans les *Règles* ? C'est ce que nous allons étudier dans la partie qui suit en élargissant notre point de vue et en regardant plus en détail le rôle que tiennent les mathématiques dans le dispositif qui se met en place dans les *Regulae*.

## V.2. Retour sur l'étrange apparition de la *mathesis universalis*

### *V.2.1. Règle I à IV-A : le modèle mathématique*

Les *Regulae* s'ouvrent par l'affirmation célèbre d'une unité des sciences (par opposition aux techniques) qui « ne sont rien d'autre que la sagesse humaine, demeurant toujours une et semblable à soi, si différents que puisse être les sujets auxquels elle s'applique » (360, 7-10). Ce thème d'une « sagesse universelle », nous l'avons vu, est assez banal, notamment dans la littérature platonicienne, comme l'est celui de la « chaîne des sciences » mentionnée peu après[1]. Rien n'autorise, sinon un jeu sur le sens étymologique de *mathesis* que Descartes refuse précisément dans la

1. « Si donc quelqu'un se résout à rechercher sérieusement la vérité des choses, il doit ne pas choisir une science particulière : car elles sont toutes conjointes entre elles et dépendent les unes des autres ; mais qu'il pense seulement à l'accroissement de la lumière naturelle de la raison, non pour résoudre l'une ou l'autre difficulté d'école, mais pour que dans chacune des occasions de la vie l'entendement indique à la volonté quel parti choisir. » Nous n'avons aucun besoin de supposer ici une connaissance directe d'un texte comme l'*Epinomis*, puisque le thème était passé dans la littérature latine classique, notamment chez Cicéron et Augustin (Taràn [1975], p. 165-166, qui renvoie à *De oratore*, III, 5-6 et *Pro Archia*, I, 2 ; sur Augustin voir plus haut, p. 268-269). La comparaison avec la lumière du soleil qui ne se divise pas quand elle éclaire les objets est d'ailleurs typiquement augustinienne. Il est également remarquable que la fin proposée (la « recherche de la vérité ») ne soit pas posée ici en vue d'une simple connaissance, mais en vue d'un but plus élevé qui est la direction de la vie elle-même. Sur la vie bienheureuse comme mesure de la volonté par l'entendement, qui s'identifie avec la sagesse comme connaissance de la vérité, cf. *De vita beata*, IV, 35 où se retrouve justement la comparaison avec le soleil.

Règle IV, à y voir une première position de *mathesis universalis*. Cette fin établie, reste à déterminer comment se reconnaît la vérité que l'on vise dans l'unité de la connaissance. Descartes propose alors, selon un geste célèbre, de n'accepter que les connaissances « certaines et évidentes » – ce qui signifie de rejeter les connaissances douteuses et probables (Règle II). C'est dans ce cadre qu'apparaît pour la première fois, sans grande surprise, le modèle mathématique :

« Si nous suivons bien cette même règle, il se présentera fort peu de choses, à l'étude desquelles nous puissions nous adonner. Car peut-être ne se trouve-t-il pas une seule question dans les sciences, sur laquelle des hommes habiles n'aient eu souvent des sentiments différents (...) en sorte que, si nous calculons bien, seules demeurent parmi les sciences déjà inventées l'Arithmétique et la Géométrie, auxquelles l'observance de la présente règle nous ramène. »[1]

Ce modèle posé et opposé aux « machineries des syllogismes », il devient possible de décrire les deux chemins qui permettent d'atteindre à la vérité : l'expérience et la déduction. Mais alors que « l'inférence toute pure » ne peut jamais être trompeuse, il n'en va pas de même de l'expérience en général. Les mathématiques, « seules exemptes du défaut de la fausseté ou de l'incertitude »[2], apparaissent alors comme ayant le privilège de pouvoir fonder leur certitude dans une parfaite transparence *(perspicuitas)* des objets aux déductions :

« D'où l'on conclut évidemment, pourquoi l'Arithmétique et la Géométrie existent de loin plus certaines que les autres disciplines, c'est parce qu'elles seules en effet s'occupent d'un objet si pur et simple, qu'elles ne supposent absolument rien que l'expérience ait rendu incertain, mais consistent tout entières en des conséquences déduites de raison. Elles sont donc de toutes les plus transparentes et les plus faciles, et ont un objet tel que nous demandons, puisqu'à moins d'inattention il ne paraît pas possible qu'un homme s'y trompe. »[3]

D'où l'idée qu'il faut non pas limiter l'étude aux mathématiques, mais à tout le moins demander une certitude égale à celle qu'elles peuvent fournir[4]. La Règle suivante applique ces critères pour rejeter tout recours

1. AT X, 363, 5-20.
2. AT X, 364, 24.
3. AT X, 365, 14-22.
4. *Rectum veritatis iter quaerentes circa nullum objectum debere occupari, de quo non possint habere certitudinem Arithmeticis et Geometricis demonstrationibus aequalem* (AT X, 366, 6-9).

à l'histoire ou aux *Auctoritates* (où apparaît déjà clairement la définition de la *mathesis* comme capacité à résoudre des problèmes : « Car jamais nous ne serons parvenus à être Mathématiciens, quand nous saurions de mémoire toutes les démonstrations de quelques autres, si notre esprit n'est pas propre à résoudre tous les problèmes qui peuvent se trouver » [367, 16-19]).

Afin de bien fixer le cadre de sa recherche, Descartes explicite alors les deux actions de l'intellect qu'il a isolées à partir de l'examen des mathématiques : l'expérience est désormais précisée en *intuitus,* regard « qui naît de la seule lumière de la raison » et traduit le régime premier de l'*evidentia,* et la *deductio,* qu'il faut maintenir dans ses droits « parce qu'un grand nombre de choses sont connues avec certitude, sans être elles-mêmes évidentes »[1]. La déduction ne recouvre donc pas tout processus inférentiel : l'inférence immédiate doit plutôt être rapportée à l'intuition et constitue précisément ce type de transparence remarquable, qui fait la singularité des mathématiques (369, 11-17). La déduction, quant à elle, se caractérise par une « succession », un certain « mouvement continu et nulle part interrompu de la pensée qui regarde en transparence chaque chose à part » (369, 24-26).

Ce premier développement, bien connu, conduit en droite ligne à l'idée de « méthode », introduite dans la Règle IV au titre de « règles certaines et aisées, grâce auxquelles tous ceux qui les auront exactement observées, n'admettront jamais rien de faux pour vrai, et sans se fatiguer l'esprit en efforts inutiles, mais en augmentant toujours [comme] par degrés leur science, parviendront à la connaissance vraie de toutes les choses dont [leur esprit] sera capable » (371, 26-372, 4). D'après ce qui précède, cette méthode a pour tâche d'expliquer comment *faire usage* d'un mode de connaissance réputé naturel[2], dont elle fait l'*expérience* dans les mathématiques – l'hypothèse des « semences de vérités » étant précisément attestée par un singulier : « Ce que nous expérimentons dans les plus faciles des sciences, l'Arithmétique et la Géométrie » (373, 11-12).

1. AT X, 368, 13-21 et 369, 18-23. On notera la distinction entre certitude et évidence, rarement respectée par les commentateurs.
2. AT X, 372, 17-21.

Or ce recours à l'expérience des mathématiques n'est pas, de l'aveu même de Descartes, sans soulever de difficultés : « Nous remarquons en effet que les anciens Géomètres se sont servis de quelque analyse, qu'ils étendaient à la résolution de tous les problèmes, *quoiqu'ils l'aient jalousement caché à leur neveux* » (373, 12-15)[1]. Autant, en effet, il est aisé de soutenir la « naturalité » des actions de l'intellect par la simple existence des mathématiques, puisqu'elles ont servi à les isoler, autant il va être difficile d'y établir du même pas la naturalité de la méthode elle-même. La suite explique d'ailleurs, comme nous l'avons vu, qu'il ne saurait s'agir de fonder la « discipline » que Descartes a en vue sur les mathématiques « vulgaires », c'est-à-dire que la mathématique n'a aucune raison d'être exceptée du mouvement de réforme engagé par l'orientation méthodique.

### *V.2.2. Règle IV-B : l'entrée en scène de la* mathesis universalis

Il fallait retracer ce premier parcours, sa cohérence d'ensemble, et l'apparition avec la *methodus* d'un point de tension dans l'usage des mathématiques, pour rendre sensible l'étrangeté d'apparition de la *mathesis universalis*. On a beaucoup glosé sur le statut incertain du texte même de la seconde partie de la Règle (dite parfois pour cette raison « IV-B »), qui se trouve reportée à la fin de l'ouvrage dans une des copies (celle de Hanovre)[2]. Mais cette « étrange insularité », selon l'expression forgée par J.-P. Weber, a fini par cacher en partie l'étrangeté de contenu que porte ce second moment et cela, *quel que soit l'endroit où on le place*.

Descartes recourant dans ce passage à un style plus proche de la fable autobiographique[3] raconte, en effet, que son étude des mathématiques fut

1. Nous soulignons. Cette analyse des anciens est rapprochée, comme dans le *Discours* (AT VI, 17), d'un « certain genre d'Arithmétique, qu'on nomme Algèbre, qui accomplit touchant les nombres ce que les Anciens faisaient touchant les figures » (AT X, 373, 15-18).

2. Pour une histoire du texte et une description des différentes copies qui nous sont parvenues (l'original est perdu), voir Crapulli (1966), p. I-XXXIII. Ce n'est certes pas un hasard si le travail de démontage des *Regulae* accompli par J.-P. Weber (1964) s'ouvre par une étude de la Règle IV, par l'intermédiaire de laquelle la Règle II se trouverait mise en défaut.

3. Selon la fameuse expression de la première partie du *Discours de la Méthode* : « Mais, ne proposant cet écrit que comme une histoire, ou, si vous l'aimez mieux, que comme une fable, en laquelle, parmi quelques exemples qu'on peut imiter, on en trouvera peut-être aussi plu-

loin de confirmer qu'elles étaient seules « exemptes du défaut de la fausseté et de l'incertitude » (364, 24). S'étant dirigé vers l'Arithmétique et la Géométrie, qu'on disait être « comme des chemins vers les autres [sciences] », il y fit d'abord l'expérience d'une profonde *déception* : « En aucune des deux ne me tombaient alors entre les mains d'Écrivains, qui me satisfassent pleinement » (375, 1-3). Cette déception est liée à deux reproches courants qui venaient ébranler le modèle de certitude fourni par les mathématiques : le recours suspect des géomètres à l'intuition sensible (notamment aux constructions de figures) pour la démonstration de leurs propositions[1] et le recours des arithméticiens à des calculs vides et confus[2] ; il n'est rien de plus vain, conclut alors Descartes, que « de s'appliquer à ces démonstrations superficielles, qu'on découvre plus souvent par la fortune que par l'art, et qui touchent plutôt les yeux et l'imagination que l'entendement, que nous en perdions en certaine façon l'usage même de la raison ; et tout ensemble rien n'est plus compliqué, que de dégager au moyen de cette façon de prouver les nouvelles difficultés qui sont mêlées à la confusion des nombres » (375, 16-22). Nous retrouvons ici cette difficulté que les mathématiques existantes, bien que fondées sur l'intuition et la déduction (actions naturelles de l'esprit), ne fournissent *pas* d'exemple de traitement méthodique.

Pourquoi chercher dès lors dans « ces démonstrations superficielles, qu'on découvre plus souvent par la fortune que par l'art » quelque appui pour l'élaboration de la méthode ? Le *Discours* fournira en ce point de déception une réponse simple, celle d'aller chercher *ailleurs* : « *Ce qui fut cause* que je pensai qu'il fallait chercher *quelque autre méthode,* qui, comprenant les avantages de ces trois [*scil.* logique, analyse des géomètres et

sieurs autres qu'on aura raison de ne pas suivre » (AT VI, 4, 14-20). Voir également la lettre de Guez de Balzac du 30 mars 1628, où il est fait mention de l' « histoire de votre esprit » que Descartes aurait en préparation (AT I, 569-571).

1. AT X, 375, 5-9 : « À propos des figures aussi, ils en faisaient voir beaucoup en une certaine manière à mes yeux mêmes, et ils les concluaient à partir de certaines conséquences [de raisons] ; mais ils ne semblaient pas montrer à l'esprit pourquoi ces choses étaient ainsi, et comment on les trouvait. »

2. AT X, 375, 13-15 : « Car en réalité il n'est rien de plus vain, que de s'occuper de nombres nus et de figures imaginaires, en sorte de paraître vouloir s'arrêter à la connaissance de telles niaiseries. »

algèbre], fût exempte de leurs défauts. »[1] Rien de plus attendu : la décision de rechercher le vrai par des moyens nouveaux semble naturellement appeler une réorganisation des savoirs (quitte à en conserver certains éléments en les « ajustant »[2]) ; elle prend donc appui sur la déception pour confirmer la résolution d'une refondation *radicale.* Le début de la seconde partie du *Discours* insistera d'ailleurs sur le fait qu'en matière de « méthode », rien n'est plus dangereux que de bâtir sur de « vieux fondements »[3]. On s'attendrait à ce que Descartes procède de même dans les *Règles,* l'absence d'une mathématique méthodique conduisant à un mouvement de réforme de cette discipline et par là même de l'ensemble des connaissances. À en croire certains commentateurs procédant par simple parallèle avec le *Discours,* on pourrait d'ailleurs croire que c'est précisément le mouvement suivi par Descartes au titre de la *mathesis universalis,* considérée alors comme un *programme.*

Mais ce n'est pas du tout ce que propose la deuxième partie de la Règle IV qui s'en remet alors... à la tradition ! La relance du projet se fait, en effet, par un second recours aux *Auctoritates,* en l'occurrence « les premiers qui inventèrent autrefois la Philosophie » et qui « ne voulaient recevoir dans l'étude de la sagesse personne qui ne fût versé dans la *Mathesis* » (375, 23-25). La surprise n'est pas tant ici la référence aux Anciens que la manière dont elle vient résoudre une difficulté sur la *certitude* des mathématiques. De fait, la partie A de la Règle avait procédé, elle aussi, par un recours aux Anciens et on pourrait donc estimer que ce recours a simplement pour fin d'indiquer que la méthode cartésienne est « naturelle »[4]. Mais, indépendamment de la tension qui apparaissait précisément en ce

1. AT VI, 18, 5-8. Nous soulignons.

2. AT VI, 13, 27-14, 1 : « Pour toutes les opinions que j'avais reçues jusqu'alors en ma créance, je ne pouvais mieux faire que d'entreprendre, une bonne fois, de les en ôter, afin d'y en remettre par après, ou d'autres meilleures, ou bien les mêmes, lorsque je les aurais *ajustées au niveau de la raison.* » Nous soulignons.

3. AT VI, 14, 3-4.

4. AT X, 373, 3-7. J.-L. Marion a beaucoup insisté sur l'idée d'un parallèle entre les parties A et B et a donné dans son édition un utile tableau comparatif des concordances entre les deux parties (p. 145). Cette correspondance lui permettait de refuser la césure très forte défendue par Weber (1964, p. 17) et venait appuyer l'interprétation proposée dans *Sur l'ontologie grise,* § 9 : « Esquisse d'une reconstitution de la Règle IV : le double texte, l'unique question » (p. 55 sq.).

point (la méthode mathématique étant réputée également « jalousement cachée »), remarquons que la démarche était alors fort différente. Dans la partie A, comme dans le *Discours,* c'est l'exigence de méthode qui commande l'inspection des mathématiques sous le motif qu'elle n'a pu paraître inaperçue, notamment « dans les plus faciles des sciences, l'Arithmétique et la Géométrie ». Descartes ajoute d'ailleurs que « ces deux sciences [*scil.* L'Analyse des anciens et l'Algèbre des modernes] ne sont rien d'autre, que des fruits naturellement mûris d'eux-mêmes, à partir des principes de notre méthode qui sont naturellement en nous »[1]. C'était d'ailleurs un des lieux communs du rapport aux mathématiciens anciens, comme le redira la partie B avec l'exemple de Pappus et Diophante, que de supposer l'existence d'une méthode d'analyse cachée qui permettait de justifier la perfection de leurs exposés[2]. Dans le *Discours de la méthode,* le recours aux mathématiques se fait également sous la condition du dessein méthodique qui permettra de *sélectionner* ce qui est acceptable et ce qui ne l'est pas, comme le rappelle la célèbre déclaration : « J'emprunterais tout le meilleur de l'analyse géométrique et de l'algèbre, et corrigerais tous les défauts de l'une par l'autre. » Dans tous ces passages, comme dans la Règle II, les mathématiques sont immédiatement considérées du point de vue de la norme méthodique, c'est-à-dire de la *certitude* que la méthode nous permet d'y distinguer[3]. Mais on prête rarement attention au fait que la partie B part, quant à elle, non de la méthode, mais de l'*incertitude* des mathématiques.

1. AT X, 373, 17-19. La suite précise : « Et je ne m'étonne pas qu'ils aient jusqu'à ce jour grandi plus heureusement touchant des objets très simples de ces arts-ci, qu'en d'autres, où de plus grands embarras les étouffent ordinairement ; mais où aussi pourtant, pourvu qu'on les cultive avec le plus grand soin, ils pourront sans aucun doute parvenir à parfaite maturité » (19 24).

2. On sait que Viète avait comme projet de « restaurer » cette analyse dans un traité qu'il annonce dans l'*Isagoge* de 1591, mais qu'il n'eut pas le temps de mener à son terme. Voir également la citation de Mersenne donnée plus haut (p. 247). Ce lieu commun sera répété dans les *Secondes réponses* : « Les anciens géomètres avaient coutume de se servir seulement de la synthèse dans leurs écrits, non qu'ils ignorassent entièrement l'analyse, mais, à mon avis, parce qu'ils en faisaient tant d'état, qu'ils la réservaient pour eux seuls, comme un secret d'importance » (AT IX, 122).

3. « Car enfin la méthode qui enseigne à suivre le vrai ordre, et à dénombrer exactement toutes les circonstances de ce qu'on cherche, *contient tout ce qui donne de la certitude aux règles d'arithmétique* » (AT VI, 21, 16-17). Nous soulignons.

On peut, certes, objecter que ce qui est mis en question n'est pas, à proprement parler, la certitude des mathématiques, puisque Descartes précise que des résultats qu'on lui présentait sans méthode, il pouvait néanmoins en expérimenter la vérité en faisant les calculs (375, 4-5). Mais rappelons-nous que la *quaestio de certitudine* ne consistait nullement à *contester* la certitude des mathématiques (que Piccolomini déclarait d'ailleurs *in primo gradu certitudinis*), mais à en évaluer le degré, notamment en fonction du critère fourni par la connaissance causale. Or s'il n'est pas directement question ici de cause, la critique de Descartes n'est pas moins claire puisqu'il reproche qu'on n'ait pas su lui montrer « pourquoi les choses étaient ainsi, et comment on les trouvait » (*quare ita se habeant, et quomodo invenirentur* [375, 7-8]). Même si la formulation est certainement trop rapide pour qu'on puisse conclure à quelque résurgence de la *quaestio de certitudine,* il n'en faut pas moins remarquer que la *mathesis universalis* intervient bien ici dans le cadre d'une mise en question plus générale portant non sur la vérité des résultats mathématiques, mais sur la valeur du modèle explicatif fourni par cette science – en quoi elle opère dans un contexte parfaitement homogène à celui qui prévalait chez les prédécesseurs de Descartes et dont nous avons vu qu'il avait été le principal vecteur du thème de la « mathématique universelle » à la Renaissance.

*
* *

Une fois déçu par les mathématiques qui ne sont, contrairement aux affirmations des *Auctores,* ni simples, ni sûres, il ne reste donc à l'auteur qu'à s'encourager... en rappelant à sa mémoire les « premiers qui inventèrent autrefois la Philosophie ». La suite n'en est pas moins surprenante, ne serait-ce que par le lexique employé, puisqu'après avoir « soupçonné » *(suspicatus sum)* que les Anciens devaient avoir connu « une certaine *Mathesis* fort différente de celle qui règne communément en notre siècle », Descartes signale que la lumière naturelle leur donnait certes accès aux « vraies idées de la Philosophie et de la *Mathesis* », mais, précise-t-il aussitôt, « quoiqu'ils n'aient pu encore atteindre parfaitement à ces sciences mêmes » *(quamvis ipsas scientias perfecte consequi nondum pos-*

*sent)*[1]. De fait, nous ne disposons, pour nous rassurer, que de « traces » *(vestigia)* :

« Et je croirais presque que, par une ruse détestable, ces Écrivains eux-mêmes [*scil.* les anciens mathématiciens, ici Pappus et Diophante] l'ont supprimée ensuite de leurs écrits ; car comme il est constant que font maints artisans pour leurs inventions, ils ont craint peut-être, parce qu'elle était très facile et simple, qu'elle ne se perdît en se divulguant, et ils ont préféré nous faire voir à sa place quelques vérités stériles démontrées par des conséquences tirées très finement, comme un effet de leur art, pour que nous les admirions, plutôt que de nous enseigner leur art lui-même, ce qui eût ôté toute occasion d'admiration » (AT X, 375, 23-377, 2).

Quant à l'art algébrique des Modernes, il ne pourrait être identifié à la *vera Mathesis* que « si seulement on pouvait le débarrasser de la multiplicité des nombres et des figures, qui le ruinent *(quibus obruitur)* ». Tout cela, certes, relève à l'évidence de « lieux communs » sur l'art caché des Anciens, mais on n'en est pas moins tenté, à ce point du traité, de rappeler à l'auteur l'énoncé de la Règle III qui limitait justement le champ de la connaissance à ce que l'entendement peut apercevoir dans sa propre activité et non, *en aucune façon* (*non aliter scientia acquiritur* disait Descartes), à ce que nous pouvons en conjecturer *(suspicemur)*, surtout par des « traces »[2], ou à ce qu'en rapportent les autres *(quid alii senserint)*.

Assurément, ces différents éléments rendent l'apparition de la *mathesis universalis* problématique, indépendamment même du statut du texte. Il n'y a donc rien d'étonnant à voir s'affronter en ce point les interprètes : de fait, le processus qui mène à la *mathesis universalis* offre une certaine résistance à toute insertion dans le projet méthodique (et qu'on reporte la Règle IV-B à la fin du traité ne changera rien à l'affaire, sinon à faire prendre conscience du problème le plus tard possible). Pourquoi ne s'être pas contenté de la version « A » où la mathématique se déploie sous les « principes naturels » de la méthode et ouvre la tâche d'un perfectionnement de l'analyse et d'une réforme de ses principes ? Pourquoi, plus généralement, mettre la certitude des mathématiques en question, alors qu'elle

1. AT X, 376, 20 qui fait écho à 376, 5.
2. AT X, 367, 24 : « Nous sommes avertis, de ne jamais mêler la moindre conjecture aux jugements que nous portons sur la vérité des choses. »

a été jusqu'à présent appuyée avec force ? Quel soutien les Anciens pourraient-ils ici nous apporter, surtout s'ils ne possédaient pas parfaitement cette « vraie mathématique » et que nous en sommes réduits à des conjectures ?

Gardons-nous de croire que ces difficultés, puisque liées à la contingence du parcours suivi, sont anecdotiques dans notre cheminement. D'après l'explication que donne Descartes, c'est *parce qu'*il s'est heurté à ces difficultés qu'il en est venu à une question plus radicale : qu'entend-on finalement par *mathesis* ? L'interrogation se reporte alors sur le nom d'une discipline dont ce qui est devenu mystérieux aux yeux de Descartes est clairement son *identité* : « Comme ces pensées m'avaient détourné des études particulières de l'Arithmétique et de la Géométrie pour m'appeler à une recherche générale sur la *Mathesis,* je m'interrogeais d'abord sur ce que tous comprennent très précisément par ce nom... » Nous retrouvons ici le questionnement des Anciens : dans une philosophie qui pose comme principe l'unité de la connaissance (ici, dès la première Règle, au titre de la « sagesse universelle » sous la norme de la certitude), il est nécessaire que les sciences existantes et acceptées comme données témoignent, d'une manière ou d'une autre, de cette unité d'ensemble ; or, comme le rappelle Descartes, ce n'est justement pas l'expérience que l'on peut en faire : autant nous trouvons des déductions formellement inattaquables, autant elles ne paraissent pas menées sous l'unité d'une méthode, mais trouvées « plus par la fortune que par l'art ». Du coup, l'unité théorique des différents domaines d'objets devient elle-même problématique. C'est cette nouvelle difficulté, plus fondamentale, que vient résoudre l'affirmation d'une unité de la mathématique donnée par « l'ordre et la mesure » et, surtout, par l'existence d'une « science générale » s'y rapportant. Comme nous le comprenons par la suite, c'est alors l'ensemble de la difficulté qui se trouve réglée puisque le philosophe se trouve dès lors en possession d'une science très simple et très aisée, sur laquelle il pourra faire fond pour engager sa réflexion méthodique.

Or, ce qui frappe, une fois dégagé ce rôle fondamental, est le coup de force qui porte alors l'entrée en scène de la *mathesis universalis.* Non seulement aucun lien conceptuel ne relie la première question (sur la valeur de modèle méthodologique des mathématiques) à la seconde (sur l'unité des

mathématiques)[1], mais le *debet* qui permet de passer du diagnostic d'unité des mathématiques par l'ordre et la mesure à la science générale qui explique les questions qu'on lui adresse est présenté *sans aucune justification*[2]. Toute la difficulté est pourtant là : l'unité des mathématiques par « l'ordre et la mesure » ne donne *a priori* aucun droit à l'existence d'une science générale.

Nous retrouvons ici un trait constant de notre cheminement : la *mathesis universalis* est présentée comme une donnée (et non comme un problème ou un programme), alors même qu'elle paraît extrêmement problématique. Il faut donc prendre au sérieux la suite de la règle qui insiste sur le fait que cette justification n'est pas nécessaire puisque « tous connaissent son nom et entendent ce dont elle se préoccupe ». Plus profondément, nous voyons que tous les traits que nous avons dégagés comme distinctifs par une lecture directe de la seconde partie de la Règle IV (ancienneté, simplicité, caractère « bien connu » de tous, distinction d'avec la méthode) s'avèrent des pièces *essentielles* du dispositif soutenant l'arrivée de la *methodus* : si la *mathesis universalis* n'était pas bien connue de tous et depuis les temps les plus anciens, il n'y aurait aucune manière de passer sans justification de l'unité des domaines d'objets (« l'ordre et la mesure ») à la science générale qui en déploie les questions[3]. Avec cette remarque s'achève notre premier parcours en compagnie de la *mathesis universalis* prise pour elle-même, dont nous espérons avoir indiqué et la cohérence et le rôle central dans la constitution de la « méthode ». Reste alors à comprendre comment la *mathesis universalis,* dont le domaine d'effectivité paraît pour le moment étroitement lié aux mathématiques, pouvait effectivement donner prise à une méthode *générale* de recherche de la vérité.

1. Sinon une simple association d'idées : *Quæ me cogitationes cum a particularibus studiis Arithmetiæ et Geometriæ ad generalem quamdam Matheseos investigationem revocassent* (AT X, 377, 10-12).

2. C'est bien pourquoi, nous semble-t-il, la plupart des commentateurs ont considéré, même si ce n'est pas du tout ce que dit Descartes ici, qu'elle était de l'ordre du *programme.*

3. Entendons bien : il n'y aurait aucun moyen *à ce point du traité,* car il ne fait pas de doute à nos yeux que la construction de la Règle VI a précisément pour but de montrer sur un exemple très simple que le passage entre les différents niveaux où agit l'*ordo* en mathématiques est parfaitement évident à qui veut bien y réfléchir. En d'autres mots, les mathématiques ont ceci de particulier que le règlement des problèmes s'y donne sous une forme homogène au traitement des objets. Mais une telle conception, qui fait toute la force et toute la modernité du point de vue cartésien, Descartes ne pouvait certainement pas la supposer acquise dès la Règle IV.

## V.3. *Mathesis* et méthode

Il y a deux types d'exemplarité de la *mathesis*. La première est liée aux « actions naturelles » de l'esprit : *intuitus* et *deductio*, la mathématique servant de modèle « transparent » à l'aune duquel peuvent s'évaluer les autres formes de connaissance ; la seconde est liée à la mise en place de la *methodus*, qui demande à ce que de nouvelles déductions puissent être *trouvées* dans la marche en avant de la connaissance (*quomodo deductiones inveniendae sint* [372, 13]) – la difficulté étant que l'expérience d'un tel modèle de découverte du vrai fait défaut dans la mathématique existante ou, ce qui revient au même, qu'il faudrait avoir *déjà* accompli la réforme méthodique des mathématiques pour l'avoir à disposition. La fin de la Règle VI thématise explicitement ce dédoublement en expliquant qu'il y a en fait deux modalités de la *deductio* : celle, directe, qui correspond à l'exercice « naturel » de la synthèse déductive à partir des données évidentes ; celle, « indirecte », qui se déploie dans l'organisation des questions. Ce qui assure le lien de l'une à l'autre est alors donné dans l'exemple privilégié d'un traitement des proportions, dont nous avons vu que Descartes n'hésite pas à dire qu'il permet d'épuiser la « somme de la mathématique pure ». La *mathesis universalis* est donc bien plus qu'une occasion pour quelques remarques de méthode : elle en est un soutien essentiel ; c'est par elle qu'est établi le lien d'une *deductio* à l'autre, où se résorbe la tension apparue dans la Règle IV. Mais en quoi l'exemple « presque puéril » de l'insertion des moyennes proportionnelles, qui a permis d'établir le lien des « questions » aux opérations, pourrait-il nous servir dans les autres sciences ? La difficulté est d'autant plus patente que Descartes exclut à plusieurs reprises l'idée d'un modèle procédant *ex vi formae*[1]. Il serait donc

1. « Mais peut-être plusieurs s'étonneront-ils, qu'en ce lieu, où nous recherchons, le moyen de nous rendre plus propres à déduire les vérités les unes des autres, nous omettions tous les préceptes des Dialecticiens, par lesquels ils pensent régir la raison humaine, en lui prescrivant certaines formes de discours *(formas disserendi)*, qui concluent si nécessairement, que la raison qui s'y fie, quand même elle s'amuserait en quelque manière à négliger la considération

absurde de tirer simplement de l'exemple des proportions une *forme* générale de raisonnement qu'il s'agirait de transposer dans d'autres domaines que les mathématiques pures. Comme nous l'avons vu déjà à plusieurs reprises, c'est l'objet même des mathématiques qui permet une forme de transparence à la *deductio* où se fonde le jeu sur les différentes figures de l'*ordo.*

Cette difficulté est explicitement mise en avant dans la Règle VIII. La recherche d'une organisation des questions, y explique Descartes, suppose qu'on veille toujours à maintenir le critère d'évidence sans quoi on risquerait de s'engager dans des voies sans issue (au cas notamment où une question venant « en premier » ne recevrait pourtant pas de réponse)[1]. Cette orientation joue un rôle important dans l'explication de la méthode. Elle indique, en effet, qu'un examen critique des limites de la connaissance « n'est pas une moindre science, que celle qui fait voir la nature de la chose même » (393, 18-20). Mais c'est surtout l'exemple apporté qui va nous intéresser :

« Si quelqu'un qui a étudié la Mathématique seulement demande cette ligne, qu'on nomme en Dioptrique anaclastique (...), il remarquera sans doute aisément, suivant les cinquième et sixième règles, que la détermination de cette ligne dépend de la proportion, qu'observent les angles de réfraction avec les angles d'incidence ; mais il ne sera pas capable d'en poursuivre la recherche, puisqu'elle ne concerne pas la *Mathesis,* mais la Physique, il sera ici contraint de s'arrêter au seuil (...). C'est en vain aussi qu'il supposera entre les angles de cette sorte une certaine proportion, qu'il soupçonnera être la plus vraie de toutes ; car il ne chercherait alors plus l'anaclastique, mais seulement une ligne, qui suivrait la raison de sa supposition.

« Si au contraire un homme, qui n'a pas étudié la Mathématique seulement, mais qui, suivant la première règle, désirerait chercher la vérité dans tout ce qui se présente, est tombé dans la même difficulté, il trouvera en outre, que cette proportion entre les angles d'incidence et de réfraction dépend [encore] du chan-

attentive et évidente de l'inférence, pourrait cependant en conclure quelque certitude par la vertu de la forme *(ex vi formae)* : c'est que nous avons remarqué que souvent la vérité s'échappe de ces liens *(ex istis vinculis),* cependant qu'y demeurent précisément empêchés ceux mêmes, qui en ont usé » (RX, AT X, 405, 21-406, 5).

1. « Si dans la suite de choses à chercher s'en présente une, que notre entendement ne puisse regarder assez bien, il faut s'arrêter là, et il ne faut point examiner les suivantes, mais s'abstenir d'un travail superflu » (AT X, 392, 10-13).

gement de ces angles mêmes selon la variété des milieux ; et derechef que ce changement dépend de la façon, dont le rayon pénètre à travers tout le diaphane, et que la connaissance de cette pénétration suppose que la nature de l'action de la lumière soit aussi connue ; enfin que pour entendre bien l'action de la lumière il faut savoir ce qu'est en général une puissance naturelle, ce qui à la fin est dans toute cette suite le terme le plus absolu » (AT X, 393, 22-395, 4).

Cet exemple ferme immédiatement une interprétation courante du rôle de la méthode cartésienne, où l'on veut voir les premiers développements de l'idéal de la « science moderne » : en aucun cas, la généralité de la méthode que Descartes a appuyé sur l'exemple de la *mathesis* ne proviendra simplement de ce qu'on aura *appliqué* une forme mathématique (par exemple, certaines proportions découvertes par l'analyse du problème) à l'étude des phénomènes réels[1]. La suite de questions, dont nous avons vu qu'elle est ce que vise proprement la recherche du simple, est mobilisée ici pour distinguer la *mathesis* de la physique. Cela n'invalide en rien le schéma de la Règle IV qui plaçait l'Optique parmi les sciences mathématiques, et donc sous la dépendance de la *mathesis universalis* : il s'agira bien, au bout du compte, de trouver une courbe, ce qui implique un usage de la *mathesis,* que l'enquête physique complète plus qu'elle ne le conteste. Ainsi il reste vrai que la *mathesis universalis,* comme science des proportions, comprend les mêmes difficultés que les sciences qui lui sont soumises. Mais il reste non moins vrai qu'elle ne comprend *pas* celles qui sont liées à leurs objets particuliers et que cette connaissance est nécessaire à l'achèvement d'une connaissance méthodique[2].

Il est donc inexact que l'idée de « méthode » s'appuie sur la *mathesis* au sens où elle aurait comme visée quelque chose comme une « mathémati-

1. Un grand nombre d'auteurs, de Brunschvicg et Boutroux à Schuster, ont défendu l'idée que la « mathématique universelle » des *Regulae* renvoyait à un programme général plus orienté par les recherches physiques que mathématiques. D. Garber (1987) a opposé à cette lecture le fait que la Règle VIII est un des rares exemples que Descartes donne de sa méthode à l'époque des *Regulae* et qu'elle repose sur une *opposition* de la physique et de la *mathesis.* Mais comme il lui fallait également admettre l'idée d'un lien de la méthode et de la *mathesis universalis* établi dans la Règle IV, il était alors conduit à distinguer *deux* méthodes, la première s'identifiant alors à la *mathesis universalis* (p. 72 ; thèses similaires dans Garber (1999), p. 60-61, la longue note 6).

2. Le fait de ne pas identifier *mathesis universalis* et méthode permet ici de sortir du dilemme où se trouve pris l'interprétation de D. Garber.

sation » des phénomènes. Il faut garder cette remarque en mémoire pour bien saisir le fonctionnement de la seconde partie des *Regulae,* dont on a trop tendance à considérer qu'elle commence avec le traitement des équations (Règle XIV sq.) en oubliant le traitement préalable et fondamental, bien que lacunaire dans la version qui nous est conservée, des types de causalités (Règle XIII). En fait, les équations ne seront introduites que par « transport » *(transfere)* d'un problème qu'on est censé avoir *préalablement* analysé d'une façon méthodique. Mais ce premier exemple accentue plutôt la difficulté : en quoi des remarques fondées dans la Règle VI sur le traitement des proportions pourraient-elles donc avoir une valeur méthodologique générale pour le traitement des « questions », puisque les questions du physicien commencent là où celles du mathématiciens doivent s'arrêter ?

La Règle VIII propose alors un autre exemple, « le plus excellent de tous », qui va nous aider à répondre. Conduit par l'idée qu'il faut trouver les *questions* les plus simples, on parvient, en effet, à la question dont dépendent de droit toutes les autres en matière de connaissance et qui est tout simplement : « Que pouvons-nous connaître ? » Or cette question admet une réponse directe : « On ne peut rien connaître avant l'entendement, puisque de lui dépend la connaissance de toutes les autres choses et non le contraire. » Les autres modes de connaissance (imagination, mémoire, sens) peuvent dès lors être classés en fonction de leur plus ou moins grande « proximité » à ce terme absolu (395, 25-396, 10 ; 398, 26-399, 4).

« Ainsi donc rien ne peut être ici plus utile que de chercher, ce qu'est la connaissance humaine et jusqu'où elle s'étend. C'est pourquoi nous embrassons maintenant ceci même en une question unique, dont nous jugeons bon par les règles déjà traitées de faire l'examen avant toutes les autres ; et c'est ce que doivent faire une bonne fois dans la vie chacun de ceux qui aiment tant soit peu la vérité : parce que cette recherche contient les vrais instruments du savoir et la méthode tout entière » (AT X, 397, 27-398, 5).

La réflexion de méthode appuyée sur les mathématiques dans la Règle VI se replie donc en quelque sorte sur elle-même pour amener à la question qui *devrait* être traitée « avant toutes les autres » et esquisser l'horizon de ce que Descartes désigne comme la « méthode tout entière ».

Bien plus, le philosophie avoue même à cette occasion qu'il n'a pas commencé par la question qu'il faut poser « avant toutes les autres ». Mais le plus étonnant est certainement que cette conception inchoative, qu'on associe rarement à l'idée de méthode cartésienne, se trouve *assumée* et *explicitée* :

« On peut donc comparer cette méthode à ceux d'entre les arts mécaniques, qui n'ont nul besoin du secours de quelques autres, mais tirent d'eux-mêmes la manière dont il convient de fabriquer leurs propres instruments. Si quelqu'un voulait en effet exercer l'un d'entre eux, par exemple, celui du forgeron, mais qu'il soit démuni de tous les instruments, au début il serait certes contraint d'employer une pierre dure, ou quelque masse grossière de fer en guise d'enclume, de se choisir un caillou en lieu de maillet, d'assujettir des bois en tenailles, et d'en rassembler selon la nécessité d'autres de cette sorte : ceux-ci une fois préparés, il n'entreprendra point aussitôt de forger des épées ou des casques, ni rien de ce qu'on fabrique avec du fer, à l'usage d'autrui ; mais avant toutes choses, il se forgera des maillets, une enclume, des tenailles, et tout le reste des outils nécessaires. »[1]

Ne s'agit-il pas simplement de rappeler la contingence de tous les commencements que le regard rétrospectif permet justement de rétablir dans un développement linéaire ? Descartes ne parle-t-il par ici du contexte de découverte en général, plutôt que de la méthode qu'il a lui-même effectivement suivie dans les *Règles* ? La phrase suivante lève clairement l'ambiguïté :

« Cet exemple nous instruit, *puisque dans ces commencements nous n'avons pu trouver que quelques préceptes mal fondés, et qui paraissent naturellement mis en nos esprits plutôt qu'obtenu par [notre] art,* de ne pas aussitôt employer leur secours pour tenter de trancher les débats des Philosophes, ou de défaire les nœuds des Mathématiciens : mais d'abord de les utiliser à rechercher avec le plus grand soin tous les autres, qui peuvent être plus nécessaires pour faire l'examen de la vérité » (AT X, 397, 16-23. Nous soulignons).

Descartes explique donc que le chemin qu'il a suivi repose sur des préceptes « mal fondés », puisque naturellement mis en l'esprit plutôt qu'obtenu par l'art. Le fameux « cercle » de la méthode cartésienne qui

1. AT X, 397, 4-16. Le latin dit : *Haec methodus siquidem illas ex mechanicis artibus* imitatur (nous soulignons).

s'appuie sur une évidence qu'elle est censée exhiber et sur lequel le commentaire cartésien vient régulièrement buter, est donc posé ici comme *constitutif*. Nous devons donc prendre au sérieux la fable autobiographique de la Règle IV et, avec elle, ce que la méthode cartésienne porte de contingence. On peut bien sûr voir là un des multiples exemples de difficultés, sinon de contradiction, liées au caractère composite du traité. Mais il se trouve que cet aspect est encore mis en avant par le *Discours*, où l'aspect biographique est évidemment une composante centrale :

« Mais je ne craindrai pas de dire que je pense avoir eu beaucoup d'heur, de m'être rencontré dès ma jeunesse en certains chemins, qui m'ont conduit à des considérations et des maximes, dont j'ai formé une méthode, par laquelle il me semble que j'ai moyen d'augmenter par degré ma connaissance, et d'élever peu à peu au plus haut point, auquel la médiocrité de mon esprit et la courte durée de ma vie lui pourront permettre d'atteindre » (AT VI, 3, 3-11).

La méthode relève moins ici d'une théorie, que d'une pratique et l'on sait d'ailleurs que Descartes prendra soin de préciser à Mersenne : « Je ne mets pas *Traité de la Méthode*, mais *Discours de la Méthode*, ce qui est le même que *Préface* ou *Avis touchant la Méthode*, pour montrer que je n'ai pas dessein de l'enseigner, mais seulement d'en parler. Car comme on peut voir de ce que j'en dis, *elle consiste plus en pratique qu'en théorie*. »[1]

De ce point de vue, il ne semble pas que la description de la Règle VIII constitue quelque anomalie de la conception cartésienne. La manière dont la méthode s'est appuyée sur la *mathesis universalis* doit être comparée au mouvement d'affinement des outils qui, des « actions naturelles » de l'intellect nous fait passer à un usage plus riche de la *deductio*[2]. La question qui s'ouvre alors est de déterminer dans quelle mesure cet usage « instrumental » se distingue d'un usage « formel » (de la déduction) que Descartes a explicitement rejeté. Mais ce développement a également pour nous une autre importance : il fixe, en effet, pour la suite un *nouveau* programme. Pour pouvoir avancer, il faudra déterminer quels sont les différents « genres de connaissance » et, corrélativement, quels sont les

1. À Mersenne, 27 février 1637 (AT I, 349). Nous soulignons.

2. Il doit donc être mis dans la continuité des deux règles suivantes qui expliquent « par quel biais industrieux nous pouvons nous rendre plus propres à les pratiquer » et traitent de la *perspicuitas* (R IX) et de la *sagacitas* (RX).

genres d'objets connus. Programme de « théorie de la connaissance », si l'on veut, voire d'ontologie, mais dont on notera qu'il est ici un *effet* de la manière dont la méthode se replie sur elle-même à partir de la pratique mathématique *et non son départ*. Or l'accomplissement de cette tâche va à nouveau redessiner les contours de l'usage de la *mathesis* et permettre de répondre à la première question.

## V.4. Le dispositif

La Règle VIII ferme un problème en même temps qu'elle en ouvre un nouveau : nous y apprenons que la démarche inchoative qui, prenant appui sur la *mathesis*, progresse par affinement des instruments ne constitue nullement une difficulté puisqu'elle est assumée par Descartes comme constitutive de toute méthode[1] ; mais nous y apprenons aussi que

1. On pourra comparer au passage du *Traité de la réforme de l'entendement* de Spinoza, où il objecte au paradoxe de régression infinie portée par l'idée de méthode (il faudrait une méthode pour trouver la méthode, etc.), le simple fait de la technique : « Pour trouver la meilleure méthode propre à la recherche de la vérité, nous n'aurons pas besoin d'une autre méthode à l'aide de laquelle nous recherchions la méthode propre à la recherche de la vérité ; et que, pour découvrir cette seconde méthode, nous n'aurons pas besoin d'en avoir une troisième, et ainsi à l'infini. Il en est de la méthode comme des instruments matériels, à propos desquels on pourrait faire le même raisonnement. Pour forger le fer, il faut un marteau, mais pour avoir un marteau il faut que ce marteau ait été forgé, ce qui suppose un autre marteau et d'autres instruments, lesquels à leur tour supposent d'autres instruments, et ainsi à l'infini. C'est bien en vain qu'on s'efforcerait de prouver, par un semblable argument, qu'il n'est pas au pouvoir des hommes de forger le fer.

« *31*. Au commencement, les hommes, avec les instruments que leur fournissait la nature, ont fait quelques ouvrages très faciles à grand-peine et d'une manière très imparfaite, puis d'autres ouvrages plus difficiles avec moins de peine et plus de perfection, et en allant graduellement de l'accomplissement des œuvres les plus simples à l'invention de nouveaux instruments et de l'invention des instruments à l'accomplissement d'œuvres nouvelles, ils en sont venus, par suite de ce progrès, à produire avec peu de labeur les choses les plus difficiles. De même l'entendement par la vertu qui est en lui se façonne des instruments intellectuels, au moyen desquels il acquiert de nouvelles forces pour de nouvelles œuvres intellectuelles, produisant, à l'aide de ces œuvres, de nouveaux instruments, c'est-à-dire se fortifiant pour de nouvelles recherches, et c'est ainsi qu'il s'avance de progrès en progrès jusqu'à ce qu'il ait atteint le comble de la sagesse » (trad. E. Saisset, § 30-31).

la question de la connaissance (« ce qu'est la connaissance humaine et jusqu'où elle s'étend » [397, 27-28]), celle qui doit être traitée « avant toutes les autres », n'a pas été posée comme fondement de l'élaboration d'une méthode dans le traité ; or elle est pourtant nécessaire pour acquérir « les vrais instruments du savoir et la méthode tout entière ». Toute la difficulté est alors de déterminer dans quelle mesure l'élaboration d'instruments plus fins va permettre ou non de maintenir la valeur de modèle donné aux mathématiques et notamment quel degré de généralité nous pourrons conserver à l'exemple de la Règle VI (la recherche des moyennes proportionnelles), sans tomber pour autant dans les travers de la *vis formae*. La question est d'autant plus immédiate que l'exemple choisi par la Règle VIII indique qu'une recherche engagée dans la seule *mathesis* devrait rester au seuil des problèmes de philosophie naturelle.

On sait que la longue Règle XII a précisément à charge d'expliquer cette « théorie de la connaissance », marquant un point de césure net dans le traité. Plus exactement, Descartes dit qu'il *faudrait* pouvoir expliquer à ce point « ce qu'est l'esprit de l'homme, ce qu'est son corps, comme celui-là informe celui-ci, quelles sont dans le composé tout entier les facultés qui servent à connaître les choses, et ce que chacune fait en particulier » (411, 17-21). Comme cette tâche excède de loin le propos du traité et l'avancement de ses conceptions, la théorie de la connaissance engagée est donc explicitement présentée comme hypothétique[1]. Elle comprend deux grandes étapes : un exposé des rapports entre les actions de l'entendement et les autres facultés, c'est-à-dire entre l'activité purement intellectuelle d'un côté, dont nous savons que les mathématiques sont exemplaires, et l'*experientia* de l'autre (selon ses diverses composantes : sens, imagination, mémoire), dont elle a été distinguée dans les premières règles ; puis une description des types d'objets que peut viser la connaissance humaine par le jeu de ces facultés, c'est-à-dire : « Ce qui se

1. « Ne croyez point, sauf s'il vous plaît, que la chose soit ainsi ; mais quoi donc vous empêchera de [moins] suivre ces suppositions, s'il apparaît, qu'elles n'enlèvent rien à la vérité des choses, mais les rendent seulement toutes de beaucoup plus claires ? Tout de même qu'en Géométrie vous faites sur la quantité quelques suppositions, qui n'infirment par aucune raison la force des démonstrations, bien que vous ayez en Physique un tout autre sentiment sur leur nature » (AT X, 412, 6-13).

montre de soi devant nous, ensuite comment une certaine [chose] est connue à partir de quelque autre, et enfin lesquelles se déduisent de quelles autres. » Et Descartes de conclure : « Ce dénombrement me semble complet, et n'omettre plus rien, [de ce] à quoi l'industrie humaine se peut étendre. »[1] Autrement dit, il s'agit bien – conformément à ce qui a été annoncé dans la Règle VIII – de revenir aux « actions de l'intellect » exposées dans les premières règles sur des fondements encore incertains (la « naturalité » de ces actions), mais dans le cadre d'une approche méthodique de la connaissance. La question est alors de savoir si le rôle des mathématiques qui a soutenu le premier mouvement du traité peut ou non être préservé dans le second.

Comme la première étape de la Règle XII maintient dans ses droits la position d'une force « purement spirituelle » qui se distingue des autres facultés par sa séparation complète d'avec le corps (415, 13-16), cette description induit immédiatement une répartition des « natures simples » déjà annoncée dans la Règle VIII en « intellectuelles » et « matérielles » (419, 6-8). Dans un premier temps, la difficulté semble donc plutôt accrue : quel que soit le côté où l'on choisira de placer la mathématique, la méthode qui y aura pris appui n'aura *a priori* aucun droit à valoir pour l'autre. Mais cette difficulté nous rend d'autant plus sensibles à l'apparition dans l'un et l'autre cas d'un intermédiaire, qui va en résoudre la tension.

### *V.4.1. Le rôle de l'imagination*

Le premier intermédiaire permet de résorber la tension entre un pôle de passivité associée à l'expérience (spécifiée ici en un mécanisme de la sensation) et un pôle d'activité associée à la « force cognitive ». L'explication que propose Descartes est difficile à suivre dans son détail, précisément parce qu'elle oscille entre les deux déterminations. Si nous partons du *sens externe,* réputé passif, nous avons le schéma suivant : « La figure externe du corps sentant est réellement mue par l'objet, en même manière absolument que la cire reçoit sa figure du cachet » (412, 20-22). Puis la

1. AT X, 411, 11-16.

figure est « transportée » instantanément au *sens commun,* non pas au sens d'un transport réel, mais au sens où la partie supérieure de la plume suit un mouvement corrélé à celui de sa partie inférieure (414, 1-15). Enfin « le sens commun s'acquitte encore du rôle de cachet pour former dans la fantaisie ou imagination comme en une cire ces mêmes figures ou idées, qui viennent pures et incorporelles des sens externes » (414, 16-19). Cette *fantaisie,* on le voit, doit être considérée comme « une vraie partie du corps, et d'une dimension assez considérable, pour que ses diverses parties puissent revêtir plusieurs figures distinctes les unes des autres, et les retiennent habituellement assez longtemps : et c'est alors la même qu'on appelle mémoire » (414, 19-24). Après un petit excursus sur le rôle moteur de l'imagination (qui permet d'y réduire l'action animale sans recours à quelque « connaissance des choses »), nous parvenons finalement à la « force par laquelle nous connaissons proprement les choses » ; cette force « est purement spirituelle, et non moins distincte du corps tout entier, que ne l'est le sang de l'os, ou la main de l'œil » (415, 13-16). La réceptivité qui a gouverné les différentes étapes du « transport » prend alors une forme assez mystérieuse puisqu'il ne se trouve « rien parmi les choses corporelles » qui soit semblable à cette force cognitive : on ne voit donc pas comment l'action des uns sur l'autre serait concevable et Descartes se contente de dire qu'il faut raisonner ici par analogie (415, 22-27)[1].

Mais cette description, qui forme la trame de ce premier moment, est nouée à un autre fil qui suit, quant à lui, l'activité de l'esprit. En effet, l'esprit n'est pas seulement astreint à *recueillir* les images de la fantaisie ou à *s'appliquer* à celle de la mémoire – selon le schéma empiriste classique – puisqu'il peut en former de nouvelles dans l'imagination (*vel novas format* [415, 19]), notamment sous la forme d'une *figuration* des rapports qualitatifs exposée dès le début de la Règle (413)[2]. Il joue alors cette fois le rôle non plus de cire, mais de cachet (*modo sigillum, modo ceram* [415, 24]). D'où

1. Pourtant il s'agit de concevoir un « mouvement » de l'intellect par l'imagination et, en retour, une « action » de lui sur elle (416, 17-18).

2. Il s'agit du fameux exemple du codage des différences de couleurs par des réseaux quadrillés.

une nouvelle description du circuit de la représentation dans laquelle est mise en avant l'activité de l'entendement *à tous les niveaux du processus* : « C'est la même et unique force, qui, si elle s'applique avec l'imagination au sens commun, est dite voir, toucher, etc., si c'est à l'imagination seule revêtue de diverses figures, elle est dite se souvenir ; si c'est encore à elle comme forgeant de nouvelles, elle est dite imaginer ou concevoir ; si enfin elle agit seule ; elle est dite entendre (...). C'est pourquoi aussi cette même force est appelée selon ses diverses fonctions ou bien pur entendement, ou bien imagination, ou bien mémoire, ou bien sens » (415, 27-416, 8) – son nom propre étant alors *ingenium*.

Il y a ici une indétermination certaine sur le degré d'autonomie accordée à chaque faculté : dans le premier schéma, chaque niveau est relativement indépendant du suivant et l'imagination peut encore être décrite comme une « partie du corps » ; dans le second, tous les niveaux nécessitent l'intervention de la « force cognitive » qui en règle secrètement l'activité. La tension entre ces deux déterminations a été source d'interrogations nombreuses sur le statut à accorder à la « figure ». Selon le premier parcours, en effet, la « figure », à quoi va se réduire tout sensible (qui l' « enveloppe » [413, 8]), se « transporte » selon un modèle mécanique (y compris dans le cas du « transport instantané » représenté par le mouvement de la plume) – le dernier niveau se distinguant alors de ce que le modèle n'y peut être qu'analogique. Mais si nous portons l'attention sur le second parcours, nous voyons bien qu'il ne s'est jamais agi de transporter la figure du corps elle-même ; car c'est *l'effet* produit par le contact entre l'objet senti et la figure externe de l'organe sensitif (c'est-à-dire différentes modifications *[mutari]* de ces corps) qui porte la « figure nouvelle » (412, 14-22). Descartes a d'ailleurs immédiatement précisé que la réduction du corps à l'étendue n'avait de sens que parce que les différences perceptibles pouvaient être *exprimées* par des rapports entre figures (« la multitude infinie des figures suffit à exprimer toutes les différences entre les choses sensibles » [413, 18-20]). C'est donc le codage des différences sensibles par des figures, codage qui n'est saisissable comme tel que par l'esprit, qui règle la circulation de l'information[1]. Il est d'ailleurs

1. Sur ce point, voir l'étude de M. Fichant (1998), p. 1-18.

remarquable que les figures qui parviennent à l'imagination à partir des sens externes non seulement soient posées en équivalence aux idées, mais surtout soient décrites comme « pures et incorporelles » (*figuras vel ideas, a sensibus externis puras et sine corpore venientes* [414, 17-18]).

Notre propos n'est pas du tout d'entrer dans le règlement de cette tension, qui a beaucoup occupé les commentateurs. On peut néanmoins remarquer que Descartes *revendique* un certain mystère du rapport entre les deux pôles, que nous n'avons aucune raison de vouloir régler à sa place – surtout au vu du rôle que sera amené à jouer dans sa philosophie le mystère de l'union de l'âme et du corps[1]. En revanche, nous ne pouvons qu'être frappé de la manière dont réapparaît dans ce développement une détermination typiquement procléenne, qui va enrichir très profondément le sens de la « mathématique universelle ». Il ne s'agit pas tant de remarquer que la « fantaisie » intervient ici en position médiatrice entre le sensible et l'intelligible. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, ce type de thèse néo-platonicienne s'était trouvée inextricablement mêlée à la doctrine scolaire, de tradition aristotélicienne, par l'usage des commentateurs de l'Antiquité tardive. La structure générale de la première partie de la Règle qui passe du sens externe au sens commun, puis à la mémoire et enfin à l'intellect, reproduit d'ailleurs celle des commentaires au *De anima* (et non celle des exposés néo-platoniciens, qui refuseraient évidemment toute genèse à partir des sens). Ce qui, en revanche, est tout à fait original et typiquement procléen est la *double fonction* que vient ici remplir l'imagination. En effet, elle apparaît à la fois comme une faculté (une activité de l'esprit) et comme un support matériel, celui où l'esprit « forme » de nouvelles figures ( « une vraie partie du corps » ).

Il ne s'agit pas là d'un point de détail et d'une coïncidence fortuite dans un parcours présenté ouvertement comme hypothétique, puisque c'est en fait *la seule thèse dont Descartes aura besoin dans la suite de son traité.* Rappelons-nous, en effet, que l'objet de la règle XII n'est pas de proposer une théorie de la connaissance prise pour elle-même, mais, selon le programme engagé dans la Règle VIII, de dénombrer et de décrire les

1. On sait que la Lettre à Élisabeth du 21 mai 1643 en fera même une notion primitive (AT III, 665).

« secours » que l'entendement peut trouver en s'aidant des autres facultés (sens, imagination, mémoire). Cette réflexion menée d'abord pour les comparaisons simples devra être reconduite dans la seconde partie pour les « questions », ce dont traitera la règle XIV. À cette occasion, Descartes proposera, dans un geste célèbre, que toute « question » soit transportée *(transferenda)* « à l'étendue réelle des corps » et posée « tout entière devant l'imagination à l'aide de figures nues : car ainsi l'entendement la percevra beaucoup plus distinctement » (438, 9-11).

Mais comment l'imagination pourrait-elle apporter *plus* de distinction *(distinctius)* que l'entendement n'en pouvait concevoir seul ? Pour expliquer son procédé, Descartes commence par définir la « question » comme « enveloppement » selon certains rapports et proportion d'une comparaison qu'il faut tenter de réduire à sa forme la plus simple : l'égalité. Il fait alors remarquer « qu'on ne saurait rien réduire à cette égalité, sinon ce qui admet le plus et le moins, et aussi qu'on comprend tout ceci sous le terme de grandeur : en sorte que, après avoir suivant la règle précédente abstrait les termes de la difficulté de tout sujet, nous entendons ne nous préoccuper plus désormais que de grandeurs en général » (440, 21-27). Dans ce cadre, le recours à l'imagination se trouve immédiatement justifié :

> « Il faut remarquer enfin, qu'on ne dit rien des grandeurs en général, qui ne se puisse pas aussi rapporter spécialement à n'importe laquelle.
>
> « D'où on conclut aisément, que nous n'aurons pas peu de profit, si nous transportons ce, que nous entendons pouvoir être dit des grandeurs en général, à cette espèce de grandeur, qui sera la plus facilement et la plus distinctement de toutes dépeinte dans notre imagination : et que ce soit l'étendue réelle du corps abstraite de tout autre chose, sauf de ce qu'elle est figurée, cela suit de ce qu'on a dit à la Règle XII, où nous avons conçu que la fantaisie elle-même avec les idées qui y existent n'est rien d'autre, qu'un vrai corps réel et étendu et figuré. Ce qui est aussi évident par soi, puisqu'en aucun autre sujet on ne fait voir plus distinctement toutes les différences des proportions *(quod per se etiam est evidens, cum in nullo alio subjecto distinctius omnes proportionum differentiae exhibeantur)* ; car bien qu'une chose puisse être dite plus ou moins blanche qu'une autre, et même un son plus ou moins aigu [qu'un autre], et ainsi du reste, nous ne pouvons cependant déterminer exactement *(exacte definire)*, si cet excès consiste en une proportion double, ou triple, etc., sinon avec une certaine analogie avec l'étendue du corps figuré » (AT X, 441, 1-20).

Nous reviendrons par la suite sur le postulat dont s'autorise ici Descartes, selon laquelle *toute* « question » reposerait sur une réduction de rapports à une égalité. Seule nous intéresse, pour l'instant, la proximité avec le dispositif procléen : car nous voyons bien ici que l'imagination n'est pas une « partie de l'étendue » simplement au sens où elle correspondrait à une faculté « localisable », mais également au sens où elle agit comme un support spatial (un *subjectum*) où peuvent être « montrés » *(exhibeantur)* les rapports réglant les différences entre les objets. La connaissance du monde physique consiste à rapporter de manière analogique un régime de différences perçu confusément à ce régime de représentation distincte[1]. Ce point est doublement important : d'une part, il va permettre un approfondissement essentiel du rôle de la mathématique universelle en tant qu'on considère désormais les rapports et proportions comme accessibles par l'intermédiaire d'un support où on les « voit » distinctement ; d'autre part, il va assurer la généralité de la *mathesis* qui ne vaut pas comme transcription immédiate des termes d'une question (sans quoi on tomberait sous les coups de la critique de RV III), mais comme codage « analogique » des différences accessibles à une détermination « exacte ».

Certes, il a beaucoup été insisté, depuis les travaux de F. Yates et P. Rossi, sur le fait que le recours à l'imagination pour aider l'entendement est un lieu commun de traditions vivaces au début du XVII^e^ siècle comme l'*ars memoriae,* l'art de Lulle ou l'usage des « symboles » (notamment dans la tradition hermétique : alchimique, cabbalistique ou néo-platonicienne au sens « florentin » du terme)[2]. La référence à Proclus peut

1. Que l'imagination soit le support où l'on puisse voir « le plus distinctement » les rapports et proportions, qu'elle permette de représenter « plus distinctement » à l'entendement les termes d'une question, voilà qui est d'autant plus remarquable qu'on ne s'attend guère à de telles thèses dans un contexte cartésien. Mais ce peut être aussi l'occasion de remarquer que le fameux passage des *Méditations* sur l'opposition entre entendement et imagination (AT IX(1), 57-58 ; VII, 72-73) ne repose pas sur le fait que l'un est (clair et) distinct et l'autre confus. L'exemple du chiliogone est précisément présenté par contraste avec la représentation *distincte* du triangle ou du pentagone (même argument dans *L'Entretien avec Burman* [AT V, 163]). Il s'agit plutôt de faire remarquer que l'imagination demande une « contention d'esprit », très rapidement dépassée par l'ampleur de la tâche.

2. Paolo Rossi (1993), notamment chap. V, 3 : « Mnémotechnique et lullisme chez Bacon et chez Descartes » ; chap. V, 4, *b* : « Les aides de la mémoire et la doctrine du dénombrement dans les *Regulae* ». P. Rossi identifie très allusivement *scientia nova, sapientia universalis* et *mathesis*

donc sembler forcée, d'autant que Descartes reste silencieux – comme à son habitude – sur ses sources. Ces traditions s'étaient d'ailleurs développées en parfait accord avec l'adage aristotélicien, puis thomiste, selon lequel on ne peut penser sans images *(phantasmata)*[1]. Mais on ne prend pas assez garde que cette lignée – qui a indéniablement intéressé le jeune Descartes, ne serait-ce que pour s'en démarquer – s'est trouvée rejetée du moment que les mathématiques ont été valorisées « parce qu'elles ne supposent absolument rien *(nihil plane supponant)* que l'expérience ait rendu incertain, et consistent tout entières *(totae consistunt)* en des conséquences déduites de raisons » (365, 14-20). Non seulement il est faux qu'on ne puisse penser sans images, mais Descartes insistera même fortement sur le fait que les « natures simples intellectuelles » ne peuvent *pas,* en toute rigueur, être pensées dans des images. Dans le passage qui fait suite à la description de l'imagination, il avance d'ailleurs : « On en conclut certainement que, si l'entendement agit sur des [choses], qui n'ont rien de corporel ou qui y ressemble, il ne saurait recevoir aucun secours de ces facultés ; mais au contraire, pour que ces mêmes [facultés] ne l'empêchent point, il faut en détourner les sens, et dépouiller, autant qu'il pourra se faire, l'imagination de toute impression distincte » (416, 17-28). Pour que le programme d'une « aide de l'imagination » soit retrouvé, il faut donc un intermédiaire trop souvent passé sous silence, alors même qu'il distingue ici la conception cartésienne : la position singulière d'une imagination mathématique *transparente* à la structure déductive – transparence qui constitue un élément *discriminant* entre les conceptions aristotéliciennes et néo-platoniciennes de l'imagination[2].

*universalis* (p. 141) ; F. Yates (1975), notamment chap. XVII : « L'art de la mémoire et le développement de la méthode scientifique ». Cette grille de lecture a été reprise, plus récemment, par D. L. Sepper (1996).

1. *De anima,* III, 8, 432 *a* 8-10. M. Kobayashi (1993) utilise d'ailleurs le recours à l'imagination comme le signe d'une contradiction dans la gnoséologie des *Regulae,* qui serait encore trop dépendante des théories aristotéliciennes (p. 24-25). Sur la théorie aristotélicienne de la *phantasia,* voir la synthèse proposée par J. Frère (1996), ainsi que le dossier consacré par les *Études philosophiques,* janvier-mars 1997, « Aristote sur l'imagination », qui donne un aperçu bibliographique sur ce sujet abondamment traité.

2. Du panorama mis à disposition par le *Lessico Intelletuale Europeo* (1988), on retiendra que le Moyen Âge latin est traversé par trois approches dominantes de l'*imaginatio* : le fait que l'imagination peut être utile, sinon nécessaire, pour l'action ; le fait qu'elle doit être localisée par une

### *V.4.2. Les notions communes*

En première approche, le développement de la première partie de la Règle XII conduit assez naturellement à départager des notions relevant de la pure activité de l'esprit et des notions liées au circuit du sensible (sens externe, sens commun, imagination, mémoire). C'est d'ailleurs sur cette distinction que s'ouvre la classification des natures simples :

« Sont purement intellectuelles celles, que notre entendement connaît par une certaine lumière mise en nous par la nature, *et sans l'aide d'aucune image corporelle* : il est certain en effet qu'il en est plusieurs semblables, *et que l'on ne peut forger aucune idée corporelle,* pour nous rendre présent, ce qu'est la connaissance, le doute, l'ignorance, de même ce qu'est l'action de la volonté, que l'on peut appeler volition, et d'autres pareilles ; toutes choses que nous connaissons pourtant réellement, et même si aisément, qu'il suffit pour cela, que nous participions de la raison. Sont purement matérielles celles, *qui ne se connaissent que dans des corps* ; comme sont la figure, l'étendue, le mouvement, etc. » (AT X, 419, 6-20. Nous soulignons).

Les types d'objets sont ici très précisément départagés par l'intervention ou non de l'imagination au côté de l'entendement – étant entendu que lorsque l'imagination est présente, elle est nécessaire *(non nisi in corporibus esse cognoscuntur)* et que lorsqu'elle est absente, elle est présentée comme impossible *(nec ulla fingi potest idea corporea)*. À ce stade, une sagesse

théorie des « facultés » ; le fait qu'il faut se méfier des fantasmes – étant bien entendu qu'il s'agit moins de thèses que de lieux de discussion. Ces trois thèmes sont issus de la tradition aristotélicienne et accordent peu d'importance à l'imagination mathématique. Il y a néanmoins des exceptions qui sont intéressantes, parce qu'elles renforcent la thèse d'une singularité néo-platonicienne. Ainsi Anne-Marie Bautier expose-t-elle la conception de Jean Scot Érigène qui lie *phantasia* et nombre (sous la distinction entre choses intellectuelles et intelligibles) et qui reprend le paradigme de l'image-miroir. Elle rappelle également l'importance des commentaires de Boèce (notamment par Thierry de Chartres qui soutient que l'imagination saisit les *figures* des choses « sans en avoir eu de connaissance matérielle », p. 101). Jacqueline Hamesse rappelle également l'importance de Boèce qui, en reprenant la distinction néo-platonicienne entre *intelligible* et *intellectibile* donne un statut nouveau à l'imagination qui « aura une importance capitale pour les médiévaux » (p. 160). On ne confondra pas cette lignée avec celle qui, d'Averroès à Buridan, identifie l'imagination mathématique à l'abstraction (voir plus haut, chap. III, n. 1, p. 203). Dans ce cas, le trait discriminant est évidemment le fait que l'imagination est étroitement liée à l'expérience sensible, dont elle est abstraite.

universelle semble donc encore hors d'atteinte : les méthodes dans les connaissances qui se rapportent aux corps (« philosophie naturelle », Physique) nécessitent l'usage de l'imagination et ne valent pas pour les connaissances qui ne s'y rapportent pas. Pis, elles devraient y être tout simplement proscrites.

Or, à côté de ces deux grands types d'objets incomparables et nécessitant des modes de connaissance opposés (l'un réclamant l'aide l'imagination, l'autre la proscrivant), il existe un domaine très particulier où un savoir « commun » est heureusement possible :

« Enfin, on doit dire communes celles, qu'on attribue tantôt aux choses corporelles, tantôt aux spirituelles *sans distinguer,* comme l'existence, l'unité, la durée, et autres semblables. À quoi il faut encore rapporter ces notions communes, qui sont comme de certains liens pour joindre entre elles d'autres natures simples, et *dont l'évidence soutient tout ce que nous concluons en raisonnant.* À savoir celles-ci : deux choses égales à une même troisième, sont égales entre elles[1] ; de même deux choses qui ne peuvent être rapportées à une même troisième en même façon ont aussi entre elles quelque diversité, etc. *Et certes ces notions communes peuvent être connues ou bien par le pur entendement, ou bien par celui-ci regardant les images des choses matérielles* » (AT X, 419, 20-420, 2. Nous soulignons).

Texte remarquable où se voit déterminé le seul « objet » qui soit accessible aussi bien *(vel... vel)* à l'entendement pur, qu'à l'entendement « regardant *(intuente)* les mages des choses matérielles » – ou pour le dire autrement, le seul lieu gnoséologique où l'imagination intervient de manière non discriminante *(sine discrimine).* Plus important encore : *tout* ce que nous pouvons conclure par un raisonnement *(quidquid ratiocinando concludimus),* dit Descartes, est réputé reposer sur l'évidence de ces natures simples *communes.*

Quel est donc le soutien épistémologique de tout savoir commun ? Il y a deux types de « natures simples communes » : les unes opèrent au niveau de l'attribution ; les autres au niveau du raisonnement. Cette opposition est constante dans la philosophie cartésienne et se précisera, dans les *Principes,* sous la distinction en considération des choses et des

1. Curieusement, J.-L. Marion qui insiste grandement sur le fait que Descartes ne fonde pas la *mathesis universalis* sur la quantité, insère ici une *quantitas* qui n'apparaît ni chez Descartes, ni chez Euclide. Je rétablis la neutralité du texte.

vérités (I, 48 [AT IX (2), 45])[1]. À cette occasion, Descartes appellera les premières : notions générales ou universaux, les secondes « notions communes ou maximes ». Les secondes sont les plus importantes dans le cadre d'une étude de la *mathesis universalis,* parce qu'elles relèvent très clairement d'un usage de la *mathesis* qu'il faudra bien dire « commun » ou « universel ». On peut néanmoins faire quelques remarques préliminaires sur les premières.

Tout d'abord, on remarquera que l'unité y figure, ce qui laisse transparaître un décalage très intéressant entre les différents objets mathématiques, puisque l'*extensio* (nature simple *matérielle*) et l'*unitas* (nature simple *commune*) ne sont donc pas du même type. Cet aspect sera plus apparent dans la suite de l'œuvre du fait que Descartes placera finalement le nombre lui-même au rang des notions *générales.* Autre élément caractéristique de cette liste : y apparaît tout ce qui touche à la durée. Cela pose quelque difficulté quand à la place précise du « mouvement », d'abord présenté au titre des natures simples « matérielles ». Ainsi lorsque Descartes reprend sa description des natures communes en y incluant les privations, il met côte à côte : l'existence, la durée *et le mouvement,* après avoir mentionné leurs négations : le néant, l'instant et le repos. Nous reviendrons longuement par la suite sur cette difficulté, qui retentit évidemment sur le rôle joué par le « mouvement de l'esprit » dans le traité. Enfin, on doit au moins mentionner pour attirer l'attention de ceux qui s'intéressent à l'évolution de Descartes que la reprise de la liste des universaux dans les *Principes* y inclura, à côté de la durée et du nombre, rien moins que l'ordre lui-même[2], c'est-à-dire l'objet propre de la *mathesis universalis* – remarque qui nous servira surtout ici à indiquer que les *Regulae* ne franchissent pas encore ce pas décisif, que les commentateurs y importent parfois pour assurer le caractère toujours-déjà modal de l'ordre. Dans tous ces cas, on pressent une difficulté, sur laquelle il nous faudra revenir, quant à l'unité des objets dévolus à la *mathesis.* Si Descartes s'est débarrassé des « genres

1. Sur la persistance de la théorie des natures simples, sous la condition de l'évolution postérieure à 1630 quant aux déterminations « métaphysiques », voir Marion (1991), chap. III.

2. *PP,* I, 55 (AT IX (2), 49). Voir également *MM,* III (AT VII, 43-44) et la Lettre à Élisabeth de mai 1643 (AT III, 665, 13-14). Sur ces notions, voir J.-M. Beyssade (1996), p. 53-57.

d'être » dans la Règle VI, il ne récupère pas moins des genres de connaissances, qui mettent non moins en péril l'unité de la *mathesis* : l'extension et l'unité ne relèvent pas du même type d'objets et cela rend problématique la position tenue par l'ordre et le nombre (par différence avec ce qui concerne l'étendue) dans cette répartition.

Mais tous ces éléments, quel que soit leur intérêt, doivent moins nous arrêter que la mention, au rang de *naturae simplices,* des « notions communes », puisque Descartes reprend sous ce terme un de ses sens les plus courants, tout le monde reconnaissant sans peine dans son exemple la première « notion commune » des *Éléments* d'Euclide. Si cette indication est précieuse pour qui veut comprendre l'universalité à laquelle peut prétendre la *mathesis,* elle n'en est pas moins surprenante pour qui a lu la Règle XIV : nous avons vu, en effet que Descartes y dit très clairement que le règlement de l'égal/inégal n'a de sens que dans le domaine de « ce qui admet le plus et le moins, et aussi qu'on comprend tout ceci sous le terme de grandeur ». Or, comme cette même règle explique que le terme *quantitas* doit être évité au motif que les philosophes ont voulu la séparer de l'*extensio,* seul support acceptable des déterminations mathématiques, on voit mal comment l'égal/inégal pourrait néanmoins valoir de *toutes* les natures simples, alors qu'il va se trouver très clairement limité à l'extension, nature simple *matérielle.* Mais on peut tout aussi bien raisonner à l'envers : ne pourrait-il pas exister une effectivité de l'égal/inégal relativement indépendant du domaine propre de la grandeur et, de ce fait, ouverte à un usage universel ? Cela permettrait de comprendre pourquoi la Règle XIV avance que *toute* « question » peut être réduite à une égalité.

### *V.4.3. La* mathesis universalis *prise dans son dispositif gnoséologique*

Pour bien comprendre comment l'instrument de la « mathématique universelle » s'affine sous la question première de la connaissance, commençons par rassembler les différentes indications données par la Règle XII. Tout d'abord, Descartes a donc reconduit un dispositif, tout fait comparable à celui qu'avait proposé Proclus, dans lequel l'imagina-

tion peut être considérée comme un support *(subjectum)* sur lequel l'esprit « voit » distinctement les rapports mathématiques (ou, réciproquement, y « forme » de nouvelles figures). Comme le mécanisme de la perception n'est compréhensible que par ce dispositif qui permet que la figure n'intervienne pas comme simple décalque du corps sensible, mais comme codage des informations, il faut être sensible au fait que ces rapports que l'esprit voit sont ceux-là mêmes qu'il a établis par son activité expressive – où nous retrouvons cette idée typiquement procléenne que l'imagination « revêtue » de ses figures renvoie à l'esprit une image qui est d'abord celle de sa propre activité. Cette première détermination donne aux « rapports et proportions » une fonction bien différente de celle qui était apparue dans les premières règles. Il ne s'agit plus de redoubler l'unité opératoire d'une organisation problématique, mais de l'insérer dans un dispositif de théorie de la connaissance, où elle acquiert une fonction centrale dans la représentation dite « distincte ». On ne saurait trop insister sur le fait que les « rapports et proportions » réapparaissent donc ici dans un contexte homogène à celui qui avait présidé à la réflexion sur la mathématique universelle depuis Aristote et Proclus, dont nous n'avons cessé d'insister sur la dimension gnoséologique et que nous avons choisi de désigner – selon une expression de Leibniz – comme celle d'une « logique de l'imagination » (l'autre pôle de développement étant clairement l'idée d'une « logique des problèmes », vrai ressort de toute analyse et dont nous avons vu qu'il gouverne le traitement proposé dans la Règle VI).

Or ce dispositif n'est nullement un vêtement philosophique posé sur une pratique mathématique qui en serait indépendante. En effet, on remarque trop peu que les *Regulae n'ont absolument pas les moyens techniques d'assurer une position d'objet corrélative d'une algèbre générale* et qui ferait pendant au célèbre passage de la Règle VI déclarant que les objets ne doivent pas être classés selon des « genres d'être ». Lorsqu'il s'agit de déterminer un peu plus précisément quel objet on peut attribuer aux mathématiques, Descartes commence d'ailleurs par refuser qu'on le désigne d'une manière générale et abstraite par *quantitas* (447, 5-8). Il rejette alors très clairement toute conception de l'abstraction, qui donnerait une consistance propre aux objets mathématiques hors de leur fondement réel ou *subjectum* (443, 17-447, 4), associé, on l'a rappelé, à l'étendue. Mais c'est

surtout la fin de ce développement qui doit nous intéresser. Revenant sur son idée que les différences de proportions peuvent être exprimées à l'aide de l'étendue (447, 15-22), Descartes isole trois modalités réglant cette expressivité : la dimension, l'unité et la figure. La troisième peut sembler une simple redite de la condition générale d'expressivité de l'étendue et Descartes dit d'ailleurs dans un premier temps : « Pour ce qui touche aux figures, on a montré plus haut, comment c'est par elles seules qu'on peut forger les idées de toutes les choses, et il reste à cet endroit à avertir, que parmi le nombre infini de leurs diverses espèces, nous n'allons user ici que de celles seulement, qui expriment le plus aisément toutes les différences entre les rapports ou proportions » (450, 10-15). Mais il apporte alors une précision essentielle qui montre bien qu'il ne s'agit pas seulement de cela : « Or il n'est que deux genres de choses *(genera rerum),* qui se comparent entre elles, les multiplicités et les grandeurs, et nous avons aussi deux genres de figures pour les exposer à notre conception » : les réseaux de points (ou les arbres) « pour faire voir la multiplicité » et « celles qui sont continues et non divisées » pour expliquer les grandeurs (450, 15-451, 6).

Il n'en faudra pas plus pour indiquer que Descartes ne s'est absolument pas débarrassé du point de départ le plus ancien du problème, c'est à savoir la donnée en mathématiques de deux *genres* d'objets irréductibles : les nombres et les grandeurs. Et gardons-nous de croire qu'il s'agit de quelque inertie de la théorie philosophique n'ayant pas encore intégré la profondeur du geste engagé en mathématiques. Car lorsqu'il va s'agir de *mettre en œuvre* les premiers principes de son algèbre générale, Descartes va poursuivre exactement la même distinction : ainsi pour l'unité au début de la Règle XV, que Descartes propose de représenter par une ligne ou un carré « si nous y prêtons attention comme étendue » ou par un point « si nous l'envisageons que comme ce dont se compose une multiplicité » (453, 7-13). Même chose pour les « termes » des propositions qui seront représentés tantôt par des lignes ou des rectangles, tantôt par des réseaux de points (453, 15-22).

Si donc nous voulons dépasser le niveau allusif de la Règle IV assurant que les objets mathématiques peuvent être désignés en termes de structures (ordre et mesure) sans recourir à la facilité d'une lecture rétros-

pective à partir du schématisme proposé dans la *Géométrie,* nous nous heurtons à cette difficulté insurmontable que ce n'est pas du tout ce que proposent les *Regulae.* Un schématisme y est bien proposé pour servir de support aux « rapports et proportions », mais il opère *séparément* pour le discret et le continu. La thèse que nous voulons ici défendre est que c'est alors, comme chez Proclus, son soutien *gnoséologique* qui assure l'universalité de ce schématisme. C'est parce que la même fantaisie peut être « regardé » sous le rapport du discret (réseau de points) ou du continu (segments, quadrillages) qu'est assurée une unité des mathématiques, la figure n'intervenant pas ici au titre de l'objet, mais du codage universel de toute différence exprimable « distinctement ». Non qu'il soit impossible de délimiter alors, comme chez Proclus, une « théorie générale » *interne.* Rien n'empêche de considérer sur un même schéma les points comme extrémités des segments et Descartes, lorsqu'il aura besoin de donner une formulation de sa théorie à l'aide du langage de l'algèbre symbolique, pourra bien recourir à cette solution en utilisant des segments *gradués* (Règle XVIII). Mais il faudra garder en mémoire que cette solution, qui pourrait sembler la même que celle de la *Géométrie,* non seulement n'a pris son sens que sous la justification gnoséologique de la Règle XIV, mais surtout suppose ici que le schéma puisse être *lu* de deux façons différentes (alors que dans la *Géométrie,* il ne sera jamais question d'avoir une lecture discrète des extrémités des segments en termes de réseaux de points et plus généralement, comme il est dit à Ciermans, il n'est pas question de traiter des nombres autrement que pour mesurer des grandeurs).

Si le calcul géométrique qui se met en place à partir de la Règle XIV nous donne des indications précieuses pour comprendre comment l'outil « mathématique universelle » s'enrichit dans le cours du traité à la manière de ses pierres qui servent de marteaux pour construire des marteaux, nous ne pourrons donc pas l'appeler une *mathesis universalis.* Outre, nous y avons suffisamment insisté, que cette identification ne correspondrait pas à la manière dont Descartes présente l'une et l'autre, la distinction des natures simples en intellectuelles et matérielles interdit, en effet, *a priori* que l'on puisse faire usage de l'imagination indifféremment dans l'un et l'autre cas. Une méthode qui s'appuierait sur l'usage de l'imagination (qui préside à la constitution du calcul géométrique de la seconde

partie[1]) n'aurait aucun droit à l'universalité, *sauf à assurer que l'intervention de l'imagination n'y est pas discriminante.* C'est le point crucial qui reste à régler.

Réciproquement, si nous voulons maintenir l'existence d'une théorie authentiquement universelle, nous nous retrouvons dans une situation tout à fait comparable à celle qui valait chez les Anciens : plus nous comprenons que cette donnée relève d'une élaboration complexe de théorie de la connaissance et de méthodologie, plus nous semblons perdre les contours d'une donnée mathématique identifiable. Nous voyons assurément comment l'*alia disciplina* annoncée dans la Règle IV *s'appuie,* comme annoncé, sur un fondement très facile, qui est une certaine représentation des rapports et proportions dans l'étendue. Mais ce centre, autour duquel tourne la théorie des *Regulae* dans ses aspects méthodologiques, gnoséologiques et mathématiques, n'a pas la consistance d'une théorie mathématique identifiable. Sous ce point de vue, la théorie universelle sur laquelle s'appuie les *Regulae* apparaît plutôt comme le point aveugle du régime de la « représentation distincte » des questions.

Pour autant, il existe bien un cas où Descartes a autorisé un usage transversal à la coupure intellectuel/matériel *et dont l'effectivité est purement mathématique* : il s'agit du premier axiome d'Euclide présenté comme « notion commune ». Il serait assurément exagéré d'espérer tirer de ce seul exemple quelque chose comme une théorie commune. Mais nous allons voir qu'il s'accorde avec d'autres indications intéressantes et permet de donner à la *mathesis universalis* universelle dans son sens le plus riche des contours mathématiques plus précis.

### *V.4.4. La transparence de l'ordre*

Commençons par rappeler que les notions communes sont présentées « comme de certains liens pour joindre entre elles d'autres natures simples et dont l'évidence soutient *tout ce que nous connaissons en concluant* ».

1. La Règle XIV s'ouvre, en effet, par ses mots : « Pour nous servir aussi de l'aide de l'imagination... » (438, 12). Voir également 443, 11-12.

Or Descartes ne choisit pas alors un axiome général, « logique », de transitivité[1], mais le premier axiome d'Euclide, qui porte sur la transitivité d'une relation particulière : l'égalité. À première vue, cette restriction fait donc perdre en universalité (Descartes étant particulièrement clair, on l'a vu, sur le fait que rien ne peut être réduit à l'égalité, sinon ce qui admet le plus et le moins, c'est-à-dire des « grandeurs » [440, 21-27]). Toutefois, on peut aussi bien inverser la remarque et se demander *pourquoi* Descartes estime que cet exemple particulier est le vrai lieu de l'universalité (au sens de valant pour les natures simples matérielles et intellectuelles). Or il apparaît, si l'on suit l'idée initiale, que l'axiome exhibe un « lien soutenant tout raisonnement » non pas au sens où il exhiberait une forme universelle (logique) de raisonnement, mais au sens où la théorie euclidienne contient ici à titre d'énoncé primitif *sur ses objets* une description de son fonctionnement déductif *comme théorie*. Une forme très puissante de *perspicuitas* se dessine alors, qui va donner aux thèses avancées dans les premières règles sur la transparence des mathématiques une force bien plus grande que ce qu'elles avaient auparavant.

Pour bien comprendre cet aspect, il peut être intéressant de remarquer que le même exemple de ce que nous appellerions aujourd'hui la « transitivité » d'une relation d'équivalence est repris trois fois dans le traité :

— La première apparition se fait dans la Règle III sur l'exemple d'un calcul élémentaire pour montrer que l'évidence de l'*intuitus* ne concerne pas seulement des intuitions d'objets (des « énonciations » dit Descartes), mais aussi des « parcours discursifs » (ou « conséquence »), qui ne sont pourtant pas des formes de *deductio* : « Par exemple, soit cette conséquence : 2 et 2 font la même chose que 3 et 1 ; il ne faut pas seulement regarder que 2 et 2 font 4, et que 3 et 1 font aussi 4, mais là-dessus que de ces deux propositions cette troisième est nécessairement conclue » (369, 11 17). Que Descartes refuse vigoureusement tout raisonnement procédant *ex vi formae* ne signifie donc nullement qu'il rejette par là même toute position de ce qu'on pourrait appeler ici « intuition formelle ». Plus intéressant, ce qu'il *refuse* est précisément l'idée d'une intuition *directe* de l'égalité entre « 2 + 2 » et « 3 + 1 » et il insiste bien ici sur la nécessité d'une

1. Comme il le fait, par exemple, dans la Règle XIV (AT X, 432, 11-24).

intuition du *rapport* entre ces deux propositions. Par là même, il identifie une propriété de l'opération-objet de la théorie (transitivité de l'égalité qui règle le calcul) et une propriété de l'opération-forme (transitivité de la conséquence qui règle le raisonnement)[1]. D'un point de vue moderne, cette identification est invisible puisque l'écriture de la transitivité d'une relation d'équivalence, comme l'égalité, mélangera immédiatement les deux niveaux (par exemple, sous la forme : « $(x = y \text{ et } y = z) \Rightarrow (x = z)$ »). Mais il faut justement ne pas céder ici à la tentation de plaquer sur Descartes une vue, celle du primat de la logique formelle, qu'il récuse.

— Dans la Règle XII, l'exemple, nous l'avons vu, est cette fois axiomatique. Il s'agit de reformuler ce qui avait été esquissé dans la Règle III dans le cadre de la théorie des « natures simples ». À cette occasion, Descartes est plus explicite puisqu'il donne comme exemple un axiome *mathématique* (à côté d'un autre axiome tout aussi intéressant puisqu'il établit la compatibilité opératoire de l'égalité et de l'inégalité). Se trouve donc à nouveau posé un rapport étroit entre le niveau opératoire et celui de la « conséquence » : un énoncé primitif, comme ceux qui figurent au premier livre des *Éléments* d'Euclide, règle à la fois l'opérativité (sur les domaines d'objets) et le raisonnement (c'est un schéma d'inférence, un lien « dont l'évidence soutient tout ce que nous concluons en raisonnant »).

— Dans la Règle XIV, Descartes reprend cette fois l'axiome sous sa forme la plus générale, « logique », comme exemple de *comparatio,* soutien de tout raisonnement : « Tout A est B, tout B est C, donc tout A est C » (439, 21-24). Mais il précise alors, pour éviter toute ambiguïté, qu'il rejette en bloc toute la syllogistique qui pourrait sembler attachée à ce modèle (439, 24-440, 5). On voit bien ici comment la procédure qui fonde le calcul et qui est énoncée *dans* la théorie (comme axiome) est pour Descartes un soutien de *tout* raisonnement. Pour autant, elle n'ouvre pas la voie à une *vis formae* qui pourrait valoir indépendamment des intuitions d'objets (Descartes est très clair, d'ailleurs, sur le fait que la *comparatio* en tant qu'intuition de rapport nécessite la donnée d'une « idée commune » pour

1. On comparera avec le fameux passage des *Nouveaux Essais sur l'entendement humain* où Leibniz joue exactement sur le même type de passage d'un niveau à l'autre (IV, 7, § 10).

se déployer [439, 11-19]). Elle restera donc adhérente à son champ d'objets (par exemple au déploiement des « rapports et proportions » dans le domaine de la *magnitudo* en tant qu'ils peuvent se réduire à des égalités).

La *mathesis* ne justifie donc pas ici son privilège de ce que les objets peuvent se rapporter à la grandeur et donc à un régime général d'égalité/inégalité, mais de ce qu'elle seule peut s'autoriser d'une transparence de la forme déductive au régime d'opération, sur les objets sur laquelle doit venir se régler toute comparaison.

Descartes prend ici le strict contre-pied de la doctrine ramiste : loin de dénier l'existence propre d'une *mathesis universalis,* qui ne serait qu'un autre nom de l'analytique logique, il tient que la vraie logique n'est qu'un nom de la *mathesis* (dont la partie universelle est la *mathesis universalis*) et que la syllogistique n'en est qu'un dérivé peu utile (du point de vue qui est le sien, c'est-à-dire de l'*inventio*). La formulation des axiomes mathématiques, soutien de tout raisonnement, mathématique (Règle III) ou non (Règle XII), est en fait le modèle d'une procédure logique *universelle,* dont la Règle XIV nous apprendra qu'elle a pour nom *comparatio.*

Mais le bénéfice premier de cette approche n'est pas tant d'affiner l'idée de *perspicuitas* des mathématiques que d'orienter vers un contenu mathématique plus clair. Nous devons, en effet, nous rappeler que la *mathesis* est dite se rapporter de manière privilégiée à l'ordre et que le modèle donné par Descartes est précisément celui d'une *suite* de nombres. Le ressort de l'exemple avancé dans la Règle VI est précisément cette manière dont la théorie comprend à titre d'énoncé *sur ses objets* une description de son fonctionnement *comme théorie.* Descartes ne fait pas de différence entre la suite *(series)* et la déduction (en l'occurrence « directe »), de même qu'il ne distingue pas entre insertion de moyennes et déduction indirecte – c'est-à-dire entre le niveau des opérations sur les objets et des inférences dans la théorie. Mais cela provient précisément du fait que la *mathesis* traite directement d'un objet homogène à sa forme déductive : l'ordre.

Sous ce point de vue, il y a autre chose à dire de la théorie mathématique sous-jacente à la position de *mathesis universalis* que de la référer aux « rapports et proportions » en tant qu'unité opératoire des objets mathématiques (dont l'universalité se révèle finalement dépendante de la posi-

tion d'un *subjectum* où elle se donne à voir distinctement). Certes, la matrice géométrique tient indéniablement une grande place dans la réflexion cartésienne ; elle forme le pôle d'une « logique de l'imagination ». Mais elle rend difficilement compréhensible que Descartes ait pris comme exemple privilégié de proportions dans la Règle VI une suite de *nombres* sans aucun support géométrique intuitif. De même ne permet-elle pas de comprendre ce qui est dit du fonctionnement du « calcul » dans la Règle III. Nous sommes donc rendus sensibles à un autre aspect de la *perspicuitas* des mathématiques, qui tient au fonctionnement propre de l'ordre en tant qu'il structure à la fois les domaines objets et les raisonnements. Certes, on aimerait en savoir plus sur cette théorie universelle, dont les seuls exemples donnés sont le cas simple de la transitivité de l'égalité et sa compatibilité avec les inégalités. Descartes ne développe pas ces aspects et l'évolution de sa mathématique va l'orienter à donner un net privilège à l'autre orientation (les recherches géométriques). Il est pourtant essentiel de voir ici se dessiner une conception, qui constituera l'autre pôle de la « mathématique universelle » chez Leibniz : sa richesse ne provenant pas tant de ce qu'elle livre une matrice formelle, dont le fond serait logique (modèle du calcul logique), mais de ce qu'elle soutient un lien de son objet à sa forme qui permet d'y lire une description de la logique *à même la théorie* (modèle de la logique *du* calcul ou, dira Leibniz, de la « logique des mathématiques »).

## V.5. Les raisons d'un abandon

### *V.5.1. Position du problème*

Reste à répondre à une dernière question : Comment expliquer que Descartes ne mentionne nulle part ailleurs que dans les *Règles* l'idée d'une « mathématique universelle » ? Sans prétendre apporter une réponse complète à cette question, qui demanderait une étude détaillée de l'évolution de la pensée cartésienne, on peut au moins proposer pour finir quelques

pistes ouvertes par la relecture que nous avons proposée et qui vont nous permettre d'acquérir une vue plus large sur l'organisation d'ensemble des *Regulae*.

Commençons par mettre à distance deux solutions trop simples. La première prendrait acte de l'imperfection du schématisme présenté dans les *Regulae* et y substituerait celui du début de la *Géométrie*, qui n'a conservé que les segments (et a introduit surtout – mais l'importance de ce point n'apparaîtra que plus tard – le cercle). Ce montage est très souvent utilisé pour placer le « calcul géométrique » de 1637 dans le prolongement direct de la *mathesis universalis* et autorise d'ailleurs parfois, conformément à la lecture qui fut faite par les premiers commentateurs de Descartes, à conserver pour le second le titre de « mathématique universelle ». Sans revenir sur les raisons qui empêchent de toute façon d'assimiler l'algèbre générale et la *mathesis universalis* dès l'époque des *Regulae*, nous devons remarquer que cette solution rend justement incompréhensible la « censure » portée par Descartes sur les *Règles*. À supposer, en effet, qu'elles constituent le véritable « discours de la méthode » cartésien, celui dont nous avons besoin pour comprendre la manière dont il a révolutionné et les mathématiques et la philosophie[1], on comprend d'autant *moins* que Descartes n'ait pas assumé lui-même ce montage. Pourquoi n'avoir pas tout simplement réécrit les Règles XV et suivantes dans le schématisme de 1637 ? À supposer, plus généralement, que les *Règles* témoignent d'un projet et d'une articulation de la philosophie aux mathématiques sur lesquels Descartes n'ait pas varié, comment expliquer non seulement qu'il ne mentionne jamais les *Règles*, mais surtout qu'on ne trouve plus jamais trace dans toute son œuvre d'une réflexion épistémologique comparable ?

On peut assurément comprendre, puisqu'il en a lui-même fait l'aveu, qu'il se soit peu à peu désintéressé des mathématiques abstraites[2], au pro-

1. Parmi les commentateurs récents, cette thèse a été défendue par G. Israël (1998), qui donne un état des lieux historiographique de la question.

2. « Mr des Argues m'oblige du soin qu'il lui plaît d'avoir de moi, en ce qu'il témoigne être marri de ce que je ne veux plus étudier en Géométrie. Mais je n'ai résolu de quitter que la Géométrie abstraite, c'est-à-dire la recherche des questions qui ne servent qu'à exercer l'esprit ; et ce afin d'avoir d'autant plus de loisir de cultiver une autre sorte de Géométrie, qui se propose pour

fit des questions de philosophie naturelle et de métaphysique, mais comment expliquer que la *Géométrie* de 1637 ne comporte pas une ligne de commentaire philosophique, ni même d'indication sur la visée *générale* de méthode qu'elle pourrait porter ? La question est d'autant plus naturelle que Descartes pouvait encore déclarer en 1643 qu'il n'avait jamais étudié les mathématiques pour elles-mêmes, mais en tant qu'elles pouvaient servir à la formulation de règles plus générales[1]. Même à supposer qu'il n'ait pas eu l'envie de revenir sur les *Regulae,* comment expliquer qu'il n'en ait pas fait mention à ses interlocuteurs (comme il le fit du *Monde*) et qu'aucun ne semble en avoir pris connaissance ?

Mais il faut tout aussi bien se garder de la facilité d'une solution symétrique qui s'appuierait sur l'évolution des années 1629-1630 pour justifier la disparition de la *mathesis universalis.* Non que cette évolution ait été sans effet pour notre thème. Le *Discours* en porte témoignage. Après la résolution prise dans son « poêle » en 1619, Descartes dit s'être occupé à cultiver sa méthode, notamment par la pratique des mathématiques[2], et il ajoute alors : « Toutefois ces neuf ans s'écoulèrent avant que j'eusse encore pris aucun parti touchant les difficultés qui ont coutume d'être disputées entre les doctes, *ni commencé à chercher les fondements d'aucune philosophie plus certaine que la vulgaire.* »[3] Le thème de la « prise de parti » est donc parfaitement bien délimité dans le *Discours,* où il ne renvoie pas, comme on aurait pu s'y attendre, à la résolution initiale de partir sur un « fonds qui soit tout à moi », mais à un événement survenu *neuf ans après.*

Il ne s'agit d'ailleurs nullement d'une reconstruction fabuleuse destinée à retracer, en en effaçant tous les détours, le droit chemin que seul le

questions l'explication des phénomènes de la nature. Car s'il lui plaît de considérer ce que j'ai écrit du sel, de la neige, de l'arc-en-ciel, etc., il connaîtra bien que toute ma Physique n'est autre chose que Géométrie » (AT II, 268). Sur cette évolution, voir F. De Buzon (1996).

1. Ne résistons pas à la tentation de citer ici la manière savoureuse dont Descartes se distingue ainsi des mathématiciens professionnels : « Monsieur Fermat est Gascon, moi non. Il est vrai qu'il a inventé plusieurs belles choses particulières, et qu'il est homme de grand esprit. Mais quant à moi, j'ai toujours étudié à considérer les choses fort généralement, afin d'en pouvoir conclure des Règles, qui aient aussi un usage ailleurs » (Propos rapportés par Van Schooten dans sa lettre à Huygens du 19 septembre 1658, in *Œuvres complètes,* II, 221-222 et AT III, 333, n. a.).

2. AT VI, 29.

3. AT VI, 30. Nous soulignons. Voir également dans la seconde partie (AT VI, 21, 27-22, 8).

point d'arrivée rend obvie. Du moins pas en ce qui concerne la question des « fondements » que Descartes présentait *déjà* sous cette forme dans une lettre à Mersenne d'octobre 1629 : « Pour la Raréfaction je suis d'accord avec ce Médecin et ai *maintenant* pris parti touchant tous les fondements de la Philosophie. »[1] Nous savons même assez précisément *comment* s'est opérée cette décision. Rappelons, en effet que dans la célèbre lettre à Mersenne du 15 avril 1630[2] Descartes dit : 1 / qu'il a trouvé finalement les *fondements* de sa philosophie naturelle (« je vous dirai que je n'eusse jamais su trouver les fondements de la physique, si je ne les eusse cherchés par cette voie ») ; 2 / qu'il en est satisfait, ce qui indique qu'il est parvenu alors à une solution (« c'est la matière que j'ai le plus étudiée de toutes, et en laquelle, grâce à Dieu, je me suis aucunement satisfait») ; 3 / enfin, qu'il estime avoir trouvé à cette occasion « comment on peut démontrer les vérités métaphysiques d'une façon, qui est plus évidente que les démonstrations de géométrie ». Ces affirmations suffisent à établir d'une part que la tension des *Regulae* (sur la difficulté à concevoir précisément le rôle d'une méthode fondée sur l'étude de la *mathesis* dans le traitement des natures simples intellectuelles) a trouvé une solution et, surtout, que cette solution accompagne une forme de *détachement* irréversible entre certitude métaphysique et mathématique[3].

Ce détachement entre les deux formes de certitude est d'ailleurs au centre des fameuses lettres écrites à Mersenne en avril-mai 1630. Descartes y expose sa doctrine, qu'il demande à son interlocuteur de rendre publique, selon laquelle Dieu doit être considéré comme créateur de ces « vérités mathématiques, lesquelles vous nommez éternelles » :

« Il est certain qu'il [Dieu] est aussi bien l'auteur de l'essence comme de l'existence des créatures : or cette essence n'est autre chose que ces vérités éternelles, lesquelles je ne conçois point émaner de Dieu, comme les rayons du soleil ; mais je sais que Dieu est auteur de toutes choses, et que ces vérités sont

1. AT I, 25. On notera le très significatif « *tous* les fondements ». L'expression revient au début de la Quatrième partie du *Discours* : « Je ne sais... les fondements que j'ai pris » (AT VI, 31).

2. AT I, 143-146.

3. On sait que cette distinction sera mise en exergue des *Meditationes* (AT VII, 4, 24-25 / IX (1), 6-7). Sur cette question des *degrés* de certitude et l'évolution de Descartes sur la question, voir J.-M. Beyssade (1979), p. 35-52.

quelque chose, et par conséquent qu'il en est l'auteur. Je dis que je le sais, et non pas que je le conçois ni que je le comprends ; car on peut savoir que Dieu est infini et tout-puissant, encore que notre âme étant finie ne le puisse comprendre ni concevoir ; de même que nous pouvons bien toucher avec les mains une montagne, mais non pas l'embrasser comme nous ferions un arbre, ou quelqu'autre chose que ce soit, qui n'excédât point la grandeur de nos bras : car comprendre, c'est embrasser de la pensée ; mais pour savoir une chose, il suffit de la toucher de la pensée » (AT I, 152. À Mersenne, 27 mai 1630).

Nous reviendrons sur le ressort de cet argument, qui est clairement la question de l'infini et de la témérité qu'il y a à croire « que notre imagination a autant d'étendue » que la puissance de Dieu (146, 9-10) – point qui ne semble pas avoir particulièrement arrêté l'auteur des *Règles*. Dans l'immédiat, seul nous intéresse le décalage évident avec le programme, dans lequel il s'agissait encore de rechercher en toutes choses une certitude *égale* à celle qu'on peut trouver en mathématiques.

Mais, et c'est le point sur lequel nous aimerions insister, un tel constat, qui modifie assurément la valeur de modèle des mathématiques, ne permet *pas* de justifier la disparition de la *mathesis universalis*. La mise en place de degrés de certitude maintient parfaitement dans ses droits la position d'une théorie universelle des mathématiques. Et nous pouvons en être assurés de ce que le *Discours*, qui est postérieur à la « prise de parti », ne fait aucune difficulté à rappeler que l'étude des mathématiques, exemplaires à leur degré de certitude, s'est d'abord effectuée dans sa partie « générale », celle où règnent les « rapports et proportions » (AT VI, 20). On peut donc bien accepter que la valeur de modèle de la *mathesis universalis* ait pu évoluer après la prise de parti, mais cela ne nous éclaire en rien sur sa disparition. Sous ce point de vue, la première tâche semble être d'abord de s'interroger sur la viabilité du projet exposé dans les *Règles* pris dans toute sa généralité.

### *V.5.2. Les obstacles à la « mathématique universelle » dans les Règles*

Comme nous l'avons déjà vu avec la Règle VI, le couplage de la position cartésienne de méthode et de la *mathesis universalis* n'est effectif que si l'on suppose une certaine adhérence des « questions » aux domai-

nes d'objets, ainsi qu'aux opérations qui les structurent. En un sens, cette conception est extrêmement puissante et nous avons essayé d'indiquer qu'elle joue un grand rôle dans l'approche qui préside encore à la *Géométrie*. Si nous rapportons les questions aux équations, elle livre une conception très riche de l'algèbre comme discipline dans laquelle la structure de problèmes est livrée intrinsèquement par la théorie elle-même [1]. Mais cette conception n'en a pas moins sa faiblesse propre dans la mesure où elle n'atteint le régime des questions qu'en supposant *donnée* l'existence des solutions. D'où la précision de la Règle VIII, qui rappelle que le critère de l'évidence doit être maintenu, au cas où l'on tomberait sur une question prioritaire dans l'organisation problématique, mais néanmoins insoluble[2]. Dans les termes de la Règle VI, cette difficulté est celle, classique, de l'existence des moyennes proportionnelles. Or la réforme des mathématiques engagée à partir du dispositif mis en place dans la première partie des *Règles* va littéralement échouer sur cette question.

Pour bien le comprendre, commençons par rappeler brièvement la manière dont Descartes met en place son algèbre géométrique, à partir de la Règle XV[3]. Les termes (grandeurs ou nombres) y sont représentées par des longueurs et des rectangles ou – alternative trop souvent oubliée – des points et des réseaux de points (453-454). Ce schématisme ne permettant de traiter au plus que deux termes, il est nécessaire d'en proposer une traduction dans un symbolisme algébrique, ce qui permettra à la fois d'assurer le va-et-vient entre les calculs et le schématisme (qu'il faut reconfigurer pour l'introduction de chaque nouvelle grandeur) et de consigner les raisonnements sans alourdir le travail de l'imagination

1. G. Cifoletti (1991 *a*; 1991 *b*; 1997) a fait remarquer qu'une telle conception de l'algèbre comme théorie des « questions », qui fonde son utilité méthodologique comme *ars inveniendi*, paraît propre à l'École française d'algèbre. Pour un prolongement de la réflexion sur l'algèbre comme théorie des problèmes jusqu'à Galois et Lie, voir Vuillemin (1962-1993). C'est sur cette analyse que Deleuze (1968-1989) fait lui-même fond pour penser et la constitution de l'algèbre comme théorie des problèmes et la relance du projet de mathématique universelle (p. 245).

2. Ici s'instaure l'écart avec la théorie qui sert de départ à la réflexion de Vuillemin. Ce qu'aura permis la théorie de Galois est, en effet, que l'algèbre puisse devenir la théorie des problèmes au sens où elle peut affronter également la question de leur insolubilité.

3. Pour une présentation d'ensemble, voir Bos (2001), chap. 18.

(XVI). Une idée importante qui assure ici la possibilité du « va-et-vient » entre schématisme et calcul, et qui avait déjà été mise en avant par des auteurs comme Stevin, est que les « puissances » algébriques ne doivent pas être considérées, malgré leurs noms (carré, cube...), comme traduisant des dimensions spatiales, mais comme des (grandeurs en) proportions continues (ce qui assurera qu'on pourra toujours se rapporter à une représentation à une ou deux dimensions [456, 11-457, 12]). La règle suivante entreprend de montrer « comment il faut abstraire des difficultés déterminées et parfaitement entendues de leurs sujets, et les réduire au point qu'on ne cherche plus ensuite, qu'à connaître certaines grandeurs, de ce que par telle ou telle façon on les rapporte à quelques autres données ». Il est alors nécessaire, selon la remarque fondatrice de la Règle VI, de distinguer déductions directes et indirectes (459, 26-460, 3), ainsi que la manière de rapporter les unes aux autres : « Parce que ici nous ne nous occupons que des questions enveloppées, à savoir celles où il faut connaître à partir d'extrêmes connus certains intermédiaires suivant un ordre troublé, tout l'artifice de ce lieu consistera, en supposant les choses inconnues pour les connues, à pouvoir préparer un chemin de recherche aisé et direct » (460, 17-23).

L'art consistera donc à chercher dans un problème une manière de se ramener à une suite de grandeurs en proportion continue, qui s'exprime algébriquement sous la forme d'un rapport entre certaines puissances d'une ou plusieurs inconnues. Pour cela, nous devons disposer d'un principe de correspondance permettant d'exprimer ces rapports sous une forme à la fois géométrique et algébrique. Descartes propose à cette fin d'isoler quatre opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication et division) et explique comment on peut les représenter dans son schématisme (XVIII). Or on remarque trop peu que ce développement connaît deux interruptions significatives : la première sert à indiquer que, même si la « division » peut être considérée comme recouvrant le cas où les diviseurs sont égaux entre eux, cette dernière opération est néanmoins plus difficile (puisqu'il s'agira, en termes algébriques, de l'extraction d'une racine [463, 22-464, 8]) ; la seconde reprend le même problème à propos du schématisme : ayant rappelé qu'il s'agit bien de concevoir des lignes « dans une suite de proportions continue dont la première est l'unité, et la

dernière la grandeur à diviser »[1], Descartes ajoute : « Quant à savoir comment on doit aussi trouver entre celle-ci et l'unité autant de moyennes proportionnelles qu'on veut, on le dira en son lieu » – la suite retournant prudemment aux questions « qu'on doit parcourir directement » (467, 3-16). La partie rédigée des *Règles* s'interrompt ici sur un programme : Descartes annonce qu'il traitera plus tard du cas délicat de la division en général (incluant l'insertion des moyennes) – qu'il a pourtant fait figurer, c'est tout le problème, au rang des opérations *élémentaires*.

Cette interruption est-elle fortuite ou traduit-elle un problème structurel ? Les indications des *Regulae* semblent trop lacunaires pour pouvoir en décider. Mais nous disposons fort heureusement d'indications complémentaires indépendantes de ce texte. En effet, Descartes rend visite à la fin de 1628 au « promoteur » de ses études mathématiques, qui l'a sorti de son indolence dix ans auparavant : Isaac Beeckman[2]. Ce dernier, dont le journal est conservé, a consigné le fruit de leur discussion. D'après Beeckman, Descartes lui aurait expliqué s'être adonné, pendant les neuf ans où ils ne s'étaient pas vus, à l'arithmétique et à la géométrie autant qu'un esprit humain le pouvait *(se tantum in iis, his novem annis, profecisse, quantum humanum ingenium capere possit)* et au point de n'y avoir plus rien à espérer *(is dicebat mihi se in arithmeticis & geometricis nihil amplius optare)*[3]. Pour en donner la preuve, il fournit un échantillon de son calcul et projette de lui faire parvenir une « Algèbre », écrite à Paris. Or il se trouve que Beeckman a également consigné l'échantillon de ce que Descartes lui présente comme échantillon de son « algèbre générale » (AT X, 333-335).

Nous y retrouvons un schématisme comparable à celui qu'avait mis en place Stevin pour représenter les polynômes à l'aide de figures solides[4],

1. En ce point, il prend d'ailleurs le contre-pied de Stevin qui, constatant qu'on ne sait pas résoudre la question de l'insertion de deux moyennes par lignes, se rabattait sur une résolution numérique – sans dire, plus que Descartes ne le fera, comment s'y prendre effectivement en général.

2. AT X, 162-163.

3. AT X, 333. La résonance avec le *in istis nihil mihi ulterius optandum superesse videatur* de 379, 4-5 est évidemment troublante.

4. Au début de la seconde partie de son *Arithmétique* (1585), consacrée aux « nombres géométriques », Stevin interprète les suites de puissance d'un même terme comme rapport d'une ligne à son carré, puis à son cube. Pour les puissances supérieures, il propose de le représenter

à cette différence que Descartes préfère les représentations planes et même linéaires, plus faciles à saisir[1]. Le rapprochement avec le schématisme proposé dans les *Regulae* paraît immédiat, n'étaient quelques détails troublants. Par exemple, l'élucidation de la notion de dimension n'est pas faite par l'intermédiaire de la notion de proportion continue (comme chez Stevin et dans les *Regulae*), mais par l'adjonction de « qualités » (ainsi un solide régulier à quatre dimensions sera-t-il présenté comme un cube en bois ou en pierre ! [AT X, 334]). En outre, l'exemple donné consiste simplement à résoudre une équation quadratique par quelques manipulations élémentaires sur les aires planes, technique qui est tout à fait rudimentaire puisqu'elle apparaît aux tout premiers développements de l'algèbre chez les Arabes (en l'occurrence dès les travaux d'al-Khwarizmi, dans le prolongement de ce qu'on peut déjà trouver au livre II des *Éléments* d'Euclide) et dont on voit mal en quoi elle manifesterait la puissance de l'algèbre cartésienne.

Le décalage entre les ambitions de Descartes et la faiblesse de sa réalisation est manifeste, et mériterait d'arrêter plus longuement ceux qui tentent à toutes forces d'expliquer que Descartes a déjà à disposition l'essentiel de ses idées mathématiques dès les années 1620 (quand ce n'est pas dès 1619). Mais le plus intéressant pour nous est la fin du fragment, qui nous assure que cette faiblesse est bien structurelle, puisque Beeckman précise alors : « Les nombres irrationnels, qui ne se peuvent expliquer autrement, il les explique par la parabole » *(irrationales numeros, qui aliter explicari non possunt, explicat per parabolam)*[2]. Même si l'indication est sibyl-

comme des « docides » (des poutres) consistant en empilement de carrés (par exemple : la puissance quatrième de 2 peut être vue comme une poutre de deux carrés, la cinquième comme quatre carrés, la sixième comme huit, et ainsi de suite de sorte que le rapport d'une puissance à l'autre soit préservé), cf. Stevin (1585-1958), p. 508-514.

1. AT 333, 1-3 : *Dicit idem se invenisse Algebram generalem, ad eamque se non uti corporum figuris, sed planis duntaxat, quia eae facilius mentibus insinuantur.*

2. Le vocabulaire de l'époque pourrait autoriser d'entendre ici sous le « per parabolam » une référence à l'application des aires euclidienne plutôt qu'aux coniques. Cela dit, le contexte du passage ne penche pas du tout dans cette direction puisque l'application des aires est la technique générale sous-jacente aux exemples mentionnés par Descartes et ne discriminerait nullement le cas des irrationnels (ou de certaines classes d'irrationnels). En outre, comme nous le verrons par la suite, le schématisme utilisé par Descartes échoue précisément sur le problème de l'insertion de la moyenne géométrique, du fait qu'il faut dans ce cas faire intervenir le cercle.

line, on voit ici clairement qu'il y a toute une classe d'irrationnelles que Descartes ne peut pas du tout traiter de l'intérieur de son schématisme.

Comment procédait-il alors ? Pour le comprendre, il est nécessaire de se reporter aux autres indications consignées par Beeckman, qui ont pour la plupart trait aux recherches d'optique, et dans lesquelles apparaissent cette fois des études de courbes[1]. Début 1629, Beeckman consigne d'autres problèmes, notamment un problème classique que Descartes a aussi résolu dans le cadre de ses recherches d'optique et qui ne saurait nous laisser indifférent : celui de l'insertion de deux moyennes proportionnelles à l'aide d'une parabole et d'un cercle[2]. À cette occasion, il donne un nouvel exemple algébrique, mais dans un contexte totalement différent : celui de la « construction des équations ». En effet, l'insertion de deux moyennes proportionnelles est équivalente au problème algébrique de la résolution des équations cubiques, et Descartes peut donc utiliser sa construction à cette fin. Cela nous livre une indication éclairante sur la manière dont Descartes pouvait régler le problème des irrationnels inexplicables *per parabolam.* Or Descartes faisait tant de cas de cette découverte qu'il l'appelait, nous dit Beeckman, son « secret universel » *(secretum universale)* et estimait n'avoir jamais rien découvert de plus important (344-346)[3].

Notre propos n'est pas d'entrer dans la reconstitution des techniques utilisées par Descartes à cette époque, mais de porter une remarque simple et immédiate : sous l'éclairage de la *Géométrie,* ce qui fait l'originalité des inventions mathématiques de Descartes est l'association d'une « algèbre générale », présentée dès les premières pages du traité de 1637,

1. Ellipses, 338-340 ; hyperbole, 340-342, cf. Milhaud (1921), chap. V.

2. AT X, 342-344. L'idée de cette solution remonte au moins à 1625, où elle est communiquée à Mersenne sans démonstration. La démonstration fut trouvée par Mydorge. Sur cette construction et son usage en algèbre, voir Bos (2001), chap. 17.

3. Sur le fait que cette solution est effectivement très puissante, voir M. Serfati (2002), qui a particulièrement insisté sur le rôle de l'élaboration du *secretum universale* dans l'évolution de l'algèbre géométrique cartésienne à partir de 1629. On y verra notamment l'importance que tient l'introduction du cercle (là où les prédécesseurs de Descartes avait privilégié l'intersection de deux paraboles). Il y a là également une piste très intéressante pour comprendre comment Descartes a été amené à réformer son schématisme. Le dispositif de travail sur la courbe selon ses axes (qui est classique dans le cas des sections coniques) avec intervention d'un cercle auxiliaire paraît, en effet, décisif pour sortir des difficultés où s'empêtre la fin des *Regulae.*

et d'une étude générale des courbes « géométriques » (au sens particulier que Descartes donne à ce terme) ; or le point étonnant est que ces deux types de recherches apparaissent comme totalement *séparées* dans les documents qu'il transmet à Beeckman en 1628-1629 (l'*algebra generalis* d'un côté, dont l'efficacité paraît très limitée, notamment dès qu'il faut traiter de l'extraction des racines hors de cas simples ; le traitement des courbes et la construction des équations à l'aide de la parabole et du cercle, de l'autre). Cela attire notre attention sur la différence la plus évidente et pourtant la plus rarement avancée entre la pratique des *Regulae* et celle de la *Géométrie*. Elle tient non pas seulement à leurs schématismes respectifs, mais à leurs objets : car dans les premières, le projet est clairement de proposer un traitement général des questions qui vaudraient aussi bien du discret et du continu, alors que dans la seconde le projet est une étude des seuls problèmes de géométrie, intimement liés à l'étude des courbes, avec l'aide d'un langage « arithmétique » (au sens de l'arithmétique des indéterminées, c'est-à-dire de l'algèbre). Les deux figures de l'unité de l'arithmétique et de la géométrie sont donc radicalement différentes dans ces deux traités (et c'est bien, nous l'avons vu, ce que rappelle très clairement Descartes à Ciermans en 1638).

Mais cela attire l'attention sur une autre différence de taille : le schématisme de la *Géométrie* n'aura pas consisté simplement à passer d'une représentation plane à une représentation linéaire ; il aura également introduit, au titre des opérations élémentaires, un schéma classique d'extraction de la racine carrée par intervention du (demi-)cercle[1]. Or si le cercle n'apparaît pas dans les *Regulae,* ce n'est pas tant, nous semble-t-il, parce que Descartes l'ignore, que parce que cette figuration n'a *a priori* aucun sens dans le cas discret. Le projet d'une *mathesis universalis,* au sens où l'analyse mathématique doit pouvoir se fonder en dernière instance sur un traitement « universel » de tous les types de quantités a donc une influence décisive ici sur le choix du schématisme (et réciproquement, on voit que l'argument présenté à Ciermans est parfaitement cohérent : il aura fallu abandonner le projet d'un traitement unifié de la géométrie et de l'arithmétique – au sens de la théorie des multiplicités *discrètes* – pour

1. Pour la construction, voir AT VI, 370.

pouvoir construire l'édifice de la bien nommée « Géométrie »). Ce choix induit une difficulté très profonde sur laquelle échoue les *Regulae* et qui est trop rarement notée. Pour que le schématisme initial puisse, en effet, fonctionner (ne serait-ce que si je veux effectuer le produit ou la division de plus de deux grandeurs), il me faut pouvoir ramener des rectangles à des longueurs et réciproquement. C'est la question sur laquelle s'achève la partie rédigée du traité. Descartes remarque alors que « toute l'affaire se réduit à une proposition de ce genre : étant donné un rectangle, en construire un autre égal sur le côté donné. Et bien que cela soit connu même par des enfants en Géométrie, je veux l'exposer pourtant, de peur de paraître omettre quelque chose ». Mais la suite manque justement et des règles à venir ne subsistent que les énoncés. Or il se trouve que les enfants qui ont lu leur Euclide et connaissent la méthode du *gnomon,* savent bien que cette construction est justement loin d'être évidente à justifier dans le cas où le rectangle à construire est un carré – *du moins si je ne dispose pas du cercle*[1].

On voit très bien ici comment l'étude des courbes et son usage pour la construction des équations pouvaient venir relayer un projet qui affrontait un certain nombre de difficultés *internes* insurmontables. Mais gardons-nous de croire qu'il pouvait en prendre directement la suite. Car le passage d'un schématisme à l'autre devait précisément se faire au prix de l'abandon de la *mathesis universalis,* dans son principe : introduire le cercle voulait dire qu'on abandonnait l'idée d'une unité profonde, donnée par un type de diagramme, entre discret et continu ; par ailleurs, il coïncide avec la volonté de mettre au centre de la mathématique les problèmes de la seule géométrie (considérée comme étude des courbes). Reste alors à comprendre pourquoi Descartes pouvait être prêt à payer ce prix et pourquoi le succès de la *Géométrie* ne l'a pas conduit à une relance d'un grand projet de théorie universelle des mathématiques (au sens qu'il mentionne à Ciermans en 1638, c'est-à-dire qui inclurait également un traitement du nombre pour lui-même et de « l'ordre et la mesure »).

1. Voir les constructions proposées par Euclide dans les *Éléments,* II, 14 et VI, 13.

### *V.5.3. Le problème de l'unité du discret et du continu*

La question de la « division », équivalente à celle de l'insertion des moyennes, sur laquelle vient buter le dispositif des *Regulae* n'est pas simplement un problème technique de mathématiques. En effet, d'après la Règle VI, la question de l'insertion des moyennes doit être vue comme le paradigme de ce qu'est une « déduction indirecte ». Si nous ne sommes pas capables de donner une formulation adéquate à ce problème dans le cadre des mathématiques réformées, le type de fondement qu'est censé procurer une « mathématique universelle » à l'ensemble du dispositif paraîtra pour le moins mal assuré. Or quand on prête attention aux développements de la première partie, on s'aperçoit que cette difficulté émerge bien dès le niveau de la théorie de la connaissance. Cela va nous amener à revenir sur un certain nombre de règles que nous avons jusqu'à présent délibérément laissées de côté.

Tout le problème ouvert par les Règles IV et VI est le suivant : à supposer que la méthode ait pour fin de « trouver » des déductions nouvelles et que le modèle d'une telle analyse soit la procédure de l'insertion des moyennes, comment la certitude de la série initiale est-elle censée *se transmettre* à la série des questions elle-même ? Descartes dispose pour répondre d'une solution *ad hoc,* exposée dès les premières règles par l'assimilation de la déduction à un « mouvement continu ». La « continuité » de la certitude se trouve donc transmise par définition même, pourrait-on dire, de ce qu'est une « déduction ». Mais cette solution s'avère totalement impraticable dès lors qu'il s'agit de « trouver » des déductions qui ne sont pas données. Aucune méthode ne serait nécessaire à l'élucidation des « déductions indirectes », si leur certitude était donnée sur le même mode que les déductions directes : il suffirait d'appliquer un procédé de construction quasi mécanique en veillant bien à ce que chaque étape nouvelle de la construction repose bien sur une intuition. Nous sommes assurés que ce problème se pose à Descartes autant qu'à son lecteur puisque la Règle VII s'ouvre précisément avec lui : « L'observation des [préceptes], qu'on propose ici, est nécessaire pour admettre au nombre des certaines ces vérités, que nous avons dites plus haut ne pouvoir être immédiate-

ment déduites des premiers principes connus par soi » (387, 10-13). Par la suite, Descartes explique d'ailleurs très clairement que si « toutes les propositions que nous avons déduites immédiatement de quelques autres, pourvu que l'inférence ait été évidente, ont déjà de cela même été réduites au regard vrai », il n'en va pas de même lorsque les termes ont été « disjoints » par la question (389, 15-19). C'est le revers de la disjonction des figures de l'*ordo* : la question rompt le tissu d'évidence sur lequel s'était fondé la série déductive initiale.

La solution que propose alors Descartes ne consiste pas à abandonner le modèle du « mouvement continu », mais à le dédoubler : (I) : « Aussi je les parcourrai quelquefois d'un certain mouvement continu de la pensée, qui regarde chaque chose et [tout] ensemble passe aux autres, jusqu'à ce que j'ai appris à passer si vite de l'un à l'autre que, n'en abandonnant presque aucune partie à la mémoire, il me semble que je vois la chose entière toute ensemble d'un seul regard » (388, 2-7) ; (II) : « Si à partir de nombreuses propositions disjointes nous inférons quelque terme unique, souvent la capacité de notre entendement n'est point telle, qu'elle puisse les comprendre toutes d'un même regard ; dans cette rencontre la certitude de cette opération [*scil.* le dénombrement] doit lui suffire. En la même manière que nous ne pouvons distinguer d'un seul coup d'œil tous les anneaux d'une chaîne un peu longue ; mais que néanmoins, si nous avons vu la liaison de chacun avec le suivant, cela suffira, pour que nous disions aussi avoir aperçu comment le dernier est lié avec le premier » (389, 15-25).

Ces deux modèles sont très différents : le premier fait reposer la certitude sur la possibilité d'un lien continu et propose une technique d'entraînement dans laquelle l'intuition peut être récupérée à partir de la déduction *par un mouvement successif répété* (la quasi-simultanéité de la coprésence étant liée à la « rapidité » avec laquelle le mouvement continu de l'une à l'autre peut être effectué) ; le second propose de pallier *l'impossibilité* d'atteindre à la continuité (que la question a brisée) par une procédure qui garantirait la nécessité de la succession des étapes, quand bien même nous ne pourrions la parcourir d'un seul regard (car rien ne garantit, on l'aura compris, que cette nouvelle série repose sur une transparence opératoire comparable à celle qui se donnait au niveau des domaines d'objets).

Descartes semble ici hésiter sur la possibilité d'atteindre ou non à une réelle continuité du mouvement de pensée. Cette tension entre les deux modèles est particulièrement apparente dans la Règle XI dont le propos est pourtant d'éclaircir des flottements que Descartes reconnaît sans peine et qui témoignent de l'aspect encore tâtonnant de ses recherches : d'un côté, l'*intuitus* s'oppose à la *deductio* en tant qu'il est immédiat ; de l'autre, l'*intuitus* s'oppose à l'*enumeratio sive inductio* comme le simultané s'oppose au disjoint ; le second peut alors prendre en charge la *deductio* pour la faire parvenir à une forme d'intuition par la médiation d'une succession d'inférences *(illationes),* déductions immédiates et continues qui relèvent proprement de l'*intuitus.* Descartes propose alors une redéfinition de l'*enumeratio* : « inférence rassemblée à partir de nombreuses choses disjointes », où la position du problème comme liaison du discret (du « disjoint ») et du continu est très claire. Mais cette règle, loin d'éclaircir le développement de l'exposé, renforce un peu plus la confusion, puisque Descartes finit alors pas avancer que l'*intuitus* et l'*enumeratio* « se soutiennent et s'achèvent mutuellement, jusqu'à sembler croître de pair en une seule [*scil.* opération] ». Les deux directions de la Règle VII se rejoignent ici dans une réélaboration des deux opérations primitives. Or quelle est l'opération ultime, outil parfait de la méthode, auquel on parvient alors ? « Un certain mouvement de la pensée qui regarde attentivement chaque [chose] et [tout] ensemble passe aux autres. »

Réponse claire et conclusive, dira-t-on : Descartes estime donc que la tension entre la disjonction des éléments déduits et la simultanéité de l'*illatio* immédiate, même suspendue par le travail d'analyse, peut être rétablie par une « action de l'intellect » unique, fût-elle accessible seulement au terme d'un entraînement. Malheureusement, la description effectivement proposée est loin d'être aussi limpide, car Descartes voit bien que le passage d'une étape à l'autre suppose alors d'avoir recours à la mémoire. Et de conclure : « À cause de quoi il m'est nécessaire de les parcourir d'une pensée réitérée, jusqu'à ce que je passe si vite de la première à la dernière, que n'en laissant presque aucune des parties à la mémoire je paraisse regarder la chose entière toute ensemble » (409, 4-7). N'était la reprise du curieux procédé par passage à la limite *(celeriter transierim ut),* un singulier *fere* et un encore plus singulier *videar* nous sépareraient encore, au

terme de l'entraînement, du mouvement de la pensée qui regarde attentivement chaque chose et tout ensemble passe aux autres[1].

Notre propos n'est pas du tout d'entrer dans les questions difficiles de théorie de la connaissance soulevées par les *Regulae*. Deux choses doivent, en revanche, nous intéresser : d'une part, le fait que la question de la « division », étroitement liée à celle de l'unité du discontinu et du continu, paraît loin d'être réglée à l'époque des *Règles* ; d'autre part, la solution proposée alors est tout à fait surprenante puisqu'elle se fait par « passage à la limite ». La faiblesse du dispositif élaboré dans la seconde partie des *Règles* est donc doublée d'une faiblesse bien plus profonde à penser de manière satisfaisante l'unité du discret et du continu. Or nous allons voir que ces indications livrent un éclairage intéressant sur la prise de parti de 1629 et le repli cartésien sur la seule « géométrie ».

*
* *

Revenons aux années 1629-1630 : sur quoi porte exactement la « prise de parti », dont parle Descartes ? Sur la certitude des mathématiques assurément, mais, bien plus fondamentalement, sur l'incompréhensibilité divine, elle-même corrélée à une certaine décision sur la connaissance de l'infini. Par ailleurs, nous l'avons vu, le contexte général est la réflexion sur les « fondements » de la physique. À la fin de la lettre du 15 avril, alors qu'il vient de pointer les limites de l'imagination, Descartes dit d'ailleurs qu'il espère « écrire ceci, même avant qu'il soit 15 jours, dans [s]a phy-

1. Le problème, comme le remarquera Leibniz, est qu'il ne suffit pas d'avoir garanti l'intuition singulière de chaque inférence pour assurer que l'ensemble des « pas » pourra être parcouru « d'un seul regard » : je peux, par exemple, construire un nouvel entier par un pas « intuitif » (la succession) et chaque nombre « fini » est donc accessible de cette façon. Mais l'ensemble des nombres ne pourrait être parcouru de cette façon, pour la simple raison qu'il est infini. Si l'on veut éviter de recourir au problème de l'infini (encore qu'il paraisse difficilement évitable dès lors qu'on recourt, comme Descartes, à la notion de « continuité »), on pourra méditer sur l'exemple leibnizien du « décagone régulier » – figure impossible, mais dont on peut pourtant se représenter intuitivement chacun des éléments et dont il paraît « évident » qu'on peut le construire en assemblant dix segments de même longueur. Dans chacun de ces cas, on le voit, le problème est que l'intuition doit être contrôlée au niveau des opérations acceptables – question qui est précisément impossible à régler, sinon par postulat, tant qu'on ne s'est pas donné une vue *globale* du domaine d'objets qu'on étudie.

sique » (AT I, 146). Or, lorsque nous rapportons ces déclarations aux développements du *Monde* engagés à la même époque, nous voyons bien : d'une part, que Descartes s'est trouvé précisément *forcé* de prendre position sur la question du rapport entre discret et continu ; d'autre part, que sa décision a rendu *impossible* la position d'une symétrie de principe entre ces deux notions.

Rappelons, tout d'abord, que *Le Monde* ou *Traité de la Lumière* s'ouvre par une théorie de la perception. Cette théorie prend appui sur une hypothèse décisive, qui avait été avancée dans la Règle XII, à savoir la différence qui existe entre « l'idée qui se forme *en notre imagination* » (nous soulignons) et « ce qui est en nous qui produit ce sentiment ». L'ambivalence fondatrice du statut de l'imagination se retrouve à cette occasion et Descartes précise alors, mettant encore imagination et pensée sur le même plan : « Car encore que chacun se persuade communément, que les idées que nous avons en notre pensée sont entièrement semblables aux objets dont elles procèdent, je ne vois point toutefois de raison, qui nous assure que cela soit. »[1] Nous ne nous attarderons pas sur ce développement, qui reprend l'essentiel des suppositions des *Regulae,* sinon pour faire remarquer que l'hypothèse d'un modèle mécanique de la perception a désormais un « fondement réel » : elle est appuyée par une théorie physiologique de la vision et Descartes de renvoyer très explicitement les lecteurs qui voudraient plus de précision à sa *Dioptrique*[2].

Après cette première étape, Descartes entreprend de parcourir rapidement les différents chapitres classiques de la Physique (les « qualités » premières, le vide, les Éléments) en montrant à chaque fois comment ils peuvent être modélisés selon des rapports de mouvements locaux entre parties. Sur cette base est esquissé un tableau d'ensemble de « tous les corps dont l'Univers est composé » (29, 11-12). Ce premier aperçu est très rapide et appelle évidemment des explications plus poussées. Notamment, nous aimerions savoir ce qui permet de poser le modèle mécaniste comme valide. Or le cours de l'exposé s'interrompt alors brutalement : « Il me reste

1. AT XI, 3, 8-12. Et ce passage de l'imagination à la pensée n'est pas un *lapsus* malheureux. Descartes revient très explicitement sur la thèse qu'il prétend contrer : « Mais, vous direz, peut-être... » (AT XI, 4, 20-28).

2. AT XI, 9, 2.

ici encore beaucoup d'autres choses à expliquer, et je serais même bien aise d'y ajouter quelques raisons pour rendre mes opinions plus vraisemblables. Mais afin que la longueur de ce discours vous soit moins ennuyeuse, j'en veux envelopper une partie dans l'invention d'une Fable, au travers de laquelle j'espère que la vérité ne laissera pas de paraître suffisamment, et qu'elle ne sera pas moins agréable, que si je l'exposais toute nue. »[1]

Comment Descartes procède-t-il alors ? Tout d'abord, il se place dans un « espace imaginaire », dont il rappelle, non sans ironie, que « les Philosophes » lui donnent le droit de le concevoir (allusion probable à la pratique médiévale de la physique *secundum imaginationem* et de ses « mondes possibles »). Or cet espace imaginaire, dont « nous prenons la liberté de feindre [la] matière à notre fantaisie » (33, 4-5) n'est pas aussi arbitraire qu'il y paraît ; il obéit même à une contrainte très précise : « Attribuons lui, s'il vous plaît, une nature en laquelle il n'y ait rien du tout que chacun ne puisse connaître aussi parfaitement qu'il est possible » (5-8). Comment ne pas être frappé que ce « monde », loin d'être imaginaire, va donc devoir obéir au critère de certitude exigé par les *Regulae* pour l'édification de toute science ? On ne s'étonne donc guère de la forme qu'il prend : Descartes commence par lui refuser toute qualité sensible (Terre, Feu, Air, bois, pierre, métal, chaud, froid, sec, humide, odeur, son, couleur, lumière) pour la très simple raison que ces « qualités », fondements de l'ancienne physique, ne sont pas « évidemment connu[es] de tout le monde » ; mais il refuse également l'idée de « matière première », c'est-à-dire d'une quantité abstraite complètement dénuée de forme. Notre « monde » imaginaire sera donc réduit à son étendue *réelle* (33, 22-30). La « fable » que Descartes prétend ici conter prend directement la suite de l'hypothèse « logique » de la Règle XII : sous le seul critère de l'évidence, le corps peut se réduire à une détermination de l'étendue (parce que tout concept de corps enveloppe le concept d'étendue) – étant bien entendu, comme y avait insisté la Règle XIV, que cette étendue « abstraite » ne doit pas être réellement séparée du corps. Mais Descartes ne s'est pas lancé dans cette fiction sans précaution et c'est ici que l'écart avec les *Regulae* va apparaître clairement.

1. AT XI, 31, 13-21.

Alors qu'il formule la fiction d'un espace réduit à ce que l'imagination laisse paraître, le philosophe se heurte, en effet, à une difficulté, dont la présence aux premières lignes de ce chapitre rend d'autant plus sensible l'absence dans les *Regulae* : lorsque je me représente un espace quelconque, je suis tout de suite confronté à la question de savoir quelles bornes lui assigner. Si je lui donne une limite, je suppose que je sais penser cette limite et donc qu'il y a une manière de comparer mon espace avec « autre chose ». Mais que peut bien être cet « autre chose » ? Ne suis-je pas en train de me représenter mon monde *dans* un espace qui le contient à titre de partie ? Et ainsi de suite, tant que je tenterai de lui assigner des frontières, à l'infini. D'un autre côté, si je ne lui donne pas de limite, je me prétends capable de représenter l'infini, et comme Descartes veut ici limiter la représentation à celle qui est claire et distincte, une telle supposition le conduirait donc à poser comme fondement de sa reconstruction rien moins qu'une représentation claire et distincte de l'infini.

Fait significatif, Descartes ne se lance nullement dans ces difficultés classiques, mais les écarte d'emblée : « Mais afin que cette infinité ne nous empêche et ne nous embarrasse point, ne tâchons pas d'aller jusques au bout » (32, 2-4). Il suffira donc de se placer dans un espace *déterminé* en dehors de celui que Dieu a créé : « Et après nous être arrêtés là en quelque lieu déterminé, supposons que Dieu crée de nouveau tout autour de nous tant de matière, que, *de quelque côté que notre imagination se puisse étendre,* elle n'y aperçoive plus aucun lieu qui soit vide. » En quoi s'est-on débarrassé ainsi des difficultés touchant l'infini ? Descartes l'explique dans le paragraphe qui suit. Il fait alors intervenir une distinction essentielle, qu'il précisera par la suite et dont il déclarera même avoir été l'inventeur[1] :

« Bien que la mer ne soit pas infinie, ceux qui sont au milieu sur quelque vaisseau peuvent étendre leur vue, ce semble, à l'infini ; et toutefois il y a encore de l'eau au-delà de ce qu'ils voient. Ainsi, encore que notre imagination semble se pouvoir étendre à l'infini et que cette nouvelle matière ne soit pas supposée être infinie, nous pouvons bien toutefois supposer qu'elle remplit des espaces beaucoup plus grands que tous ceux que nous aurons imaginés. Et même afin qu'il n'y ait rien en tout ceci où vous puissiez trouver à redire, ne permettons pas à

1. *Entretien avec Burman* (AT V, 167 ; trad. franç. Beyssade, p. 100-103).

notre imagination de s'étendre si loin qu'elle pourrait ; mais retenons-la tout à dessein dans un espace déterminé, qui ne soit pas plus grand, par exemple, que la distance qui est depuis la Terre jusqu'aux principales étoiles du firmament, et supposons que la matière que Dieu aura créée s'étend bien loin au-delà de tous côtés, jusqu'à une distance indéfinie. Car il y a bien plus d'apparence et nous avons bien mieux le pouvoir de prescrire des bornes à l'action de notre pensée, que non pas aux œuvres de Dieu » (AT XI, 32, 12-33, 3).

Le fait de ne pas se représenter de bornes ne préjuge donc pas de l'infini – ou, comme Descartes le dira plus tard selon un vocabulaire qui est encore flottant dans le texte du *Monde* : elle ne me donne accès qu'à un « indéfini ». Le philosophe écarte alors tout embarras sur l'infini, comme il le fera jusqu'aux *Principia*[1], en assignant à l'imagination un espace qui *semble* infini (et qui *pourrait* bien l'être d'ailleurs), mais dont je n'ai aucun moyen de décider de l'infinité de manière intrinsèque. À cette étape, l'action de Dieu sera déjà décisive pour assurer éventuellement l'existence d'un infini réel venant soutenir l'indéfini de l'imagination. Mais Descartes ne tarde pas à revenir sur ce problème de l'action divine, à propos du problème inverse : celui de la « division ». Le problème qui se pose dans la représentation des limites de l'extension d'un espace est, en effet, corrélé à un problème symétrique de représentation des limites dans la division à l'infini des grandeurs géométriques. Sous cet aspect, le soutien divin va se révéler absolument nécessaire :

« Ajoutons à cela que cette matière peut être divisée en toutes les parties et selon toutes les figures que nous pouvons imaginer ; et que chacune de ses parties est capable de recevoir en soi tous les mouvements que nous pouvons aussi concevoir. Et supposons de plus que Dieu la divise véritablement en plusieurs telles parties, les unes plus grosses, les autres plus petites, les unes d'une figure, les autres d'une autre, telles qu'il nous plaira de les feindre. Non pas qu'il les sépare pour cela l'une de l'autre, en sorte qu'il y ait quelque vide entre deux : mais pensons que toute la distinction qu'il y met consiste dans la diversité des mouvements qu'il leur donne, faisant que, dès le premier instant qu'elles sont créées, les unes commencement à se mouvoir d'un côté, les autres d'un autre ; les unes plus vite, les autres plus lentement (ou même, si vous voulez, point du tout) et qu'elles continuent par après leur mouvement suivant les lois ordinaires de la Nature » (AT XI, 34, 1-18).

1. *PP*, I, art. 26-27 (AT IX (2), 36-37).

L'action divine n'est plus ici une simple possibilité extérieure : elle assure la division *véritable* de la matière – sans laquelle aucun rapport réel de mouvement par contact ne serait possible – mais en garantissant pourtant une parfaite continuité (puisqu'il faut pouvoir interdire l'existence du vide). On voit bien pourquoi l'action de Dieu est nécessaire : en l'absence de considérations infinitésimales, une telle opération de division véritable du continu est totalement *incompréhensible* et rend impensable le *rapport* de mouvement. Aussi lui faut-il concilier l'inconciliable : le fait (qui semble à Descartes compréhensible) qu'il n'y a pas de vide et le fait (qui lui semble incompréhensible) que la division du continu doit pourtant être *véritable* si l'on se place dans un système de mouvements locaux *par contact*. Le savoir et le comprendre se détachent l'un de l'autre. Nous n'insisterons pas, après les développements que nous avons consacrés au rôle de l' « imagination distincte », sur le fait que cette décision met profondément en crise le dispositif avancé par l'embryon de théorie de la connaissance des *Regulae*. Pour qu'il puisse survivre, il aurait fallu que Descartes franchisse un pas qu'il s'est toujours refusé à accomplir, contrairement à Pascal, Spinoza ou Leibniz : accorder que le fait de donner aux mathématiques une parfaite certitude suppose de nous accorder un mode d'accès à l'infini.

Que se passe-t-il alors ? Descartes ne cherche pas à le cacher : il prend parti. Il prie même Mersenne de ne pas tenir cette position secrète, voire même de ne manquer aucune occasion de l'évoquer (pourvu que ce fût, précise-t-il, sans le nommer), pour qu'on s'habitue à parler de Dieu « plus dignement ». Et il n'y a aucune obscurité sur la manière dont il a pris ce parti : nous ne pouvons pas imaginer l'infini ; nous ne pouvons même pas le comprendre ; mais nous *savons* que Dieu est infini et ce savoir soutient, par la médiation de la doctrine de la création continuée, toute conception de notre monde comme *continuum* spatiotemporel. Du même coup, la géométrie, en tant qu'elle assume la modélisation de ce *continuum* et des mouvements qui y opèrent, se trouve immédiatement placée au centre de la mathématique, le nombre étant relégué à son rôle modal de mesure des grandeurs (du moins, dans la partie de la mathématique qui n'est pas purement « abstraite »).

Comment Descartes est-il parvenu à cette décision ? A-t-il été amené à rejeter sa première conception de l'organisation des sciences, assez instable,

parce qu'il menait depuis longtemps une réflexion physique et métaphysique, où il serait enfin parvenu à se satisfaire ? Faut-il au contraire penser que ce sont les tensions internes à son premier système qui l'on conduit à la nécessité de cette décision ? Nous n'avons guère de moyens de le savoir à partir des textes dont nous disposons. Au moins pouvons-nous faire la remarque suivante : à lire le *Monde* dans la suite des *Regulae,* nous pourrions être enclins à pencher pour une sorte de construction *ad hoc.* La « fable » rend, en effet, particulièrement sensible l'oubli malheureux des *Regulae,* qui n'ont jamais posé explicitement la question de la saisie de l'infini dans les mathématiques. Cet « oubli » apparaît d'autant plus qu'on compare la doctrine cartésienne à celle d'Aristote ou de Proclus en amont, ou à celle de Pascal et de Leibniz en aval : comment a-t-il pu, alors même qu'il était en train de poser la question d'une unité profonde des mathématiques, laisser totalement de côté la question de l'unité du discret et du continu, puis, par voie de conséquence, de la saisie de l'infini ? Pascal ne manquera pas de lui reprocher cet oubli où il verra un des signes de l'inutilité de sa théorie de la connaissance et la faiblesse de sa mathématique universelle.

Mais il faut faire crédit à Descartes que cette question, sous la forme que nous venons de lui donner, n'est pas aussi incontournable qu'il y paraît. En effet, la solution la plus simple, celle qu'Aristote a inventée et qui a dominé pendant une grande partie de l'histoire de cette question, est que les mathématiciens n'ont pas *vraiment* besoin de se représenter l'infini. Tout ce dont ils ont besoin est un infini « en puissance ». De ce point de vue, l'infini apparent à l'imagination pouvait suffire et nous avons vu que Proclus lui-même n'avançait qu'avec une grande prudence dans la position d'un infini actuel. Certes, la doctrine aristotélicienne de l'infini avait suscité de nombreuses controverses, mais ces disputes opéraient surtout sur la difficulté à penser le mouvement des corps, concept qui intéresse peu Descartes dans les *Regulae* (mais dont il dit, en revanche en 1638, que c'est la partie de la *mathesis pura* qu'il a depuis le plus cultivée).

Cette précision jette un jour nouveau sur les thèses de 1629-1630 : en effet, Descartes n'a pas *vraiment* besoin de fonder son espace indéfini sur le soutien de l'infinité divine. Certes, il se heurterait à la difficulté d'une représentation discrète de phénomènes qu'il conçoit comme continus, s'il refuse l'existence du vide, mais cette difficulté est une difficulté classique,

qu'il pourrait aussi bien assumer comme telle, au titre de point à éclaircir, et que le soutien de Dieu ne vient pas, en tout état de cause, éclairer – de fait, le soutien divin de la continuité a surtout pour but de justifier le caractère *incompréhensible* d'un continu *actuel*. Or une telle lecture manquerait la thèse que Descartes demande à Mersenne de rendre publique et qui repose certes sur la question de l'infini, mais d'abord d'un infini *temporel*. Ce que Descartes refuse avec la dernière vigueur en 1630, ce n'est pas tant que nous puissions avoir une représentation distincte de la continuité spatiale, mais que nous puissions connaître, au sens de comprendre, des vérités *éternelles* comme celles que seraient censées nous donner les mathématiques[1]. La thèse cartésienne ne consiste pas à interdire toute pensée de l'infini dans les mathématiques ou à supposer que l'indéfini n'est pensable en mathématiques ou en physique que sur le fondement d'un infini véritable qui le soutiendrait dans l'être ; elle consiste d'abord à refuser que nous puissions avoir accès à une vérité indépendante du temps présent ou, pour reprendre une expression spinoziste, que nous puissions avoir une *expérience de l'éternité*. En conséquence, les vérités qui semblent indépendantes du temps doivent être placées sous la dépendance d'un être éternel qui les soutient dans l'être[2].

Or cette doctrine, non seulement assure un « fondement métaphysique » aux hypothèses physiques de Descartes, mais surtout évite la position instable des *Regulae* dans lesquelles l'accès à la vérité était précisément dépendant de ma seule attention et donc d'un accès immédiat à la continuité temporelle (ou « mouvement continu » de la pensée, avec tout le problème que pose alors le recours nécessaire à la « mémoire »). C'est exactement ce qu'expliquera Descartes à Burman : il n'y a pas de cercle lorsqu'on recourt à l'évidence mathématique comme *soutien* de la démonstration de l'existence de Dieu, parce que ces vérités mathéma-

1. Cet aspect a été mis en avant et étudié en détail par J.-M. Beyssade (1979), notamment p. 61-74. Sur la manière dont Dieu fonde la continuité spatiotemporelle du monde par son « action continuée », voir également *Le Monde* (AT XI, 44, 23-29).

2. Comme y insiste J.-M. Beyssade (1979), la thèse de 1630 porte moins sur la nécessité des vérités mathématiques, qui semble accordée, que sur le mystère d'une vérité apparemment éternelle, mais en fait créée (p. 101-112). Cette thèse ne doit pas être confondue avec celle, à venir, où la nécessité du vrai se trouve placée sous la dépendance du bon vouloir divin (p. 113 sq.).

tiques ne sont certaines *qu'en tant que j'y prête attention.* La garantie divine n'opère donc pas seulement lorsqu'il s'agit d'assurer aux objets mathématiques une existence au monde, mais plus fondamentalement pour permettre la possibilité de vérités indépendantes de l'attention que je leur porte. Les vérités mathématiques sont donc soumises à un postulat métaphysique : le fait que je les pense comme vraies au moment où j'y fais attention s'accompagne de la certitude qu'elles sont indépendantes de cette attention que j'y porte présentement. Mais cette certitude, il faut l'assurer et l'omnipotence divine entraîne que cette assurance ne puisse justement jamais aller jusqu'à garantir l'éternité des vérités mathématiques. En revanche, la garantie divine n'est pas nécessaire tant que je ne m'occupe que de vérités auxquelles je prête attention, et c'est pourquoi on peut partir du *je pense donc je suis* pour accéder à l'existence de Dieu en passant par les « notions communes » mathématiques, pourvu, dira Descartes, qu'on y prête une attention sans faille.

Non seulement, le programme d'une dérivation de toutes les connaissances rationnelles à partir de la *mathesis universalis* semble abandonné en 1630, mais surtout le système que Descartes construit sur les ruines de cette hypothèse est très fort et subsiste jusqu'aux *Principia* où l'on retrouve la même articulation entre une vérité trouvée primitivement, mais dépendante de l'attention que j'y porte, et une vérité qui vaudrait indépendamment de cette attention, médiation qui se fait *en apparence* par le paradigme de l'inférence mathématique, mais qui repose ultimement sur l'existence d'un être garant de mon accès (médiat) à l' « éternité » de ce type de vérité (où il faut surtout entendre la continuité véritable des enchaînements inférentiels, nécessaire pour garantir mon accès à des suites « de choses » et dépendante de la continuité réelle du monde auquel j'appartiens). Évidemment, une telle solution garde une part de mystère du fait que cette éternité est en fait dépendante du soutien divin et qu'il faut donc concevoir les « vérités éternelles » comme *créées.* Mais ce mystère est assumé en propre comme celui de notre rapport à Dieu.

À ce moment, la *mathesis* pure et abstraite a précisément *changé d'objet* : elle ne s'occupe plus que du mouvement[1]. Certes cette reconfiguration

1. Sur cette redéfinition, voir F. De Buzon (1996).

n'est pas sans poser de nouvelles difficultés du fait que la partie de la *mathesis* qui traite de « l'ordre et la mesure » ne semble pouvoir conserver un statut purement instrumental et propédeutique, comme le veut Descartes. Car on ne pourra pas avancer ici, comme dans le cas de l'*extensio* qui peut toujours être trouvée par analyse du concept de corps : du concept de chose à celui d'ordre ou à celui de nombre, il n'y a pas de lien logique direct. C'est pourtant ce que soutiendra Descartes en avançant que l'accès à la multiplicité et à son ordre peut se faire par pure inspection des idées. Aussi faut-il laisser la difficulté ouverte. Certes, Descartes ne peut plus faire fond, après 1630, sur la parfaite transparence des mathématiques ; mais d'un autre côté, on ne comprend pas comment il peut se passer de la position d'une théorie universelle où la forme se donnerait à voir intuitivement, à même l'objet. Une voie de solution semble ouverte dans l'évolution du modèle d'ordre (ou de la *series,* ou encore du *nexus*), qui se donne après les *Regulae* par la médiation privilégiée du concept de « cause » plutôt que par celui de proportion. On peut alors lier le concept de chose et celui de *nexus* par le « principe de raison » que me livre la lumière naturelle et ranger l'ordre au titre des transcendantaux. La vague du projet d'une science universelle viendrait alors s'échouer contre ces deux « puissances incompréhensibles » : l'infini véritable et la cause[1].

1. Sur le fait que la cause, en tant qu'elle doit valoir de Dieu lui-même comme *causa sui*, devient puissance incompréhensible autant que l'infini véritable, voir (AT I, 146, 4 et 150, 17-22), ainsi que le commentaire de J.-L. Marion (1986), § 7, « Principe et *causa sui* », p. 95 sq. et § 9, « La deuxième parole sur l'être de l'étant : *causa* », notamment p. 118 sq., sur le fait que « l'éclat de 1630 marque la première et définitive subversion de la *cogitatio* par la *causa* ».

# CONCLUSION

Aperçue de loin, la *mathesis universalis* semblait se détacher sur l'horizon à la manière d'un bloc majestueux, aux contours clairement dessinés... mais nous comprenons maintenant que ce bloc n'est que l'ombre portée du monument construit à la fin du XIXe siècle par les philosophes et les historiens des sciences. C'est à cette ombre portée qu'elle doit l'apparente unité de son style et, plus encore, l'idée que ce style s'instaure en rupture profonde à ce qui existait avant lui.

Chaque guide aura, bien sûr, eu à cœur de mettre en avant un aspect différent de cette prétendue rupture. Il aura voulu nous faire connaître des aspects du monument qui en nuancent l'apparente uniformité. Ainsi les guides philosophes insistent-ils généralement sur la rupture qui voit basculer un certain régime de vérité centré sur le rapport à l'objet (et le critère d'adéquation) vers un régime désormais centré sur la seule « certitude ». Ce qui se joue dans l'entrée en scène de la *mathesis* dans sa position d'universalité est alors, comme le dit Spinoza avec force, rien moins que la position d'une nouvelle « norme du vrai » *(nisi Mathesis... aliam veritatis normam hominibus ostendisset)*[1]. Selon qu'il se reconnaît plutôt dans la tradi-

1. « Ils [Les hommes] tinrent pour certains que les jugements de Dieu échappent de très loin à la prise de l'homme : et cela seul eût suffi à faire que la vérité demeurât pour l'éternité cachée au genre humain ; s'il n'y avait eu la Mathématique, qui s'occupe non pas des fins mais seulement des essences et propriétés des figures, pour montrer aux hommes une autre norme de la vérité » (*Éthique,* appendice à la première partie, trad. franç. Bernard Pautrat, Le Seuil, 1988, p. 83).

tion qui court de Descartes à Husserl et met en avant le rôle du sujet constituant, ou dans la tradition qui court de Leibniz à Russell et met en avant le rôle de la logique formelle, notre guide insistera alors plutôt sur l'une ou l'autre source de la forme moderne de la « certitude ».

Pour les guides historiens des mathématiques, la *mathesis universalis* signe également un moment de bascule dans le rapport à l'objet, mais dans un sens différent. Là où la mathématique ancienne était restée, pour l'essentiel, dépendante de la répartition en domaines d'objets distincts (le nombre et la grandeur), une forme nouvelle d'unité apparaîtrait dans la fusion de l'arithmétique et de la géométrie proposée à la première page de la *Géométrie* de Descartes : le grand projet d'une « analyse nouvelle », initié par les développements de l'algèbre symbolique, trouverait là son point d'orgue et signalerait le début d'une nouvelle ère. Ici aussi, on pourra être sensible, selon les traditions, à tel ou tel aspect : l'unité donnée par l'algébrique est à la fois la source d'une ouverture considérable du champ des mathématiques, apparemment délestées du poids de domaines d'objets donnés, et l'indice d'une restriction que les successeurs de Descartes auront à cœur de critiquer.

Notre parcours généalogique aura d'abord eu comme intérêt de montrer que ce genre de visite ne fonctionne qu'à se tenir à bonne distance du bâtiment, en se gardant bien d'y entrer. À prendre ainsi les choses de loin, il est indéniable que la *mathesis universalis* a « quelque chose à voir » avec l'émergence du modèle de « méthode » cartésien, aussi bien qu'avec l'élaboration d'une forme de mathématique assez radicalement nouvelle dans son rapport à l'objet, elle-même soutien d'une nouvelle figure de « la » science. Mais ce rapport est loin d'être clair et l'identification à laquelle il finit par conduire fonctionne trop souvent, au grand désespoir de l'historien, sur le mode de simples associations d'idées. Les débats qui divisent les interprètes sur le mode précis d'articulation entre ces projets sont eux-mêmes biaisés d'avoir trop rarement pris le temps de jauger la pertinence de l'image de la *mathesis universalis* dont ils partaient.

L'histoire que nous avons essayé de retracer a finalement peu à voir avec cette généalogie fantastique. Née au cœur du dispositif aristotélicien de métaphysique dans sa volonté de repenser la primauté de la philosophie et la communauté des *mathêmata,* selon un programme hérité de

son maître Platon, la « mathématique universelle » y fonctionne immédiatement comme problème : comment rendre compte d'une unité des mathématiques, qui semble à la fois se donner de l'intérieur de cette discipline et ne permet pourtant pas une expression univoque et séparée ? Ce défi qu'Aristote cherche à retourner contre le programme platonicien de science universelle se retourne en partie contre lui-même : l'idée de limiter le champ des *mathêmata* à des domaines d'objets rigidement délimités (les « genres » ou « sujets ») s'accorde certainement mieux avec le déploiement effectif des mathématiques grecques, mais il peine à rendre compte de l'unité qui se dégage de l'intérieur des mathématiques, notamment dès lors qu'on autorise nombres et grandeurs à entrer dans une même structure (celle de la proportion). Comme on l'a vu, il est troublant que chacune des apparitions de la « démonstration universelle » de la permutabilité des proportions dans les *Analytiques Seconds* soit précisément le lieu d'un brouillage dans le projet épistémologique aristotélicien. C'est la force de Proclus d'avoir répondu au défi en trouvant une voie tierce entre l'idéalisme platonicien et l'abstractionnisme aristotélicien, position qu'il lia avec le rôle du mouvement de l'esprit et de l'imagination productrice. Sans cette clé, on l'a vu, il n'est guère possible de comprendre pourquoi le thème de la « mathématique universelle » connaît un regain d'intérêt considérable à la Renaissance, ni comment il parvient à Descartes, chez qui ces deux aspects tiennent encore un rôle central.

Pour autant, s'il ne s'agissait que d'être plus « fidèle » à la « vraie » histoire du thème de la mathématique universelle, l'intérêt d'une telle généalogie resterait philosophiquement très limité. Qu'est-ce qui empêcherait, après tout, de désigner sous le terme de *mathesis universalis* le bouleversement philosophique et mathématique qui s'initie avec Descartes, tout en reconnaissant que cet usage n'est pas nécessairement fidèle à l'histoire de cette notion ? N'est-ce pas d'ailleurs tout l'effet qu'a produit l'étude trop étroitement historique et descriptive qu'avait proposée Giovanni Crapulli sur les développements de ce thème à la Renaissance ? C'est pourquoi j'aimerais insister pour finir sur le fait qu'il ne s'agit nullement d'être simplement plus critique à l'égard de la manière cavalière dont l'histoire monumentale a usé du concept de *mathesis universalis*.

Toute entreprise généalogique a pour but de casser une certaine « logique de l'histoire », de réouvrir des champs de problèmes, et par là même d'interroger notre présent. « L'histoire d'une "chose", d'un organe, d'un usage, rappelait Nietzsche, peut être ainsi une chaîne continue d'interprétations et d'adaptations toujours nouvelles, dont les causes ne sont même pas nécessairement en rapport les unes avec les autres, mais peuvent se succéder et se remplacer les unes les autres de façon purement accidentelle. »[1] Où s'indique bien le préjugé qu'entend alors combattre l'approche généalogique : « L' "évolution" d'une chose, d'un usage, d'un organe n'est donc rien moins que son progrès vers une fin, encore moins un progrès logique et direct, obtenu avec un minimum de force et aux moindres frais – mais bien la succession de processus de subjugation plus ou moins indépendants les uns les autres, plus ou moins profonds, qui s'opèrent en elle, et qui renforcent les résistances qu'ils ne cessent de rencontrer, les métamorphoses tentées par réaction de défense, et aussi les contre-actions couronnées de succès. La forme est fluide, le "sens" l'est encore plus. »

Telle est assurément le cas pour l'histoire de la *mathesis universalis* dont on aurait tort de croire que le « sens » est celui qu'aura voulu fixé, par un processus de subjugation à peine masquée, la philosophie de la fin du XIXe siècle – en même temps qu'elle cherchait à fixer une image monolithique et rassurante de la « science moderne » et du « rationalisme classique ». Mais de même que cette approche permettait à Nietzsche de casser l'idée d'un lien nécessaire du châtiment à la culpabilité, et donc de rouvrir une nouvelle pensée de la morale et de la faute, de même doit-elle nous permettre de rouvrir un certain nombre de problèmes que la configuration du rapport philosophie-mathématique propre à la fin du XIXe siècle aura trop promptement fermés.

N'hésitons donc plus à reprendre certaines questions anciennes, à commencer par celle de cette fameuse « certitude » des mathématiques, censée servir de norme nouvelle à la connaissance. En quoi les mathéma-

1. *La généalogie de la morale,* § 12, p. 85. Sur l'idée que la généalogie consiste à chercher les failles, voir également M. Foucault, « Nietzsche, la généalogie, l'histoire » (repris dans *Dits et écrits,* II, Gallimard, 1994, p. 141-142 et 146, sur les événements et les procédures).

tiques sont-elles « certaines » pour un des tenants de la *mathesis universalis*, et au premier chef pour le Descartes des *Règles pour la direction de l'esprit* ? En ce qu'elles reposent sur des déductions, aimerait-on répondre tout de go. Mais nous qui connaissons les méandres de la « question de la certitude » au XVI^e^ siècle savons bien que cette réponse ne fait que reporter la difficulté sur le fonctionnement de cette « déduction ». Qu'est-ce qui peut bien faire le privilège de la déduction mathématique, une fois considérée sa relative liberté par rapport aux raisonnements que contraint la nécessité proprement causale supposée régner dans le monde physique (c'est-à-dire le fait qu'il est parfois possible de donner plusieurs démonstrations d'un même théorème, que l'on peut changer certains chemins déductifs, etc.) ? Sera-ce le fait qu'elle se laisse ramener à des chaînes d'inférences immédiates et parfaitement évidentes ? Mais, comme l'explique Descartes, l'inférence simple est une opération de l'esprit qui, par son évidence même, ne peut justement pas se mal conduire[1]. Il en résulte que « toute l'erreur qui peut arriver aux hommes, dis-je, et non aux bêtes, n'arrive jamais d'une mauvaise inférence, mais seulement de ce qu'ils supposent certaines expériences qu'ils ont assez peu entendues, ou de ce qu'ils établissent des jugements avec précipitation et sans aucun fondement »[2]. D'où se déduit immédiatement le vrai privilège des mathématiques *(ex quibus evidenter colligitur, quare Arithmetica et Geometria caeteris disciplinis longe certiores exsistant)* : « C'est parce qu'elles seules en effet s'occupent d'un objet si pur et simple, qu'elles ne supposent absolument rien que l'expérience ait rendu incertain, mais consistent tout entières en des conséquences déduites de raison ? »[3]

La pureté déductive n'a donc de sens qu'adossée à un régime d'objectivité qui « laisse voir » en transparence (*perspicuae* dit Descartes) les enchaînements de concepts. Par la suite, nous comprendrons que ce régime d'objectivité se donne primitivement dans la manière dont les rapports et proportions se laissent « exhiber » dans le support de l'imagination spatiale,

1. *Deductionem vero, sive illationem puram unius ab altero, posse quidem omitti, si non videatur, sed nunquam male fieri ab intellectu vel minimum rationali* (R II, AT X, 365, 2).
2. AT X, 365, 10-13.
3. AT X, 365, 14-20.

cœur des mathématiques classiques, où leur apparente dispersion trouve son centre et son unité. Dans les mathématiques, nous ne procédons pas seulement par déduction pure, nous faisons *l'expérience* de la déduction, dont le premier modèle est la manière dont nous « voyons » les figures se régler les unes sur les autres selon certains rapports et proportions. Logique, oui, mais logique de l'imagination. C'est tout le sens de l'opposition cartésienne aux « dialecticiens » qui croient à une primauté de la déduction sur l'objet (et donc à une extériorité de la logique aux *mathêmata*), opposition dont on a essayé de montrer qu'elle prend directement la suite des conflits entre Dasypodius et Ramus sur la mathématique universelle.

Le *Discours de la méthode* ne dira pas autre chose : il ne s'agit pas seulement de constater que les objets des mathématiques s'accordent en ce qu'on n'y considère que les rapports ou proportions qui s'y trouvent. Il faut du même pas leur donner un support universel où ils pourront être représentés « distinctement » : « tout le meilleur de l'analyse géométrique », rappelle Descartes, qu'il s'agit de concilier au meilleur de l'algèbre[1]. De même ne prête-t-on pas assez attention au fait que le fameux passage des *Méditations* qui semble établir le plus fermement l'opposition entre entendement et imagination ne repose pas sur le fait que l'un est (clair et) distinct et l'autre confus puisque l'exemple célèbre du chiliogone y est présenté par contraste avec la représentation *distincte* du triangle ou du pentagone[2].

Poserait-on la même question à Leibniz, grand défenseur de la *vis formae* contre Descartes, que l'on ne serait pas moins surpris : « Sans doute la raison n'est-elle pas mystérieuse, qui explique qu'à ce jour seules les disciplines mathématiques aient été parées – jusqu'à exciter l'étonnement et la jalousie – non seulement de la certitude mais aussi d'une abondance de vérités éminentes. Car le fait ne peut être attribué au génie des mathématiciens : qu'ils ne l'emportent en rien sur les autres hommes, la chose même l'enseigne, chaque fois qu'ils s'aventurent hors de leurs orbites ; mais on doit l'attribuer à la nature de l'objet, où la vérité peut être exposée sous les yeux sans grand labeur, sans expérience dispendieuse, en sorte qu'il ne subsiste aucun doute, et où, d'elle-même se découvre une certaine suite, et

1. AT VI, 19-20.
2. AT IX (1), 57-58 ; VII, 72-73. Même argument dans *L'entretien avec Burman* (AT V, 163).

pour ainsi dire le fil de la pensée » (R 143-144). Même constat donc : les mathématiciens ne disposent pas d'un outil cognitif qui ferait défaut aux autres. Tel est précisément le ressort qui permet de poser la *certitudo* en norme universelle. Mais si leur privilège ne provient pas de la forme de connaissance qu'il mobilise, c'est donc qu'il provient de leur objet, où se laisse voir en transparence le « fil de la pensée » : parallélisme de la raison et de l'expérience, selon une singulière expression des *Nouveaux Essais*[1].

Quant à la définition de cet objet, elle est parfaitement conforme à ce qu'on trouve chez Descartes : « Les idées claires et distinctes qui sont sujettes à l'imagination, sont les objets des *sciences mathématiques* » (GP VI, 501). Caractérisation proposée encore en 1702 dans une lettre célèbre à Sophie Charlotte, où l'on trouve également cette classification typiquement procléenne : « Il y a donc trois rangs de notions : les *sensibles seulement,* qui sont les objets affectés à chaque sens particulier, les *sensibles et intelligibles à la fois,* qui appartiennent au sens commun, et les *intelligibles seulement,* qui sont propres à l'entendement. Les premiers et les seconds ensembles sont imaginables, mais les troisièmes sont au-dessus de l'imagination. Les secondes et les troisièmes sont intelligibles et distinctes ; mais les premières sont confuses, quoiqu'elles soient claires et reconnaissables » (GP VI, 502).

Ces différents éléments suffiraient déjà pour contrer une certaine image « logicisante » des mathématiques construite à la fin du XIXe siècle et pour laquelle il était essentiel de pouvoir faire de la référence kantienne à l'intuition une parenthèse malheureuse[2], coupée des réels progrès des mathématiques (qu'on devait justement au XVIIe siècle à des philosophes-mathématiciens comme Descartes et Leibniz autrement plus attentifs à la

1. NEEH IV, 2, § 12 ; A VI, 6, 371.

2. « Kant concevait, avec tous ses contemporains, les mathématiques comme les sciences du nombre et de la grandeur, et même, plus étroitement encore, comme les sciences de l'espace et du temps, et non pas comme une science ou plutôt une méthode purement *formelle,* comme un ensemble de raisonnements déductifs et hypothétiquement nécessaires. Ici encore, on ne saurait lui reprocher de n'avoir pas prévu l'avenir, encore que, sur ce point aussi, Leibniz ait vu plus clair et plus loin que lui, et ait conçu fort nettement la Mathématique universelle, et plus spécialement l'Algèbre universelle (qu'il appelait la Caractéristique) comme applicable à toutes les formes possibles de déduction. Mais ces anticipations géniales étaient encore inconnues ou méconnues, et passaient alors pour des rêves d'utopistes » (Louis Couturat, *Les principes des mathématiques,* Paris, Alcan, 1905, rééd. Paris, Albert Blanchard, 1980, p. 304).

réalité de cette science). Mais cela ne ferait que redorer du même coup l'autre versant de la médaille frappée à la fin du XIXe siècle par ceux pour qui la grande rupture venait de l'entrée en scène d'une certaine figure du sujet constituant. Logique transcendantale contre logique formelle. N'est-ce pas d'ailleurs ce à quoi nous conduit la mise en avant de l'imagination productive ? Loin s'en faut, si l'on garde en mémoire que la position de cette imagination productive naît dans un contexte (néo-platonicien) tout à fait étranger au schématisme kantien et qu'il faut donc se garder d'y projeter trop vite quelque « anticipation » de l'approche transcendantale. C'est l'inverse qui est vrai : Kant, en liant les mathématiques à l'imagination, n'instaure nulle rupture, mais se coule dans une détermination qui domine chez les auteurs classiques.

Pour les départager, il faut tenir également avec force l'autre aspect que notre généalogie a mis en avant, celui d'une logique immanente des mathématiques comme logique de la dynamique de la pensée (profondément liée au rôle qu'y joue les problèmes). Et ici encore, il suffira de laisser parler Descartes. Car le sujet dominateur et sûr de lui-même de la logique constituante, celui qui construit ses concepts mathématiques dans l'intuition, est peut-être le sujet de la science toute faite, celle qui se ressaisit comme histoire des résultats acquis, mais il n'est pas celui de la vraie *mathesis* que Descartes présente encore à Hoguelande en 1640 comme « l'habileté à résoudre les problèmes » (AT III, 722)[1]. Le sujet de la *mathesis* est d'abord un sujet perdu dans les « difficultés » et qui cherche un moyen de s'y repérer. Pour ce faire, rappelle la Règle VI, il n'a d'autres moyens que de se rendre attentif à l'organisation *intrinsèque* des champs de problèmes. L'ordre qu'il s'agit de viser n'est pas celui, rassurant, de l'enchaînement déductif des notions réglées par l'évidence, c'est l'ordre analytique des questions. C'est bien ce type d'enchaînements conceptuels que l'on « voit » pour Descartes, lorsqu'on étudie de près le fonctionnement des rapports et proportions (question des moyennes proportionnelles). La seconde des règles du *Discours de la méthode* ne dira d'ailleurs rien de différent : ce ne sont pas les notions qu'il s'agit d'analyser et de

1. Voir aussi l'*Entretien avec Burman* où Descartes oppose la *vulgaris mathesis,* qui n'est qu'une *historia,* et la *scientia mathematica* (AT V, 177).

résoudre en éléments simples, comme le comprendront nombre de « cartésiens », mais bien les « difficultés », qu'il s'agit de diviser « en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour mieux les résoudre »[1].

On voit bien sur ces quelques exemples que l'intérêt d'une généalogie de la *mathesis universalis* ne se limite nullement à donner à cette idée de glorieux ancêtres, à montrer qu'elle apparaît dès Aristote dans une position centrale pour la détermination de la primauté de la philosophie. Il ne s'agit pas plus d'exhiber sa longue histoire, « chaîne continue d'interprétations et d'adaptations toujours nouvelles, pour reprendre le mot de Nietzsche, dont les causes *ne sont même pas nécessairement en rapport les unes avec les autres* ». Il est, avant tout, de montrer que les auteurs classiques n'instaurent nulle rupture, que la manière dont ils pensent l'unité de la mathématique et son rôle de modèle pour la connaissance repose très profondément sur cette double détermination : logique de l'imagination / logique des mathématiques (ou logique des problèmes) – en parfaite continuité avec une position de la question qui se met en place à partir de Proclus pour répondre aux difficultés auxquelles donnaient prises les pensées d'Aristote et de Platon dans leur dialogue avec les mathématiques (ou mieux, les *mathêmata*).

Tournons-nous maintenant vers la composante proprement mathématique de cette histoire. Il ne fait pas de doute, cette fois, que la première page de la *Géométrie* instaure un régime nouveau d'unité de l'arithmétique et du géométrique, qui signale un bouleversement profond quant à la nature des domaines d'objets en mathématiques. Mais ce que l'histoire téléologique empêche ici de voir est que cette unité est posée dès les *Regulae,* à une époque, on l'a vu sur de multiples exemples, où Descartes n'a absolument pas les moyens techniques de la réaliser. C'est bien pourquoi des auteurs comme Léon Brunschvicg ou Pierre Boutroux avaient insisté sur le fait que la *mathesis universalis* ne peut pas être une simple anticipation de la « géométrie » de 1637. Le fond du problème reste donc entier : comment Descartes peut-il avoir déjà mis en place le dispositif de l'unité de l'arithmétique et du géométrique, alors qu'il n'a pas les moyens mathématiques de l'assurer ?

1. AT VI, 18.

On peut paresseusement se contenter de rappeler ici, contre toute tentation de positivisme, la manière dont un certain projet philosophique guide les pas de Descartes, à qui ne s'est pas miraculeusement imposé d'un coup la solution exposée au début de la *Géométrie*. Mais cela ne revient trop souvent qu'à reconduire en sous-main une forme plus pernicieuse de positivisme, la « philosophie » se réduisant, comme on peut s'y attendre, à fournir aux sciences ce fond nébuleux d'où elles émergent à la lumière[1]. La vraie question reste intacte : s'agit-il, du fond nébuleux à la clarté des procédures mathématiques effectives, de la *même* unité ? Voilà ce que l'histoire téléologique ne peut justement pas trancher et qui a donné lieu à une grande partie des querelles autour de la rupture ou de la continuité instaurée par la *Géométrie* de 1637. Mais supposons maintenant que nous ne savons justement pas *déjà* de quelle unité il s'agit, qu'elle ne se donne pas dans la belle transparence du formalisme qui s'y projette rétrospectivement, nous pourrons alors reposer la question de ce qui fait réellement l'unité des mathématiques cartésiennes.

Des générations de commentateurs se sont relayées pour disputer de la primauté de l'algébrique sur le géométrique, ou du géométrique sur l'algébrique, dans les mathématiques de Descartes. Mais rares sont ceux qui ont su interroger dans ces fondements le nouage qui fondait cette querelle. Il suffit pourtant d'ouvrir la première page du traité de 1637 pour constater qu'algèbre (ou, dans le vocabulaire du traité, « arithmétique ») et géométrie se déterminent l'un l'autre parce qu'ils se détachent sur un fond où ils sont préalablement noués l'un à l'autre. Or ce fondement est précisément ce qui survit de la *mathesis universalis* des *Regulae,* soit la conviction que le géométrique, en tant que redevable de déterminations « exactes », se trouve entièrement capturé dans un régime de transparence

1. On connaît la phrase célèbre d'André Weil : « Rien n'est plus fécond, tous les mathématiciens le savent, que ces obscures analogies, ces troubles reflets d'une théorie à l'autre, ces furtives caresses, ces brouilleries inexplicables ; rien aussi ne donne plus de plaisir au chercheur. Un jour vient où l'illusion se dissipe ; le pressentiment se change en certitude ; les théories jumelles révèlent leur source commune avant de disparaître ; comme l'enseigne la Gītā, on atteint à la connaissance et à l'indifférence en même temps. La métaphysique est devenue mathématique, prête à former la matière d'un traité dont la beauté froide ne saurait plus nous émouvoir » (« De la métaphysique aux mathématiques » (1960), reproduit dans *Œuvres,* vol. II, p. 408-412, Springer).

idéale de l'espace à la *ratio* qui en forme le centre. De même n'est-il que de parcourir le traité de 1637 pour se rendre compte que sa structure n'obéit nullement à celle d'une théorie déductive, mais ne se comprend qu'à la lumière d'une logique des problèmes autour de laquelle s'organise l'intelligence de l'œuvre. Logique de l'imagination (comme science des rapports et proportions dans l'espace géométrique) / Logique des problèmes : tels sont bien les deux foyers des mathématiques cartésiennes.

Ces deux lignes que nous avons suivies dans cette étude, celle du philosophe et celle de l'historien des mathématiques, convergent vers un même constat : dans les deux cas, on voit que la généalogie de la « mathématique universelle » ne se réduit pas à accroître vainement la somme d'informations disponibles sur un concept dont il s'agirait de répéter qu'il change néanmoins profondément à partir de Descartes. Il s'agit, au contraire, d'exhiber une détermination qui se met en place avec Proclus, dans la volonté de réactiver le projet platonicien de communauté des *mathémata,* détermination dont on peut montrer qu'elle court jusqu'à Descartes, et même bien au-delà.

Mais en quoi cela pourrait-il constituer une interrogation pour notre présent ? Les mathématiques de Descartes ne sont plus les nôtres. Les rapports mathématiques/philosophie ont évolué à la mesure de la transformation profonde des mathématiques elles-mêmes depuis la fin du XVII^e^ siècle : si l'image de la *mathesis universalis* qui se met en place à la fin du XIX^e^ siècle n'est pas historiquement fondée, ne correspond-elle pas justement à une nouvelle configuration du rapport philosophie-logique-mathématiques, qui est celle dont nous héritons ?

J'ai déjà indiqué que l'interprétation de la *mathesis universalis* qui se met en place à la fin du XIX^e^ siècle détermine pour une grande part (autant qu'elle est déterminée par) la manière dont a été problématisé le rapport entre la philosophie et le logico-mathématique. En ce sens, le retour à la « vraie » histoire de la *mathesis universalis* permet déjà de jeter un fort soupçon sur la manière dont ces formes d'articulation sont pensées depuis cette époque. Elle nous invite à réinterroger le fondement de cette prétendue « modernité » dont nous serions les héritiers. Mais il faut aller plus loin. Comme j'ai eu l'occasion de l'indiquer à plusieurs reprises, la généalogie de la *mathesis universalis* nous met face à un problème d'unité des

mathématiques qui a comme intérêt de n'être pas celui des « fondements » ou des « principes », mais s'intéresse plutôt à la manière dont l'unité des mathématiques se donnent en aval des fondements, après la séparation des différentes « disciplines ». Or c'est précisément le problème des « fondements » qui domine la philosophie des mathématiques au moment où s'élaborent les grandes réinterprétations de la *mathesis universalis* à la fin du XIXe siècle. La question est donc de savoir si ce paradigme n'a pas conduit à écraser certains problèmes.

La vue qui accompagne l'idée de mathématique universelle depuis Descartes est très profondément liée au rôle fondateur non du nombre, mais de l'espace comme support d'inscription de certaines relations que l'esprit y « projette ». Elle met à son centre ce fait singulier que les mathématiques ne consistent pas seulement en un enchaînement de concepts réductibles à quelques éléments simples, mais mobilisent également un « lieu » où ces enchaînements se donnent à voir. Ce « lieu » assure que la diversité des domaines d'objets ne conduit pas trop vite à une dispersion irréductible. À ce point deux interrogations s'ouvrent pour notre présent : la première, que je ne ferai qu'esquisser, entend reposer la question du type de rupture engagée avec l'émergence d'un nouveau type de « fondement » donné par la logique formelle moderne (celle qu'inaugure Frege). Selon l'interprétation qui se met en place à cette époque, cette logique formelle réalise enfin le rêve d'une fondation non intuitive du savoir mathématique en donnant un accès direct à une forme de langage pur des concepts. C'est en ce sens qu'on réinterprète le projet leibnizien de *mathesis universalis* (plus ou moins identifié à celui de *caracteristica universalis*) et qu'on y voit une manière de court-circuiter l'influence jugée néfaste du recours kantien à l'intuition. Casser l'évidence de cette histoire fantasmée de la *mathesis universalis,* c'est se donner les moyens de revenir à la manière dont Leibniz concevait précisément le rôle des écritures comme un strict analogue de l'inscription des figures et de leurs règlements sur le support spatial. Ce sera l'objet d'une autre étude de revenir sur ces développements[1], mais on peut au moins en indiquer d'emblée la force problématique. Car cela conduit immédiatement à se demander dans quelle mesure

1. J'en ai tracé les grandes lignes dans Rabouin (2005 *b*).

le programme de fondation logique comme « écriture du concept » *(Begriffsschrift)* en a vraiment fini avec ce dispositif. Ne faut-il pas, dans la constitution même de cette écriture, qu'un médium soit toujours déjà posé comme surface de transparence où « lire » l'enchaînement des concepts ? Question dont le moins qu'on puisse dire est qu'elle a été très rapidement refermée, alors même que cette intuition spatiale jouait encore un rôle prépondérant chez Frege.

On peut, bien sûr, répondre tout de go que cette intuition ne fait appel qu'aux choses les plus évidentes (l'inscription linéaire de signes sur la page avec ces quelques règles de manipulations intuitives). Mais c'est précisément le rôle que tenait chez Descartes le support de l'imagination spatiale (avec ces règles élémentaires de manipulations des rapports). Il n'est donc pas sûr qu'on puisse ainsi clore la question, et encore moins sûr qu'on puisse échapper à quelque objection leibnizienne venant faire malicieusement varier la consistance du support et chambouler ainsi la claire évidence de notre « intuition spatiale » sous-jacente. Pensons simplement à quelqu'un qui objecterait qu'il n'y a pas moyen, localement, de nous assurer de l'évidence intuitive de l'orientabilité de notre surface d'écriture ? Que deviendraient nos flèches/inférences si claires et nos règles de symétrie des formules si elles s'inscrivaient sur une bande de Moebius ? Et que nous dit ce genre de variation sur l' « évidence » dont nous soutenons nos écritures logiques ?

Mais il est une autre interrogation à mener, plus directement liée aux analyses qui précèdent et plus facile à documenter historiquement. Il s'agit simplement de faire valoir l'existence, à côté de la veine dominante qui s'engage à partir du milieu du XIX^e^ siècle dans un programme « fondationnel » où prime clairement la donnée du nombre (puis des ensembles), d'un programme qui entend faire grandir les mathématiques « par le milieu », en travaillant directement sur le type d'unité transversale (*vs* principielle) donnée par ce que j'appelais plus haut la « surface de transparence ». Rappelons-nous simplement à cet effet, qu'au moment où Weierstrass conduit son programme auquel Felix Klein a donné le titre fameux d' « arithmétisation de l'analyse », Bernhard Riemann engage quant à lui une traversée des mathématiques qui en saisit l'unité à partir d'une généralisation sans précédent de la forme spatiale sous-

jacente[1]. Cette opposition, comme le soulignait déjà Klein, n'est jamais plus perceptible que dans le traitement de la variable complexe où s'oppose alors – et encore pour une part dans les présentations modernes – une approche par les développements en séries entières et l'approche de Riemann par l'introduction de ces curieuses surfaces, auxquelles nous donnons aujourd'hui précisément son nom – deux manières assurément très différentes, quoique complémentaires, de comprendre l'unité du champ. Derrière cette opposition se cache, comme le verra remarquablement H. Weyl, une reconfiguration profonde de la notion même d'espace comme principe unificateur (*Die Idee der Riemannschen Fläche*, 1913).

Cette approche s'est depuis développée selon des voies très riches et très diverses. La surface de transparence y a pris des formes de plus en plus abstraites et les techniques permettant de saisir les « enchaînements » sur ces espaces se sont transformées profondément en même temps qu'était saisie l'importance de l'articulation du local et du global dans la constitution de toute forme de spatialité (un autre apport de Riemann). Pendant longtemps, ces techniques restèrent cantonnées aux mathématiques supérieures, dont on pouvait continuer à croire qu'elles étaient ultimement « fondées » sur le langage unificateur et standardisé qu'avait fourni au début du XXe siècle le développement de la théorie axiomatique des ensembles (elle-même écrite dans le langage standardisé de la logique des prédicats). Mais la situation a brutalement changé au milieu des années 1960 avec le développement de la théorie des catégories, et plus précisément avec l'émergence au sein de cette théorie de nouveaux modes de saisie de l'unité des mathématiques (dont un nom significatif a été alors celui de « topos », que Grothendieck – un de ses inventeurs – voyait justement comme un « espace généralisé »). Il serait dérisoire de vouloir en quelques lignes donner une idée de ses développements sur lesquels nous manquons d'ailleurs grandement du recul nécessaire. Mais

1. Jean Dieudonné disait à ce propos que Riemann était un des mathématiciens « qui ont eu le plus profondément le sentiment ou la "divination" de l'*unité* essentielle de la mathématique » (*Cours de géométrie algébrique*, PUF, 1974, p. 42).

on ne doit pas se priver, pour autant, de constater que le problème qui nous a occupé tout au long de cette étude (tout du moins à partir de la manière dont Proclus s'est ressaisi de l'objection aristotélicienne au programme platonicien) n'est pas sans résonance dans le développement des mathématiques actuelles.

Non qu'il faille résolument tourner le dos aux problèmes fondationnels. Il s'agit plutôt de comprendre que le type d'unité qu'ils visent n'épuise pas la question qu'ils posent. Selon une singulière expression de Jean-Yves Girard : « La théorie des ensembles énonce l'unité des mathématiques, mais seulement *une unité de principe* » – à quoi il entend précisément opposer sa propre conception de la logique comme « géométrie du cognitif »[1]. Comme l'a fait remarquer le mathématicien et logicien John Bell, une des formulations de cette distinction est l'abandon d'une image simpliste des mathématiques comme attachée à un univers (ensembliste) fixe et donné d'avance[2]. Retour au problème d'Aristote : l'unité de principe cache l'équivocité qui fonde son déploiement effectif en de multiples cadres de référence distincts les uns des autres. Le langage logique unifié se déploie dans une nécessaire *extériorité* à cette diversité, à quoi l'on peut opposer, comme Girard et Bell (chacun en un sens différent), la nécessité d'une logique interne aux déploiements mathématiques effectifs. Mais derrière le retour à Aristote, c'est surtout le retour à Proclus qui doit nous intéresser : car il n'est pas anodin que, de toutes parts, ce soit à la géométrie que l'on demande de fournir la clé d'intelligibilité de l'unité des mathématiques : « faisceaux », « topos », « géométrie des interactions »... c'est à une figure de l'espace que l'on demande de venir désormais rendre compte de l'unité transversale que les principes ne peuvent justement pas saisir.

Or si ces questions ne sont pas closes pour le mathématicien, elles ne le sont pas non plus pour le philosophe. La manière dont les grands programmes fondationnels de la fin du XIX^e^ siècle ont permis à la philo-

1. Jean-Yves Girard, *La logique comme géométrie du cognitif*, in « Logique, dynamique et cognition », sous la dir. de J.-B. Joinet, Paris, coll. « Logique, langage, sciences, philosophie », Publications de la Sorbonne, septembre 2007, p. 13-29.

2. Voyez son article : « From absolute to local mathematics » (Bell, 1986).

sophie de se ressaisir d'une unité des mathématiques pour nourrir les questions de théories de la connaissance et d'ontologie doit être aujourd'hui repensée à la lumière de formes alternatives d'unité, dont la fécondité proprement mathématique s'est avérée immense au cours du siècle écoulé. L'opposition entre une logique donnée de l'extérieur aux domaines d'objets et une logique immanente aux développements des mathématiques (et fondée sur la dynamique de la connaissance) reste vivace, de même que reste vivace la question du statut de ces formes nouvelles d'« espaces » qui donne à la mathématique une unité bien différente de celle que dévoilent ses principes ou fondements. Sous ce point de vue, la question de la *mathesis universalis* est peut-être, plus que jamais, une question de notre temps.

# ANNEXE I

## La *quaestio de scientia mathematica communi*

Le texte est tiré d'un manuscrit, daté de 1312, édité et commenté par G. Dell'Anna sous le titre *Theorica Mathematica et Geometrica medievalia*[1]. Il s'agit d'une compilation rassemblant les opinions sur les mathématiques et leur statut philosophique de Sébastien d'Aragon, Hugo de Traiecto, Simon de Padoue, Theobald de Anchora et Jean de Jandun.

### 9. EXISTE-T-IL DANS LES SCIENCES MATHÉMATIQUES UNE MATHÉMATIQUE COMMUNE ?

*(Utrum scientie mathematice habeant aliquam communem mathematicam)*

[9ª 5ª de Simon]

il semble que oui,

1° parce que tous les étants du monde ont une science commune : la métaphysique ;

2° parce que les êtres mathématiques *(mathematicalia)* ont un genre en quoi ils conviennent : la quantité, et une propriété propre : l'égal et l'inégal ;

1. G. Dell'Anna, *Theorica Mathematica et Geometrica medievalia,* Università degli Studi di Lecce, Congedo Editore, 1992. Le texte que nous traduisons se trouve p. 87-90. Cet ouvrage essentiel pour notre thème contient une abondante bibliographie sur les études concernant les mathématiques au Moyen Âge (p. 55-66).

3° parce que les [choses] analogues ont une science commune, selon *Métaphysique* IV, et donc d'autant plus celles qui conviennent dans un genre univoque[1] ;

4° parce que toutes les mathématiques ont cette propriété commune qu'on peut y permuter les proportions, comme il ressort du premier [livre] des *Seconds Analytiques* ;

5° parmi les choses naturelles, les unes sont corporelles, les autres éternelles : elles diffèrent donc en genre, plus que les choses matérielles entre elles, et cependant elles ont une science commune ;

6° parce que s'il n'en était pas ainsi, il y aurait plus que trois parties essentielles de la physique, puisque chacune des disciplines mathématiques formerait une partie distincte ;

7° les [choses] comparables en ce qui fait la science, ont une science commune ; or les mathématiques sont de celles-ci parce qu'elles se laissent comparer selon l'antérieur et le postérieur. Ainsi l'arithmétique est antérieure à la géométrie, parce qu'elle est tirée d'un plus petit nombre (de principes) et la géométrie est antérieure à l'astrologie, qui lui est subordonnée.

On oppose qu'il pourrait y avoir ainsi plus de quatre mathématiques, ce que nous ne démontrons pas.

*Première opinion :*

À la question certains ont donné trois réponses :

Premièrement que toutes les mathématiques ont une [discipline] commune ; deuxièmement que cette dernière n'est pas mathématique ; troisièmement que c'est la métaphysique. Le premier point découle de ce que les mathématiques ont une propriété commune, donc, etc. ; le second découle du fait que ce qui ne porte pas sur l'abstrait au sens de l'abstraction mathématique n'est pas mathématique ; or cette science qui traite de la quantité en général *(in communi)* n'en traite pas en tant qu'elle est abstraite mathématiquement, parce que sous cette forme [abstraite] elle détermine deux espèces qui lui sont attachées : le temps et l'espace, qui sont des sensibles par soi *(sensibilia per se)*. Le troisième point découle du fait que la quantité en général est une partie et la principale *(principaliter)* de l'étant lui-même, et celui qui la considère est donc le métaphysicien.

*Deuxième opinion :*

D'autres disent que cette science commune est mathématique parce qu'elle est prédiquée des mathématiques spéciales comme lorsqu'on dit que la géo-

1. L'éditeur renvoie ici à *Métaphysique,* Γ 1003 *b* 20-23.

métrie est [une] mathématique et ainsi des autres. Également : ce qui se distingue par opposition à d'autres [choses] a une sorte d'unité par soi ; or les mathématiques se distinguent par opposition aux [sciences] naturelles ; elles conviennent donc assurément et c'est dans la science mathématique commune ; deuxièmement, ils distinguent : une science est commune selon la prédication ou selon la stabilité. La première manière comprend deux cas : ou bien de cette manière selon laquelle une science est prédiquée ; ou bien selon qu'un seul sujet est prédiqué des sujets d'autres [sciences]. La mathématique n'est pas commune selon la première de ces manières ; mais selon la seconde manière tout à fait, puisque son sujet est prédiqué de toute chose. Mais il y a quelque mathématique commune selon les deux manières. Si c'est néanmoins selon la stabilité, alors ce n'est pas une mathématique commune, mais la métaphysique, parce que c'est elle qui ordonne les autres sciences. De même, ils remarquent que cette mathématique commune ne diffère pas réellement de ses [disciplines] inférieures comme le supérieur de l'inférieur.

*Troisième opinion :*

D'autres disent : si cette position est vraie, cela ne résout cependant pas la question parce que personne ne doute de cette forme de communauté. La question porte, en effet, sur la science commune dont le sujet est commun et qui est traité séparément comme les livres des *Physiques* portent sur les choses naturelles et les premiers sur les locales. Ainsi ils disent qu'il n'y a pas de mathématique commune parce que son sujet ne serait pas abstrait selon l'abstraction mathématique, puisque celle-ci n'a pas de propriété commune. Mais ils s'opposent qu'il semble que soit traitée séparément une mathématique commune : dans le 5e livre d'Euclide où l'on démontre sur les propriétés de la quantité prise abstraitement. De même, s'il y avait quelque (science) commune par prédication, elle serait qualitativement commune ou par le genre ou par l'espèce. Au premier [point] ils disent que dans le 5e d'Euclide lorsque l'on démontre sur, *et caetera,* [cela indique] que cette science n'est pas mathématique mais une partie de la mathématique. D'autres disent qu'on n'y démontre pas précisément quelque chose de la quantité mais en tant que nombre ou grandeur.

(...)[1]

De tout cela, on peut tirer quatre conclusions répondant à la question :

1° qu'il y a démonstration de l'existence d'une mathématique commune ;

2° ce que prouve son sujet ;

1. La quatrième opinion porte sur les différentes formes de communauté : selon la prédication, selon l'application et selon le sujet. Le seul cas qui soit détaillé est alors celui de l'application en tant que la géométrie fait usage des nombres ; mais rien ne nous est alors dit sur l'existence ou la non-existence d'une mathématique commune. Nous laissons donc cette opinion de côté.

3° que celle-ci est mathématique ;

4° qu'elle est également commune par la communauté d'application.

Le premier point découle de ce que la science mathématique peut prouver en général *(in communi)* ce qui vaut des mathématiques spéciales ; le second découle de ce que le sujet d'une mathématique commune peut prouver des choses à propos des sujets de toutes les mathématiques, en tant que sujet de la métaphysique, c'est à savoir comme quantité ; le troisième découle de ce qu'une science commune peut considérer la propriété [relevant] de la quantité comme telle en général et en tant qu'abstraite ; ainsi cette propriété est l'égal et l'inégal, ce sujet est la quantité en tant qu'elle est indifféremment quantité abstraite des qualités et quantité non abstraite, ce dont je parle à cause des sciences moyennes. Le quatrième découle de ce que l'arithmétique est commune à la géométrie et aux autres [disciplines mathématiques], qu'elle traite de quelque chose de commun à toutes les autres selon l'application. Bien qu'il n'y ait pas de fait de mathématique commune, dont le sujet serait prédiqué des sujets des autres [disciplines mathématiques], il est néanmoins possible de la découvrir.

Des raisons opposées découle d'elle-même la solution.

[Simon]

Maître Simon dit qu'à la question de l'existence de quelque science commune, il semble qu'il y ait démonstration ; et ainsi semble-t-il y avoir par supposition autant que par doctrine quelque mathématique qui soit commune à toutes les autres et l'on peut donc dire qu'il y a une mathématique commune : parce que toute mathématique convient en une [discipline] en raison de l'abstraction ou selon la considération de la raison formelle ; parce qu'il y a un sujet commun comme quantité qu'on peut abstraire *(abstrahibilis)* ou propriété commune, comme dans le cas de la permutabilité des proportions ; ainsi, il y a un principe commun correspondant au sujet commun ; parce que doit être donnée une disposition intellectuelle commune distincte des quatre autres (l'art, la prudence, l'intellection et la sagesse), que doit être donnée une intention de science, or c'est ce qui arrive dans les étants mathématiques, donc, etc. Mais il lui semble douteux, contre ses propres conceptions, que cette science soit la métaphysique. Il dit, par les prémisses aux autres solutions, qu'il doit s'agir d'une mathématique au sens strict, et non par comparaison, ou qu'elle n'est pas encore inventée, puisqu'il existe de nombreuses choses qu'on peut savoir et dont il n'y a pas encore science.

# ANNEXE II

## Essai bibliographique sur la *mathesis universalis* chez Descartes et Leibniz[1]

S'il faut aujourd'hui commencer par dresser à grands traits le portrait monumental de la *mathesis universalis,* c'est qu'il a servi de toile de fond aux études portant plus spécifiquement sur l'usage de ce concept par Descartes et Leibniz. Deux approches peuvent y être distinguées : d'un côté, celle qui relève plutôt de l' « histoire des idées » et entend donner un tableau d'ensemble de l'âge classique où les deux auteurs se côtoient ; de l'autre, celle qui relève de l'étude particulière de l'un ou de l'autre – étant bien entendu que rien n'empêche d'accomplir ces deux tâches à la fois. Nous pouvons rapidement passer sur le premier cas, qui reconduit généralement, les hypothèses de l'histoire monumentale : la *mathesis universalis* y désigne l'idéal de la raison calculante, liée à l'émergence d'une nouvelle norme de rationalité calquée sur la méthode mathématique[2], qui donnerait son support philosophique aussi bien à la science « mécaniste »[3] qu'au dévelop-

1. Dans cette partie, afin de simplifier la lecture, je donnerai les références complètes des ouvrages en note et non la référence simplifiée renvoyant à la bibliographie.

2. Sur ce point, on pourra consulter, outre l'étude de H. W. Arndt déjà citée, H. Schüling, *Geschichte der axiomatischen Methode im 16. und beginnenden 17. Jahrhundert,* New York - Hildesheim, Olms, 1969.

3. Cette thèse est très présente dans l'interprétation néo-kantienne, cf. P. Natorp, *Descartes Erkenntnistheorie,* Marburg, 1882 (rééd. Hildesheim, Gerstenberg Verlag, 1978), notamment p. 22-23 ; E. Cassirer, *Descartes Kritik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Erkenntnis,* Marburg, 1899. On la retrouve chez Husserl (*La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale,* Gallimard, 1976, rééd. 1989, coll. « Tel », II, § 8 et 9, par exemple p. 55 où la *mathesis universalis* est présentée comme l' « instrument prédestiné » de la physique théorique). Elle est également au fondement de l'analyse de l'évolution de la « science moderne » par Heidegger

pement d'une mathématique formelle[1] et, à terme, au rêve d'une fondation « logique » et calculatoire du système du savoir[2]. Non qu'il faille réduire toutes les interprétations à l'acceptation de cette thèse, bien au contraire : c'est le fait même de discuter, de nuancer, de préciser une telle image, plus proche des conceptions d'Auguste Comte que de celles de Descartes et Leibniz[3], qui motive et caractérise d'abord cette approche.

Une autre de ses caractéristiques, qui se retrouvera dans les études de détail, est qu'elle cherche à isoler au titre de la *mathesis universalis* un trait spécifique de la rationalité propre à l'âge classique. Ainsi ce concept n'est supposé renvoyer à aucune procédure existante, sinon sous la forme d'une préfiguration confuse ; de plus, il est doté *a priori* d'un caractère d'unité. Pour construire cette unité, le commentateur peut s'autoriser à procéder par résonance thématique, notamment en rapprochant la *mathesis universalis,* sur laquelle nous possédons peu de renseignements, d'autres disciplines plus faciles à repérer (la « méthode », la « *mathesis* », la « science universelle », la « caractéristique universelle », l' «art combinatoire »). Par ce jeu de renvoi, peut se constituer un fil directeur, dont on cherche rétrospectivement à nouer les différents brins. En général, il n'y a d'ailleurs pas d'autre

dans *Die Frage nach dem Ding.* Mais on aurait tort de la limiter pour autant à cette tradition spécifique, comme en témoignent, par exemple : E. J. Dijksterhuis, *The Mechanization of the World Picture,* trad. angl. C. Dikshoorn, Princeton University Press, 1986, p. 405 sq. ; P. Boutroux, *L'idéal scientifique des mathématiciens* (1920), chap. II, p. 101 sq. ; ou plus récemment, E. Denissoff, *Descartes, premier théoricien de la physique mathématique,* Louvain, Béatrice-Nauwelaerts, 1970, p. 17 sq. ; M. Kobayashi, *La philosophie naturelle de Descartes,* Paris, Vrin, 1993, p. 15 sq.

1. Cette interprétation, déjà avancée par Husserl dans la *Krisis,* a été détaillée par J. Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra,* London, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1972, rééd. Dover, 1992. Elle constitue encore la ligne directrice de l'étude récente de S. Krämer, *Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert,* Berlin, Walter de Gruyter, 1991.

2. On trouvera une présentation synthétique de cette image dans J. Mittelstrass, « The philosopher's conception of *mathesis universalis* from Descartes to Leibniz », *Annals of Science,* 36, 1979, p. 593-610. On doit à V. Peckhaus d'avoir retracé les médiations réelles qui justifient ce rapprochement entre logique formelle et *mathesis universalis* dans l'héritage de Leibniz jusqu'au XXe siècle (V. Peckhaus, *Logik, Mathesis universalis und allgemeine Wissenschaft. Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert,* Berlin, Akademie Verlag, 1997). Malheureusement, l'auteur prend pour acquis l'interprétation de Mittelstrass et amalgame donc *mathesis universalis* et projet d'une science universelle, notamment sous sa double forme d'une *caracteristica universalis* et d'un *calculus ratiocinator,* si bien que la *mathesis universalis* y est très peu présente, sinon en tant qu'elle a été confondue avec ces deux projets.

3. Ainsi Comte rappelait-il : « Il est indispensable de reconnaître avant tout, pour se faire une juste idée de la véritable nature de la mathématique, que, sous le point de vue purement logique, cette science est, par elle-même, nécessairement et rigoureusement universelle » (*Cours de philosophie positive* [1830], rééd. Hermann, 1975, t. I, troisième leçon, p. 77). Ainsi « c'est donc par l'étude des mathématiques, et seulement par elle, que l'on peut se faire une idée juste et approfondie de ce qu'est une *science* » (*ibid.,* p. 71).

manière de procéder, dès lors que les concepts de *mathesis universalis* avancés par Descartes et Leibniz ne semblent justement pas immédiatement homogènes, notamment dans la mesure où le premier refuse toute forme de logique formelle, alors que le second entend précisément réhabiliter à ce titre la « force de la forme ». On doit alors rester à un niveau de généralité très grand, si l'on veut maintenir sous cette forme une cohérence du « rationalisme » classique[1]. Cette généralité s'exprime souvent par l'amalgame de dénominations distinctes : *mathesis universa, scientia universalis, mos geometricus, mathesis pura et abstracta, ars combinatoria,* voire *mathesis* tout court.

La dépendance de cette perspective à l'image monumentale est très apparente dès que l'on compare les études les plus récentes à celle que donnait Cassirer dans l'*Erkenntnisproblem*[2]. S'y jouait déjà le destin de la *mathesis universalis* en tant que seuil : elle devait, en effet, indiquer la fin du régime de la *Kategorienlehre* et le passage à un modèle de rationalité centré sur la théorie pure des relations, elle-même étroitement dépendante du modèle mathématique, opposé au modèle substantialiste aristotélicien. Ainsi se trouvaient désignés rétrospectivement les trois brins qu'il fallait nouer : 1 / l'idéal d'une « philosophie mathématique », née dans le contexte du « platonisme mathématique » (Nicolas de Cues, Marsile Ficin, Giordano Bruno, Kepler), mais qu'il fallait débarrasser de ses scories théologiques ; 2 / la naissance d'un nouveau modèle de science, fondée sur l'activité humaine (expérimentale) et le développement d'une mathématique également opératoire (Galilée, Viète, et plus généralement les premiers algébristes européens), mais qui resterait en manque de fondations philosophiques ; ces deux premiers fils pouvaient trouver une forme de première association dans le courant lulliste et son rêve d'une science universelle qui serait un calcul de toutes choses[3] ; 3 / enfin, l'idéal humaniste d'une méthode fondée sur la clarté et la distinction, opposée aux verbiages de l'École et aux « arcanes » des considérations symbolistes de la Renaissance, qui permettait notamment de fonder une critique des dangers portées par le « lullisme ». Descartes et Leibniz se singulariseraient

1. Un exemple en est donné par l'étude de H. W. Arndt, qui propose une analyse très fine de la *mathesis universalis* cartésienne, en la distinguant notamment du *mos geometricus,* et n'hésite pourtant pas à donner également une caractérisation d'ensemble, où ces deux aspects sont amalgamés (voir ci-dessus p. 10, note 1). Cette ambivalence entre une image précise, dans l'étude de l'auteur, et une image d'ensemble incompatibles entre elles, se trouve également chez Husserl et Cassirer, selon qu'ils s'intéressent à Descartes et Leibniz ou à l'« âge classique ».

2. E. Cassirer, *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit,* vol. I (1906), repris dans *Gesammelte Werke,* t. II, Hamburg, F. Meiner, 1999.

3. W. Risse, *Die Logik der Neuzeit,* Stuttgart, Fromann, 1964, vol. 1 (1500-1640), chap. VII : *Die lullistische Tradition* (p. 532 sq.) ; S. Krämer, *Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert,* Berlin, Walter de Gruyter, 1991.

d'avoir lié, de manières diverses, ces trois orientations au titre de la *mathesis universalis,* nom propre de la nouvelle méthode de la connaissance.

La remise en cause de ce « seuil », notamment par la mise au jour d'une réflexion très riche sur la « méthode » dans un contexte scolaire (l'Université de Padoue), dont des auteurs comme Galilée sont très clairement les héritiers, n'a pas profondément bouleversé cette image d'ensemble, parce qu'elle n'a pas permis de nouer le brin méthodologique au brin mathématique[1].

Lorsque nous nous portons vers l'autre versant, le paysage semble d'abord plus difficile à dessiner. Comme le fait remarquer F. Van De Pitte, une bibliographie des interprétations de la *mathesis universalis* chez Descartes – et cela vaudrait également pour Leibniz – consisterait à énumérer la plupart des grandes interprétations de l'œuvre. Mais cette profusion se laisse néanmoins assez clairement circonscrire : « Les désaccords entre commentateurs prennent leur source dans deux types de question : le premier est de déterminer si la *mathesis universalis* est simplement une mathématique universelle ; ou si elle doit être comprise comme une méthode bien plus large, comprenant *tous* les aspects de la connaissance. Le second est de déterminer si la *mathesis universalis* est une méthode que Descartes a effectivement possédée ; ou si elle est simplement un rêve qui ne fut jamais satisfait. »[2] Les grandes interprétations de la *mathesis universalis* cartésienne

1. Ainsi existe-t-il de nombreuses études, comme celle de H. W. Arndt où est fait mention des discussions des padouans (notamment de Zabarella) sur la méthode, et en particulier sur l'analyse. Mais comme cette réflexion est relativement distincte du modèle mathématique, on se contente généralement de juxtaposer sous une simple unité thématique les deux courants (celui des réflexions sur la méthode et celui de l'analyse mathématique développée par les algébristes, notamment en France), cf. P. Freguglia, *Ars analytica. Matematica e methodus nelle seconda metà del Cinquecento,* Busto Arsozio, Bramante Editrice, 1988. On trouvera un très bon exemple de cette manière de procéder dans le livre de H.-J. Engfer, *Philosophie als analysis,* Suttgart, Frommann-Holzboog, 1982. L'auteur y donne en fait, côté à côte, trois modèles d'analyse (celui de la géométrie ancienne, celui du *regressus* des padouans, celui de l'algèbre de Viète) et un modèle combinatoire (lulliste), puis passe par simple résonance de thème à la *mathesis universalis* chez Descartes et Leibniz.

2. F. Van de Pitte, « Descartes' *mathesis universalis* », repris dans G. J. D. Moyal (éd.), *René Descartes : Critical Assesments,* Londres et New York, Routledge, 1991, p. 61 (notre traduction). Le débat sur la *mathesis universalis* cartésienne a été maintes fois parcouru, mais ne semble guère avoir avancé depuis les mises au point de J. A. Schuster, F. Van de Pitte ou plus récemment F. de Buzon, auxquelles nous renvoyons donc : J. A. Schuster, « Descartes' *mathesis universalis,* 1619-1628 » dans S. Gaukroger (éd.), *Descartes : Philosophy, Mathematics and Physics,* The Sussex, Harvester Press / New Jersey, Barnes & Nobles, 1980, p. 41-96 (notamment p. 80, n. 1) ; F. de Buzon, *« Mathesis universalis », in* M. Blay, R. Halleux (éd.), *La science classique,* Paris, Flammarion, 1998, p. 610-621. S. Krämer a proposé une autre caractérisation du débat selon que la *mathesis universalis* est rapportée à une autre discipline ou qu'elle est considérée comme une discipline *sui generis* (*op. cit.,* p. 192-220). Nous ne suivons pas cette seule détermination car elle conduit à écraser la première ligne de partage, comme il apparaît d'ailleurs du fait que J.-L. Marion et G. Milhaud s'y retrouvent dans le même « groupe » (p. 192).

se répartissent ainsi entre une lecture qui, dans l'héritage de la conception positiviste, la réduit à n'être qu'une discipline mathématique[1] et une autre qui lui donne une détermination plus large, généralement en l'identifiant à la « méthode »[2]. L'enjeu commun est évidemment de déterminer comment l'une se rapporte à l'autre : est-ce la méthode qui a pris appui sur la *mathesis universalis* comme discipline mathématique, où elle trouve le domaine propre de son effectivité et les procédures précises de son déploiement ? Est-elle, comme l'avançait L. Liard, un « extrait généralisé des mathématiques »[3] ? Ou est-ce à l'inverse la mathématique qui se trouve saisie dans la détermination philosophique de *mathesis universalis,* d'où elle tire toute sa certitude ? Ces deux questions commandent clairement une confrontation, incessamment recommencée, avec les deux exemples de l'une (la mathématique) comme de l'autre (la méthode) que nous offrent la *Géométrie* et le *Discours de la méthode.* Dans la première confrontation, une question préjudicielle est de savoir quel lien entretient le projet mathématique des *Regulae* avec celui de la *Géométrie* d'une part ; comment il se situe par rapport au développement des mathématiques modernes de l'autre[4]. Dans la seconde, la

1. Rappelons que « mathématique » ou *mathesis* n'a pas nécessairement le sens que nous lui donnons aujourd'hui, pour la raison simple que la tradition avait intégré dans la *mathesis* des disciplines « mixtes », comme l'optique, l'astronomie ou même la mécanique, qui relèveraient aujourd'hui plutôt de la « Physique ». C'est un point d'importance car Descartes appelle, au moins à partir de 1638, « mathématique pure » la « science du mouvement ». On trouvera un bon exemple de cette interprétation, où la *mathesis universalis* est une mathématique au sens d'une physique mathématique (par opposition à une pure algèbre) chez P. Boutroux, *op. cit.,* p. 102-104.

2. Par exemple : H. Heimsoeth, *Die Methode der Erkenntnis bei Descartes und Leibniz,* Giessen, Alfred Töpelmann, 1912 ; W. Röd, *Descartes' Erste Philosophie,* Bonn, Bouvier Verlag, 1971 ; J.-L. Marion, *Sur l'ontologie grise de Descartes,* Paris, PUF, 1975.

3. L. Liard, *Descartes,* Paris, Germer Baillère et Cie, 1882, p. 36.

4. De nombreuses configurations sont possibles : on peut appeler mathématique universelle l'algèbre symbolique qui soutient le dispositif de la géométrie cartésienne (L. Liard, *op. cit.,* p. 45-47), selon une interprétation qui trouve sa source au XVIIe siècle. On peut appeler ainsi la théorie des « pures relations quantitatives », c'est-à-dire la théorie des rapports et proportions qui sert de noyau dur à la science cartésienne (G. Milhaud, *Descartes savant,* Alcan, 1921, p. 68-73 ; J. Vuillemin, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes,* PUF, 1960). On peut ensuite identifier la méthode mise en œuvre dans la seconde partie des *Regulae* à celle qui est à l'œuvre dans la *Géométrie* (c'est le cas de J. Vuillemin, suivi par G. Israel, « Des *Regulae* à la *Géométrie* », *Revue d'histoire des sciences,* t. 51-2/3, avril-septembre 1998, p. 183-236 – où l'on trouvera un état des lieux historiographique sur la question). On peut, au contraire, insister sur la distinction des procédures mises en œuvres (comme l'avait défendu L. Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique,* Paris, Alcan, 1912, notamment p. 113-116). Ce premier champ d'opposition interfère avec celui du rapport de la mathématique cartésienne à la mathématique moderne (voir notamment N. Bourbaki, *Éléments d'histoire des mathématiques,* rééd. Paris, Masson, 1984, p. 32-35, et M. Loi, « La *mathesis universalis* aujourd'hui », dans *Encyclopédie philosophique universelle,* t. I : *L'univers philosophique,* p. 931-934), à quoi s'oppose la lecture contextualisante, qui insiste sur le fait que les interprétations récurrentes perdent généralement le pôle constructif de l'algèbre

question dominante est de savoir quel rôle donner à l'écart entre l'apparente « neutralité métaphysique » des *Regulae* et le système exposé dans le *Discours de la méthode,* puis surtout dans les *Méditations métaphysiques*[1]. Cela dit, la question peut également se poser en amont, si l'on s'intéresse au rapport qu'entretient la méthode au projet scientifique cartésien. On peut notamment s'interroger sur son rapport à la *scientia penitus nova,* annoncée à Beeckman en 1619, à la découverte d'une « invention admirable » en 1620[2] et à la « méthode » effectivement suivie dans les entreprises scientifiques, notamment les recherches en optique[3]

classique (voir la mise au point de H. J. Bos, « The structure of Descartes' *Géométrie* », dans G. Belgioioso *et al., Descartes : il metodo e i saggi, Atti del Convegno per il 350e anniversario della pubblicazione del* Discours de la Méthode *et degli* Essais, Florence, Instituto delle Enciclopedia Italiana, 1990, t. II, p. 349-369).

1. Cette position du problème trouve, en partie, son origine dans la redécouverte du texte des *Regulae,* par les néo-kantiens. Il servit alors de preuve qu'il existait bien une configuration initiale où la théorie de la connaissance *(Erkenntnistheorie)* était traitée pour elle-même, antérieurement à la « prise de parti » métaphysique des années 1629-1630, cf. P. Natorp, *op. cit.,* p. 1[illegible]. La *mathesis universalis* étant définie comme « science de l'ordre et la mesure » et la méthode consistant à disposer les choses en ordre, ce conflit d'interprétation s'est vite polarisé autour de la question typiquement néo-kantienne, du rapport entre un ordre subjectif et un ordre objectif – Descartes donnant, selon les différents moments de son œuvre, des indications allant dans un sens ou dans l'autre, cf. W. Röd, *Descartes' Erste Philosophie,* Bonn, Bouvier Verlag, 1971. J.-L. Marion a proposé une vaste remise en chantier de ces questions, dont les grandes lignes sont les suivantes : 1 / d'une part, la *mathesis universalis* doit être interprétée à partir d'un ordre qui est fondamentalement « ordre pour l'esprit » ; ainsi les *Regulae* mettent-elles en place une « ontologie grise », dont le support est un *ego épistémologique* ; 2 / cette position de science universelle se heurte ensuite à la question de la primauté, qui permettrait de définir une *prima philosophia* – notamment à la tension entre la primauté de deux étants privilégiés l'*ego cogito* d'une part, *Dieu* de l'autre ; cette tension se redouble dans un double schéma de constitution selon la *cogitatio* ou la *causa.* On trouvera un exposé conclusif de cette « onto-théo-logie redoublée », entée sur le premier projet de *mathesis universalis,* dans *Sur le prisme métaphysique de Descartes,* Paris, PUF, 1986.

2. Respectivement AT X, 156 et 216.

3. J. A. Schuster, dans l'article cité, reprend les indications de J.-P. Weber (*La constitution du texte des* Regulae, SEDES, 1964) et propose de lire les *Regulae* comme une œuvre composite, où la *mathesis universalis* renverrait au projet d'une science universelle de 1619, alors que la Règle XII correspondrait à un projet plus mûr, développé dans le cadre des recherches optiques de 1626-1627 (art. cité, p. 55). Il y aurait alors un second projet de *mathesis universalis,* où elle servirait de fondement aux disciplines physiques et fonderait une théorie de la connaissance exposée dans la Règle XII (*ibid.,* p. 70). Plus récemment, D. Garber a fait remarquer que la méthode exposée dans les premières Règles n'était pas mise en œuvre dans l'exemple de théorie physique (la recherche de l'anaclastique) donné dans la Règle VIII. Il a donc également proposé de séparer un moment lié à la *mathesis universalis* et un autre moment, lié aux recherches optiques, puis a défendu l'idée que le second nourrissait le projet du *Discours de la méthode,* voir « Descartes et la méthode en 1637 » dans N. Grimaldi et J.-L. Marion (éd.), *Le discours de la méthode,* Paris, PUF, 1987, p. 72 ; *La physique métaphysique de Descartes,* Paris, PUF, 1999, trad. franc. S. Bornhausen, p. 60-61, n. 6.

Si nous nous tournons ensuite du côté de la *mathesis universalis* leibnizienne, nous ne pouvons qu'être frappés de trouver à nouveau l'interprétation positiviste au cœur du débat. Certes, il s'agit d'une autre forme de positivisme, dont les interprétations « logicistes » de Russell et, surtout, de Couturat restent exemplaires[1]. Mais pour l'essentiel, l'enjeu est semblable : peut-on reconstruire le système métaphysique sur la base d'une discipline scientifique, *mathesis universalis* ou caractéristique universelle (ces deux termes étant jugés équivalents), qui en donnerait les fondements ? Contre cette tentation, Cassirer, puis Brunschvicg, firent remarquer que la *mathesis* leibnizienne informe beaucoup plus le système métaphysique par les modèles ontologiques et les procédures heuristiques issus du calcul différentiel, *pars superior* de la *mathesis universalis,* que sous la forme d'une « logique formelle »[2]. Ici encore, ce premier lieu de conflit est relayé par une question plus générale sur les déterminations réciproques de la science et de la métaphysique. Il faut alors parvenir à comprendre le lien que peuvent entretenir des recherches purement logiques ou mathématiques (notamment la mise au point d'un *calculus universalis* et d'une *nova analysis*), et des recherches purement métaphysiques. Cette difficulté est d'autant plus apparente que ces dernières vont en sens inverse des modèles ontologiques livrés par la *mathesis* du fait qu'elles tendent à établir la possibilité d'une individuation réelle.

La vraie différence, pourrait-on avancer *cum grano salis,* est que nous courrons ici moins de risque à proposer cette vision de surplomb, du fait qu'elle fut diagnostiquée dès le début du XX^e^ siècle par Dietrich Mahnke. Aussi pouvons-nous prudemment nous placer sous l'autorité de son magistral panorama, au titre significatif : *Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmetaphysik*[3]. Dans cette présentation, les conceptions centrées sur la *mathesis universalis* (Couturat, Russell, Cassirer), sont mises en regard d'une autre perspective avec laquelle elles entrent en conflit : celle d'une métaphysique de l'individuation (Kabitz, Petersen, Baruzi, etc.). L'enjeu est de proposer une conciliation entre ces deux modèles. C'est alors le concept de « représentation » qui semble permettre la synthèse harmonique des deux lignes de force, le système des représentations ou « points de vue » des sujets individuels étant réglé par la *mathesis universalis.* Les interprétations de la *mathesis universalis* leibnizienne, contrairement à celles portant sur Descartes, convergent ainsi dans l'idée qu'elle est une « théorie

1. B. Russell, *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz* (1900), rééd. Londres, George Allen & Unwin Ltd, 1937 ; L. Couturat, *La logique de Leibniz* (1901), rééd. Olms Verlag, 1969.

2. E. Cassirer, *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen,* Marburg, N. G. Elwert, 1902 ; L. Brunschvicg, *op. cit.,* p. 197-208.

3. Parue initialement dans le *Jahrbuch für Philosophie und Phänomenologische Forschungen,* Halle, Max Niemeyer, 1925, p. 305-612 (rééd. en fac-similé, Stuttgart, 1964).

générale des relations » – la différence passant plutôt dans la fonction qu'on lui fait jouer dans le système[1].

La position du problème comme tension entre un modèle de rationalité scientifique et un modèle de rationalité métaphysique est évidemment significative[2]. L'ombre de l'histoire monumentale, qui cherche à attacher à ce nom le sens d'une rupture profonde, plane ici encore sur une grande part des débats. Plus intéressant, en revanche, est de voir proposer une conciliation qui reconduit le mystère de la *mathesis universalis* : que la « représentation » ou l' « expression » soit un concept clé du système métaphysique leibnizien est difficilement contestable, qu'il donne son support à l'hypothèse des accords est évident[3] ; mais *pourquoi* cette expression doit-elle trouver son modèle dans la *mathesis* ? Le fait que Mahnke réfère ce régime de « représentation » à ce qui se joue dans le concept d'intentionalité ouvre d'ailleurs devant nous une piste très intéressante de questionnement : de quelle légitimité peut donc s'autoriser le présupposé selon lequel la « forme » de la représentation est donnée en transparence dans un modèle mathématique ? Ainsi l'idée que la représentation fonctionne comme une « correspondance » ou, plus fondamentalement encore, qu'elle s'inscrit dans un espace : qu'elle a un « dehors », qu'elle « vise » un objet, qu'elle est un « flux », qu'elle est un « regard » que l'on peut tourner de tel ou tel côté, que les idées peuvent y être « distinguées » ( « séparées » ), qu'on peut « passer » d'une idée à une autre, etc., tous ces thèmes témoignent, jusqu'à aujourd'hui, de la persistance d'une géométrisation première du domaine de la connaissance dans l'interrogation phénoménologique, qui reste rarement interrogée comme telle. C'est pourtant là le fondement de l'usage de la *mathesis universalis,* en tant qu'elle opère dans la théorie de la connaissance au titre d'une « logique de l'imagination ».

1. Sur l'idée que la *mathesis universalis* est une théorie générale des relations, on consultera outre les études citées, H. Burkhardt, *Logik und Semiotik in der Philosophie von Leibniz,* München, Philosophia, 1980, p. 321 ; W. et M. Kneale, *The Development of Logic,* Oxford, Clarendon Press, 1962, rééd. 1984, p. 336 sq. ; M. Schneider, « Funktion et Grundlegung der Mathesis Universalis im Leibnizschen Wissenschaftsystem », *Studia Leibnitiana Sonderheft,* 15, 1988, p. 172.

2. Sous sa forme la plus réductrice, cette opposition est celle des lois de la nature et de l'orientation religieuse (H. Heimsoeth, *op. cit.,* et le commentaire de Mahnke, *op. cit.,* chap. IV).

3. Cette solution est encore au principe de l'interprétation de A. Gurwitsch en termes de « panlogisme » (*Leibniz. Philosophie des Panlogismus,* Berlin, Walter de Gruyter, 1974, notamment chap. I, § 4. « Repräsentation und Expression »).

# BIBLIOGRAPHIE

Pour ne pas alourdir le document, cette bibliographie ne reprend pas les ouvrages mentionnés dans l'essai bibliographique de l'annexe II (où les références sont données de manière complète), sauf s'ils sont également mentionnés par ailleurs dans le texte.

## I. ŒUVRES DES AUTEURS DE RÉFÉRENCES

[Les abréviations utilisées sont indiquées entre crochets à la suite des références.]

### *1. Aristote*

*Métaphysique,* trad. franç. J. Tricot, Paris, Vrin, rééd. 1991, 2 vol. *[Mét.]* ; trad. angl. D. Ross, Oxford Clarendon Press, 1924.
*Organon,* trad. franç. J. Tricot, Paris, Vrin, rééd. 1989, 5 vol. [*An. Pr.* et *An. Post.*].
*De l'âme,* trad. franç. R. Bodéüs, Paris, Flammarion, coll. « GF », 1993 *[De An.]*.
*Physique,* trad. franç. P. Pellegrin, Paris, Flammarion, coll. « GF », 2000 *[Phys.]*.

### *2. Platon*

PLATON, *Œuvres complètes,* 14 vol., Paris, Les Belles Lettres, coll. « Budé », 1923-1956.
(En particulier : t. IX-2, *Philèbe,* trad. A. Diès.
T. X, *Timée,* trad. A. Rivaud.

T. XI-1 et 2, XII-1, *Les Lois,* livres I-X, trad. A. Diès, E. Des Places, L. Gernet.
T. XII-2, *Les Lois,* livres XI-XII, trad. A. Diès ; *Epinomis,* trad. E. Des Places.)
Pour l'*Epinomis* voir également Taràn (1975).
*La République,* trad. franç. G. Leroux, Flammarion, coll. « GF », 2002.

### 3. *Proclus*

*Commentarium Procli editio prima quae Simonis Grynaei opera addita est Euclidis elementis graece editis,* Bâle, J. Hervagius, 1533.
Édition Friedlein : *Procli Diadochi in Primum Euclidis Elementorum Librum Commentarii ex Recognitione Godofredi Friedlein,* Leipzig, Teubner, 1873, rééd. Olms, 1992 [P].
Trad. latines : BAROZZI F. (BAROCIUS F.), *Procli Diadochi Lycii philosophi platonici ac mathematici probatissimi in primum Euclidis Elementorum librum Commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium libri III.*, Padoue, 1560.
DASYPODIUS C., *Volumen II mathematicum.*, Strasbourg, J. Rihelius, 1570.
Trad. anglaise : MORROW G. R., *Proclus. A Commentary on the First Book of Euclid's Elements,* Princeton, Princeton University Press, rééd. 1992 (avec une préface de I. Mueller).

### 4. *Descartes*

*Œuvres de Descartes,* publiées par C. Adam et P. Tannery, 11 vol., nouvelle présentation en coédition avec le CNRS, Paris, Vrin, 1964-1974 [AT, nous citons le tome en chiffres romains et la page, ainsi que les lignes, en chiffres arabes. Nous utilisons également les abréviations suivantes : *Discours de la méthode (DM)* ; *Méditations métaphysiques (MM)* ; *Principia Philosophiae (PP)*].
*Œuvres philosophiques,* édition établie, présentée et annotée par F. Alquié, 3 vol., Paris, Garnier, 1963-1973 [Alquié].
*Correspondance,* éditée, traduite et annotée par C. Adam et G. Milhaud, Paris, PUF, 1936 [AM].
*Regulae ad directionem ingenii,* texte critique établi par G. Crapulli, La Haye, M. Nijhoff, 1966.
Trad. franç. : *Règles utiles et claires pour la direction de l'esprit en la recherche de la vérité*, traduction et annotation par J.-L. Marion, avec des notes mathématiques de P. Costabel, La Haye, M. Nijhoff, 1977.
*L'entretien avec Burman,* édition, traduction, notes et commentaire par J.-M. Beyssade, Paris, PUF, coll. « Épiméthée », 1981.

### 5. *Leibniz*

*Sämtliche Schriften und Briefe, herausgegeben von der deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* [A, suivi du numéro de la série en chiffres romains, du numéro du tome, de la page et, éventuellement de la ligne, en chiffres arabes].

*Mathematische Schriften,* éd. C. Gerhardt, Halle, 1850-1853, rééd. Hildesheim, New York, Olms, 1962 [*GM,* suivi du tome en chiffres romains et de la page en chiffres arabes].

*Die philosophische Schriften,* éd. C. Gerhardt, Halle, 1875-1889, rééd. Hildesheim, New York, Olms, 1978 [*GP,* suivi du tome en chiffres romains et de la page en chiffres arabes].

*Opuscules et fragments inédits, extraits des manuscrits de la Bibliothèque de Hannovre,* édités par Louis Couturat, Paris, Alcan, 1903, rééd. Hildesheim, New York, Olms, 1988 [C, suivi du numéro de la page].

*Recherches générales sur l'analyse des notions et des vérités, Vingt-quatre thèses métaphysiques et autres textes logiques et métaphysiques,* textes traduits par E. Catin, L. Clauzade, F. de Buzon, M. Fichant, J.-B. Rauzy et F. Worms, Introduction et notes par J.-B. Rauzy, Paris, PUF, coll. « Épiméthée », 1998 [R].

## II. LITTÉRATURE PRIMAIRE

ADORNO T., HORKHEIMER M., *Dialektik der Aufklärung* (1944), trad. franç. E. Kaufholz, *La dialectique de la raison,* Paris, Gallimard, coll. « Tel », 1974.

ALEXANDE D'APHRODISE, *Alexandri Aphrodisiensis in Aristotelis metaphysica commentaria,* ed. M. Hayduck, Berlin, Reimer, 1897.

ALSTED J. H., *Methodus admirandorum mathematicorum complectens novem libros matheseos universae,* Herborn, G. Corvini, 1613.

ARNAULD A., *La logique ou l'art de penser* (1662), éd. P. Clair et F. Girbal, Paris, PUF, 1965.

AUGUSTIN, *Œuvres de saint Augustin,* IV-2 : *Dialogues philosophiques. De ordine-L'ordre,* trad. franç. J. Doignon, Institut d'études augustiniennes, coll. « Bibliothèque augustinienne », 1997.

BACON R., *Opera hactenus inedita Rogeri Baconi,* éd. R. Steele, Oxford, Clarendon Press, 1940 (t. XVI : *Communia Mathematica*).

BAILLET A., *La Vie de Monsieur Descartes,* Paris, D. Horthemels, 1691, rééd. Hildesheim, New York, Olms, 1972.

BAROZZI F. (BAROCIUS F.), *Oratio ad Philosophiam Virtutemque ipsam Adhortatoria,* Padoue, G. Perchacinus, 1558.

BAROZZI F. (BAROCIUS F.), *Lectiones in Procli Commentarios in Primum Librum Euclidis Elementorum quas publice in Gymnasio Patavino profitebatur anno Christi Natali 1559,* ms. in « Fonds Latin n. 7218 », Bibliothèque nationale de France, édité par A. de Pace, en appendice à *Le Matematiche e il mondo,* Milan, Franco angeli, 1993, p. 349-430.

BAROZZI F. (BAROCIUS F.), *Opusculum, in quo una oratio, et duae quaestiones : altera de certitudine, et altera de medietate mathematicarum continentur,* Padoue, 1560.

BEECKMAN I., *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1604 à 1634,* 4 vol., introduction et notes par C. de Waard, La Haye, M. Nijhoff, 1939-1953.

BELLI Silvio, *Della proportione et proportionalita, commune passioni del quanto,* Venise, Franceschi, 1573.

BESSARION J., *Bessarionis In calumniatorem Platonis libri IV, textum graecum addita vetere versione latina primum edidit L. Mohler* (1469), rééd. Paderborn, F. Schöningh, 1927.

BIANCANI J., *Aristotelis loca mathematica ex universis ipsius operibus collecta et explicata. Accessere de natura mathematicarum scientiarum tractatio atque clarorum chronologia,* Bologne, B. Cochius, 1615.

BOÈCE, *De institutione Arithmetica libri duo,* trad. franç. J.-Y. Guillaumin, *Institution arithmétique,* Paris, Les Belles Lettres, coll. « Budé », 1995.

CARNAP R., *Der logische Aufbau der Welt* (1928), trad. franç. T. Rivain, *La construction logique du monde,* Paris, Vrin, 2002.

CATENA P., *Oratio pro Idea Methodi,* Padoue, G. Perchacinus, 1563.

CATENA P., *Super loca mathematica contenta in Topicis et Elenchis Aristotelis,* Venise, Cominus de Tridinus Montisferrati, 1561.

CATENA P., *Universa Loca in logicam Aristotelis in Mathematicas disciplinas,* Venise, F. Marcolini, 1566.

CASSIRER E., *Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit,* vol. I (1906), repris dans *Gesammelte Werke,* t. II, Hamburg, F. Meiner, 1999, trad. franç. R. Fréreux, *Le problème de la connaissance dans la philosophie et la science des Temps modernes,* Paris, Le Cerf, 2004.

CASSIRER E., *Descartes's Kritik der mathematischen und Naturwissenschaftlichen Erkenntnis* (1899), suivi de *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen* (1902), repris dans *Gesammelte Werke,* t. I, Hamburg, F. Meiner, 1998.

CASSIRER E., *Individuum und Kosmos in der Philosophie der Renaissance* (1927), trad. franç. P. Quillet, *Individu et cosmos dans la philosophie de la Renaissance,* Paris, Minuit, 1983.

CASSIRER E., *Substanzbegriff und Funktionsbegriff* (1910) (repris dans *Gesammelte Werke,* t. VI, Hamburg, F. Meiner, 2000) ; trad. franç. P. Caussat, *Substance et fonction,* Paris, Minuit, 1977.

CASSIRER E., *Philosophie der Symbolischen Formen,* t. III (1929), trad. franç. C. Fronty, *Philosophie des formes symboliques,* t. 3, Paris, Minuit, 1972.

CASSIRER E., *Zur Logik der Kulturwissenschaften* (1942), rééd. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1989 ; trad. franç. J. Carro, *Logique des sciences de la culture,* Paris, Le Cerf, coll. « Passages », 1991.

CAVAILLÈS J., *Sur la logique et la théorie de la science* (1947), Paris, Vrin, rééd. 1997, avec une postface de J. Sebestik.

DASYPODIUS C., *Oratio Cunradi Dasypodii de disciplinis mathematicis... Ejusdem Hieronis Alexandrini Nomenclaturae vocabulorum geometricorum translatio. Ejusdem lexicon mathematicum...,* Strasbourg, 1579.

DASYPODIUS C., *Protheoria mathematica, in qua non solum disciplinae mathematicae omnes, ordine convenienti enumerantur, verum etiam universalia Mathematica praecepta explicantur,* Strasbourg, J. Martinus, 1593.

DASYPODIUS C., *Volumen II Mathematicum, complectens praecepta mathematica, astronomica, logistica,* Strasbourg, J. Rihelius, 1570.

DE CUSA N., *De Beryllo,* éd. et trad. allemande K. Bormann, Hamburg, F. Meiner, 1977.

DE CUSA N., *De Mente* dans *Idiota,* éd. et trad. allemande, R. Steiger et L. Baur, Felix Meiner, 1983 ; trad. franç. P. Quillet, en annexe de E. Cassirer, *Individu et cosmos,* Paris, Minuit, 1983, p. 245-299.

DIOGÈNE LAËRCE, *Vies et doctrines des philosophes illustres,* trad. franç. sous la dir. de M.-O. Goulet-Cazé ; introd., trad. et notes de J.-F. Balaudé, L. Brisson, J. Brunschwig *[et al.],* Paris, Librairie générale française, coll. « Livre de poche », 1999 [DL].

EUCLIDE, *Euclidis Elementa,* éd. Heiberg, 5 vol., Leipzig, Teubner, 1977 ; trad. franç. B. Vitrac, *Éléments,* 4 vol., Paris, PUF, 1990, 1994, 1998, 2001 *[Él.]* ; trad. angl. T. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements,* 3 vol., Cambridge, Cambridge University Press, 1925.

FINÉ Oronce, *Épistre exhortative, touchant la perfection et commodité des ars libéraulx mathématiques, composé soulz le nom et le tiltre de la très antienne et noble Dame Philosophie,* Paris, Pierre Leber, 1532.

FINÉ Oronce, *Protomathesis... De arithmetica pratica libri. De geometria libri, De cosmographia sive mundi sphaera libri V. De solaribus horologiis et quadrantibus libris,* Paris, G. Morrhus et J. Petrus, 1532.

FONSECA P., *Institutionum dialecticarum libri octo,* Cologne, G. Cholinus, 1605.

FOUCAULT M., *Les mots et les choses,* Paris, Gallimard, 1966.

FOUCAULT M., *Dits et écrits,* II, Gallimard, 1994.

GARDIES J.-L., *L'héritage épistémologique d'Eudoxe de Cnide,* Paris, Vrin, 1988.

GASSENDI P., *Exercicationes paradoxicae adversus Aristoteleos,* Grenoble, Verdier, 1624 (livre I) ; Amsterdam, Elzevier, 1649 (livre I et II) ; trad. franç. B. Rochot, *Dissertations en forme de paradoxes contre les Aristotéliciens,* livres I et II, Paris, Vrin, 1959.

GASSENDI P., *Opera Omnia,* Lyon, G. Anisson, 1658.

GOSSELIN G., *De ratione discendae docendaeque mathematices repetita praelectio,* 1584 (Réserve de la Bibliothèque nationale, cote Vélins, 1991).

HARDY C., *Euclidis Data, & Marini Philosophi in Data Euclidis commentarius graece & latine. Per Claudium Hardy nunc primum edita,* Paris, M. Mondier, 1625.

HEIDEGGER M., *Die Frage nach dem Ding* (1962), trad. franç. J. Reboul et J. Taminiaux, *Qu'est-ce qu'une chose ?,* Paris, Gallimard, 1971.

HUSSERL E., *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendantale Phänomenologie,* La Haye, M. Nijhoff, 1954 ; trad. franç. G. Granel, *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale,* Paris, Gallimard, coll. « Tel », 1976, rééd. 1989.

HUSSERL E., *Die Phänomenologie und die Fundamente der Wissenschaften* (1912), trad. franç. D. Tiffeneau, *La phénoménologie et le fondement des sciences,* Paris, PUF, coll. « Épiméthée », 1993.

HUSSERL E., *Formale und transzendantale Logik* (1929), trad. franç. S. Bachelard, *Logique formelle et logique transcendantale,* Paris, PUF, coll. « Épiméthée », rééd. 1984.

HUSSERL E., *Logische Untersuchungen,* I (1900), trad. franç. H. Elie, L. Kelkel et R. Scherer, *Recherches logiques* I, Paris, PUF, coll. « Épiméthée », rééd. 1990.

JAMBLIQUE, *De communi mathematica scientia,* éd. N. Festa, Leipzig, Teubner, 1871, rééd. Stuttgart, 1975 ; éd. et trad. italienne dans F. ROMANO, *Il numero e il divino,* Milan, Rusconi, 1995.

KECKERMANN B., *Systema logicae,* Hannovre, G. Antonius, 1606 (3e éd.).

KECKERMANN B., *Systema compendiosum totius mathematices,* Cours de 1605 publiés à Hanovre, chez G. Antonius, 1617.

KEPLER J., *Harmonices Mundi,* Linz, G. Tampachius, 1619 (repris dans *Gesammelte Werke,* Band VI, éd. M. Caspar, Munich, C. Beck, 1940) ; trad. franç. J. Peyroux, *L'harmonie du monde,* Bordeaux, Bergeret / Paris, Albert Blanchard, 1979.

KEPLER J., *Mysterium cosmographicum* (1596 ; Francfort, 1621) ; repris dans *Gesammelte Werke,* t. VIII, Munich, C. H. Beck, 1963 ; trad. franç. A. Segonds, *Le secret du monde,* Paris, Les Belles Lettres, 1984.

MAHNKE D., *Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmetaphysik,* Max Niemeyer, Halle, 1925, *Jahrbuch für Philosophie und Phänomenologische Forschungen,* p. 305-612 (réédition en fac-similé, Stuttgart, 1964).

MARINUS, *Marinos of Neapolis. The Extant Works,* éd. Al. N. Oikonomides, Chicago, Ares publishers, 1977.

MARINUS, *Commentarium in Euclidis data* (ed. H. Menge, Leipzig, Teubner, 1896) ; texte grec et traduction dans M. MICHAUX, *Le commentaire de Marinus aux Data d'Euclide : étude critique,* Louvain, Éd. de l'Université catholique de Louvain, coll. « Études critiques », 1947.

MARINUS, *Proclus ou sur le bonheur,* trad. et notes par H. D. Saffrey, A.-P. Segonds, avec la collaboration de C. Luna, Paris, Les Belles Lettres, coll. « Budé », 2002.

MAUROLICO F., *Maurolyci Abbatis Prologi sive Sermones quidam de Divisione Artium, de Quantitate, de Proportione* Edidit Dr Gratianus Bellifemine, Melphicti, Mezzina, 1968.

MAUROLICO F., *Arithmetica libri duo,* Venise, Apud Franciscum Franciscium Senensem, 1575.

(Une partie des lettres est accessible, ainsi que de nombreux traités, dans l'édition « en ligne » des œuvres scientifiques à l'adresse : http://www.dm.unipi.it/pages/maurolic.)

MERSENNE M., *Correspondance,* édition établie et annotée par C. de Waard, B. Rochot, A. Beaulieu, Paris, PUF et les Éditions du CNRS, 1945-1988, 17 vol.

MERSENNE M., *La Vérité des Sciences où sont réfutées les opinions des Septiques, Composé par le R.P. Mersenne de l'Ordre des Minimes,* Paris, Simon Bachelier, 1625.

NATORP P., *Descartes Erkenntnistheorie,* Marburg, 1882, rééd. Hildesheim, Gerstenberg Verlag, 1978.

NICOMAQUE DE GÉRASE, *Nicomachi Geraseni Pythagorei introductionis arithmeticae libri II,* éd. R. Hoche, Leipzig, Teubner, 1866 ; trad. franç. J. Bertier, *Introduction arithmétique,* Paris, Vrin, coll. « Histoire des doctrines de l'Antiquité classique », 1978 *[Intr. Ar.].*

NIETZSCHE F., *Considérations inactuelles,* II. « De l'utilité et des inconvénients de l'histoire » ; trad. franç. P. Rush, dans *Œuvres,* Paris, Gallimard, coll. « Pléiade », 2000.

NIETZSCHE F., *La généalogie de la morale,* trad. franç. I. Hildenbrand et J. Gratien, Paris, Gallimard, coll. « Folio-Essais », 1971.

PAPPUS, *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt,* éd. F. Hultsch, Berlin, Weidmann, 1876-1878.

PEREIRA B., *De communibus omnium rerum naturalium principiis et affectionibus,* Rome, F. Zanettus et B. Tosius, 1576.

PICCOLOMINI A., *In Mechanicas Quaestiones Aristotelis, Paraphrasis paulo quidem plenior. [...] Commentarium de certitudine mathematicarum Disciplinarum,* Rome, A. Bladus Asulanus, 1547.

POISSON N., *Commentaire ou Remarques sur la méthode de René Descartes,* Vandosme, S. Hip, 1670.

PONZIO F., *Problemata ex omnibus prope scientiis sumpta, quae a FRANCISCO PONTIO patritio veneto Aloisii f. Patavii ac Venetiis publice disputanda proponuntur,* Venise, Valgrisiana, 1559.

RAMUS P. (LA RAMÉE Pierre de), *Dialectique* (1555), rééd. N. Bruyère, Paris, Vrin, 1996.

RAMUS P. (LA RAMÉE Pierre de), *Prooemium mathematicum ad Catharinam Medicam, reginam, matrem regis,* Paris, apud A. Wechelum, 1567.

RAMUS P. (LA RAMÉE Pierre de), *Scholae Mathematicae libri XXXI,* Bâle, E. Episcopius, 1569.

RAMUS P. (LA RAMÉE Pierre de) et TALON O. (Talaeus, Audoramus), *Collectanea praefationes, epistolae, orationes,* Marburg, P. Egenolphus, 1599.

SCHOLZ H., *Mathesis universalis,* Bâle et Stuttgart, Beno Schwabe, 1961.

SCUTELIUS N., *Jamblichus De mysteriis Aegyptiorum, nunc primum ad verbum de graeco expressus, Nicolao Scutellio..., interprete. Adjecti de Vita et secta Pythagorae fragmenta, ab eodem Scutellio ex ipso Jamblicho collecti. Omnia studio S. Bongalli edita,* Rome, V. Luchrini, 1556.

SNELL Rudolf, *Snellio-Ramaeum philosophiae syntagmata,* Francfort, P. Fischer, 1596 (avec une préface de R. Goclenius).

STEVIN S., *The Principal Works of Simon Stevin,* 6 vol., éd. E. Crone, E. J. Dijksterhuis, D. J. Struik *[et al.]*, Amsterdam, N. V. Swets & Zeitlinger, 1955-1966 (le volume II est consacré aux Mathématiques ; II.A contient les *Problemata geometrica* et II.B contient *L'Arithmétique*).

STEVIN S., *Œuvres mathématiques,* éd. Albert Girard, Leyde, Elzevier, 1624.

SYRIANUS, *In Aristotelis Metaphysica Commentaria,* éd. W. Kroll, Reimer, Berlin 1902.

THÉON DE SMYRNE, *Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium,* ed. H. Hyller, Leipzig, Teubner, 1878 ; trad. franç. J. Dupuis, *Des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon,* édition bilingue, Paris, Hachette, 1892.

THÉOPHRASTE, *Métaphysique,* trad. franç. A. Laks et G. Most, Paris, Les Belles Lettres, coll. « Budé », 1993.

VAN ROOMEN A. (ROMANUS ADRIANUS), *Ideae Mathematicae pars prima, sive methodus polygonorum...,* Anvers, J. Keerbergius, 1593.

VAN ROOMEN A. (ROMANUS ADRIANUS), *In Archimedis Circuli dimensionem expositio et analysis. Apologia pro Archimede. Exercitationes cyclicae contra Iosephum Scaligerum, Orontium Finaeum et Raymarum Ursum in decem Dialogos distinctae,* Genève, 1597.

VAN ROOMEN A. (ROMANUS ADRIANUS), *Universae mathesis idea, qua mathematica universim sumptae natura, praestantia, usus et distributio brevissime proponuntur,* Würzburg, G. Fleischmann, 1602.

VAN SCHOOTEN F., *Principia matheseos universalis,* Leyde, Elzevier, 1651 (Comm. transcrits par E. Bartholin).

SCHOOTEN Franz van, *Geometria a Renato Des Cartes anno 1637 gallice edita, postea autem una cum notis Florimondi de Beaune..., gallice conscriptis, in latinam linguam versa et commentariis illustrata opera et studio Francisci a Schooten,* Amsterdam, Elzevier, 1659-1661, rééd. *Renati Des Cartes Principia Matheseos Universalis seu Introd*

*ductio ad geometriae methodum,* quatrième édition publiée en 1695 chez F. Knoch à Francfort.

STEVIN S., *L'Arithmétique de Simon Stevin, Aussi l'Algèbre. Ensemble les quatre premiers livres d'algèbre de Diophante d'Alexandrie, maintenant premièrement traduicts en françois. Encore un livre particulier de la Practique d'arithmétique, contenant entre autres, les tables d'interest, la Disme et un Traicté des incommensurables grandeurs ; avec l'explication du dixiesme livre d'Euclide,* Leyde, C. Plantin, 1585.

VIÈTE F., *Francisci Vietae Opera mathematica, in unum volumen congesta ac recognita,* Leyde, Elzevier, 1646 (éd. F. Van Schooten).

VIÈTE F., *In artem analyticem Isagogè* (1591) ; trad. franç. J. L. Vaulezard, *Introduction en L'art analytic ou nouvelle algèbre de François Viète* (1630), rééd. Paris, Fayard, coll. « Corpus », 1986.

WEYL H., *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft,* Munich, R. Oldenbourg *(Handbuch der Philosophie),* 1926.

ZABARELLA J., *Opera logica,* Cologne, L. Zetzneri, 1597, rééd. W. Risse en fac-similé, Hildesheim, New York, Olms, 1966.

ZAMBERTI B., *Euclidis megarensis... mathematicarum disciplinarum janitoris, habent in hoc volumine, quicunque ad mathematicam substantiam aspirant, Elementorum libros XIII, cum expositione Theonis... Euclide volumen XIII, cum expositione Hypsiclis alexandrini, itidemque et Phaenomena, Specularia et Perspectiva, cum expositione Theonis, ac mirandus ille liber Datorum, cum expositione Pappi mechanici, una cum Marini dialectici protheoria,* Venise, 1510.

## II. LITTÉRATURE SECONDAIRE

ALQUIÉ F., *La découverte métaphysique de l'homme chez Descartes,* Paris, PUF, 1950.

ANNAS J., « Die Gegenstände der Mathematick bei Aristoteles », dans Andreas GRAESER (éd.), *Mathematics and metaphysics in Aristotle : Akten des X. Symposium Aristotelicum, Sigriswil, 6.-12. September 1984,* Bern, P. Haupt, 1987.

ARNDT H. W., *Methodo scientifica pertractatum,* Berlin, W. de Gruyter, 1971.

AUJOULAT N., *Le néo-platonisme alexandrin. Hiéroclès d'Alexandrie,* Leiden, E. J. Brill, 1986.

BARBIN E., BOYÉ A. (éd.), *François Viète. Un mathématicien sous la Renaissance,* Vuibert, 2005.

BEAULIEU A., *Mersenne. Le grand Minime,* Fondation Nicolas-Claude Fabri de Pereisc, Paris, diff. Les Belles Lettres, 1995.

BECHTLE G., « How to apply the modern concepts of *Mathesis Universalis* and *Scientia Universalis* to ancient philosophy. Aristotle, Platonisms, Gilbert of

Poitiers, and Descartes », dans K. CORRIGAN, J. D. TURNER (ed.), *Platonism Ancient, Modern and Postmodern,* Brill, 2007.

BECK L. J., *The Method of the Regulae,* Oxford, Clarendon Press, 1952.

BECKER O., *Eudoxos-Studien. Eine voreudoxische Proportionenlehre und ihre Spuren bei Aristoteles und Euclid,* Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik und Astronomie und Physik, Abt. 2, 1933, p. 311-333.

BELAVAL Y., *Leibniz critique de Descartes,* Paris, Gallimard, coll. « Tel », 1960, rééd 1978.

BELGIOIOSO G. *et al., Descartes : il metodo e i saggi, Atti del Convegno per il 350° anniversario della pubblicazione del* Discours de la Méthode *et degli* Essais, Florence, Instituto delle Enciclopedia Italiana, 1990, 2 vol.

BESNIER B., « Nicomaque de Gérasa et le crible d'Ératosthène », dans *Hommage à Jean-Toussaint Desanti,* Mauvezin, TER, 1991, p. 87-109.

BETH E. W., *Les Fondements logiques des mathématiques,* Paris, Gauthier-Villars, 1950.

BEYSSADE J.-M., *La philosophie première de Descartes,* Paris, Flammarion, coll « Nouvelle Bibliothèque scientifique », rééd. 1979.

BIANCHI L., RANDI E., *Vérités dissonantes,* Éd. Universitaires de Fribourg, 1993.

BIARD J., RASHED R. (dir.), *Descartes et le Moyen Âge,* Paris, Vrin, 1997.

BONITZ H., *Aristotelis Metaphysica : Commentarius,* Bonn, 1849, rééd. Hildesheim, Olms, 1992.

BOS H., *Redefining Geometrical Exactness : Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction,* New York, Springer, 2001.

BOURBAKI N., *Éléments d'histoire des mathématiques,* rééd. Paris, Masson, 1984.

BOURIAU C., *Aspects de la finitude, Descartes et Kant,* Pessac, Presses universitaires de Bordeaux, 2000.

BOUTROUX P., *L'idéal scientifique des mathématiciens,* Paris, Alcan, 1920, rééd J. Gabay, 1992.

BOUTROUX P., *L'imagination et les mathématiques selon Descartes,* Paris, Alcan, 1900.

BRETON S., *Philosophie et mathématique chez Proclus,* Paris, Beauchesne, 1969 (contient une traduction française de N. Hartmann : *Principes philosophiques des mathématiques*).

BRISSON L., *Le même et l'autre dans la structure ontologique du Timée de Platon,* Paris, Klincksieck, 1974.

BRUNSCHVICG L., *Les étapes de la philosophie mathématique,* Paris, Alcan, 1912.

BRUYÈRE N., *Méthode et dialectique dans l'œuvre de La Ramée,* Paris, Vrin, 1984.

BUSARD H. L. L. (ed.), *The Medieval Latin Translation of Euclid's Elements,* Stuttgart, Steiner, 1987.

BUSARD H. L. L., FOLKERTS M., *Robert of Chester's (?) Redaction of Euclid's Elements, the so-called Adelard II Version,* Bâle-Boston-Berlin, Birkhäuser, 1992.

CARDULLO L., *Il linguaggio del Simbolo in Proclo,* Università di Catania, 1985.

CAVEING M., *L'irrationnalité dans les mathématiques grecques jusqu'à Euclide,* Lille, Septentrion, 1998.

CHARLES-SAGET A., *L'architecture du divin,* Paris, Les Belles Lettres, 1982.

CIFOLETTI G., « Descartes et la tradition algébrique (XV^e^-XVI^e^ siècles) », dans J. BIARD, R. RASHED (dir.), *Descartes et le Moyen Âge,* Paris, Vrin, 1997, p. 47-56.

CIFOLETTI G., *Subtilior arithmetica ou une science briefve et claire. Les algébristes français au XVI^e^ siècle,* Catalogue de l'exposition de la Bibliothèque nationale, 24 avril - 31 mai 1991.

CIFOLETTI G., « "Quaestio sive aequatio" : la nozione di problema proposta nelle "Regulae" », dans Alfonso INGEGNO (éd.), *Da Democrito a Collingwood,* Siena, Leo S. Olschki, 1991, p. 43-79.

CLEARY J. J., *Aristotle and Mathematics,* Leyde, E. J. Brill, 1995.

CLEARY J. J., « Proclus' philosophy of mathematics », dans D. J. O'MEARA, G. BECHTLE (éd.), *La philosophie des mathématiques de l'Antiquité tardive,* Éd. universitaires de Fribourg, 2000, p. 85-101.

COMBÈS J., *Études néo-platoniciennes,* Grenoble, Jérôme Millon, 1989.

CONTI L. (dir.), *La Matematizzazione dell'universo,* Porziuncola, 1992.

COSTABEL P., *Démarches originales de Descartes savant,* Paris, Vrin, coll. « Vrin-Reprise », 1982.

COURTINE J. F., *Suarez et le système de la métaphysique,* Paris, PUF, 1990, coll. « Épiméthée ».

COUTURAT L., *La logique de Leibniz* (1901), rééd. Hildesheim, New York, Olms Verlag, 1969.

COUTURAT L., *Les principes des mathématiques,* Paris, Alcan, 1905, rééd. Paris, Albert Blanchard, 1980.

CRAPULLI G., *« Mathesis universalis ». Genesi di una idea nel XVI secolo,* Rome, Dell'Ateneo, 1969.

CUOMO S., *Pappus of Alexandria and The Mathematics of Late Antiquity,* Cambridge, University Press, 2000.

DE BUZON F., « La *mathesis* des *Principia* : remarques sur II, 64 », dans J.-R. ARMOGATHE, G. BELGIOIOSO, *Principia Philosophiae* (1644-1994) : *atti del Convegno per il 350^e^ anniversario della pubblicazione dell'opera,* Naples, Vivarium, 1996, p. 303-320.

DE BUZON F., *« Mathesis universalis »,* dans M. BLAY, R. HALLEUX (éd.), *La science classique,* Paris, Flammarion, 1998, p. 610-621.

DE GANDILLAC M., « Neoplatonism and Christian thought in the fifteenth century », dans D. J. O'MEARA (ed.), *Neoplatonism and Christian Thought,* Norfolk, International Society for Neoplatonic Studies, 1982, p. 143-168.

DE GANDILLAC M., *La philosophie de Nicolas de Cues,* Paris, Aubier, 1941.

DELL'ANNA G., *Giovanni di Jandun ed il problema dell « imaginatio »,* Lecce, Congedo editore, 1985.

DELL'ANNA G., *Theorica Mathematica et Geometrica medievalia,* Università degli Studi di Lecce, Congedo Editore, 1992.

DE PACE A., *Le Matematiche e il mondo,* Milan, Francoangeli, 1993.

DESAN P., *Naissance de la méthode,* Paris, Nizet, 1987.

DESANTI J.-T., *Les idéalités mathématiques,* Paris, Le Seuil, 1968.

DESANTI J.-T., *La philosophie silencieuse,* Paris, Le Seuil, 1975.

DHOMBRES J. (éd.), *Le numérique comme question. Sonder la pensée numérique à partir de situations d'innovation,* Bruxelles, Brepols, 2001.

DUMONT J.-P., « Mos geometricus, mos physicus », dans J. BRUNSCHWIG (éd.), *Les Stoïciens et leur logique,* Acte du Colloque de Chantilly, 18-22 septembre 1976, Vrin, 1978, p. 121-134.

DIJKSTERHUIS E. J., *The Mechanization of the World Picture,* trad. angl. C. Dikshoorn, Princeton, University Press, 1986.

ENGFER H.-J., *Philosophie als analysis,* Stuttgart, Frommann-holzboog, 1982.

FICHANT M., *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz,* Paris, PUF, 1998.

FOWLER D., *The Mathematics of Plato's Academy,* Oxford, Clarendon Press, 1999 (2e éd. revue et augmentée).

FEDERICI VESCOVINI G., « L'importanza della Matematica tra aristotelismo e scienze moderne in alcuni filosofi padovani della fine del secolo XVI », dans L. OLIVIERI (éd.), *Aristotelismo veneto e scienza moderna : atti del 25e anno accademico del Centro per la storia della tradizione aristotelica nel Veneto,* Padoue, Antenore, 1983, p. 666-676.

FREGUGLIA P., *Ars analytica. Matematica e methodus nelle seconda metà del Cinquecento,* Busto Arsozio, Bramante Editrice, 1988.

FRÈRE J., « Fonction représentative et représentation. PHANTASIA et PHANTASMA selon Aristote », dans G. ROMEYER DHERBEY (dir.), *Corps et âme. Sur le De Anima d'Aristote,* Paris, Vrin, 1996.

FUNKENSTEIN A., *Théologie et imagination scientifique,* trad. franç. J.-P. Rothschild, Paris, PUF, 1995.

GARBER D., « Descartes et la méthode en 1637 », dans N. GRIMALDI, J.-L. MARION (éd.), *Le discours et sa méthode,* Paris, PUF, 1987, p. 65-87.

GARBER D., *La physique métaphysique de Descartes,* trad. franç. S. Bornhausen, Paris, PUF, 1999.

GATTO R., *Tra scienza e immaginazione. Le matematiche presso il collegio gesuitico napoletano (1522-1670 ca.),* Florence, L. Olschki, 1994.

GAUKROGER S. (éd.), *Descartes. Philosophy, Mathematics and Physics,* The Sussex, Harvester Press / New Jersey, Barnes & Nobles, 1980.

GIARD L., « Remapping knowledge, reshaping institutions », dans S. PUMFREY,

P. ROSSI, M. SLAWINSKI, *Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe*, Manchester, Manchester University Press, 1991.

GIARD L., *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, 1995.

GIARD L., De VAUCELLES L. (dir.), *Les Jésuites à l'âge baroque*, Grenoble, Jérôme Millon, 1996.

GILBERT N., *Renaissance Concepts of Method*, New York, Columbia University Press, 1960.

GIUSTI E., « Ratio *e* proportio *tra geometria e filosofia naturale* », dans *Lessico Intellettuale Europeo*, Florence, L. Olschki, 1994, p. 415-438.

GRABMANN M., *Mittelalterliches Geistesleben*, vol. 2, Munich, Max Hueber Verlag, 1936.

GRANGER G.-G., *Formes, opérations, objets*, Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 1994.

GRELLARD C. (éd.), *Méthodes et statut des sciences à la fin du Moyen Âge*, Lille, Presses universitaires du Septentrion, 2004.

GRIMALDI N., MARION J.-L. (éd.), *Le discours et sa méthode*, Paris, PUF, 1987.

HANKINS J., *Plato in the Italian Renaissance*, 2 vol., Leyde, E. J. Brill, 1990.

HAY C. (éd.), *Mathematics from manuscript to Print, 1300-1600*, Oxford, Clarendon Press, 1988.

HEATH T. L., *Mathematics in Aristotle*, Oxford, Oxford University Press, 1949.

HEIMSOETH H., *Die Methode der Erkenntnis bei Descartes und Leibniz*, Giessen, Alfred Töpelmann, 1912.

IMBERT C., *Pour une histoire de la logique. Un héritage platonicien*, Paris, PUF, 1999.

IMBERT C., « Théorie de la représentation et doctrine logique dans le stoïcisme ancien », dans J. BRUNSCHWIG (éd.), *Les Stoïciens et leur logique*. Actes du colloque de Chantilly, 18-22 septembre 1976, Paris, Vrin, 1978, p. 223-249.

JAEGER W., *Aristoteles. Grundlegung einer Geschichte seiner Entwicklung*, 1re éd., Berlin, 1923, 2e éd. modifiée [en anglais], Oxford, 1948 ; trad. franç. *Aristote. Fondements de son histoire et de son évolution*, traduit et présenté par Olivier Sedeyn, Paris, Éd. de l'Éclat, 1997.

JANICAUD D., *La puissance du rationnel*, Paris, Gallimard, 1985.

JULLIEN V., *Descartes, La* Géométrie *de 1637*, Paris, PUF, coll. « Philosophies », 1996.

KAUPPI R., *« Mathesis universalis »*, dans *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, éd. J. Ritter et K. Gründer, Darmstadt, 1980, p. 937-938.

KESSLER E., « Clavius entre Proclus et Descartes », dans L. GIARD, *Les Jésuites à la Renaissance. Système éducatif et production du savoir*, Paris, PUF, 1995, p. 285-308.

KLEIN J., « Die griechische Logistik und die Entwicklung der Algebra », in *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, 1936 ; trad.

angl. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra,* London, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1972, rééd. Dover, 1992.

KNORR W., *The Evolution of the Euclidean Elements : A Study of the Theory of Incommensurable Magnitudes and its Signifiance for Early Greek Geometry,* Dordrecht, Reidel, 1975.

KNORR W., « Infinity and continuity : The interaction of mathematics and philosophy in Antiquity », dans N. KRETZMANN (ed.), *Infinity and Continuity in Ancient and Medieval Thought,* Ithaca, Cornell University Press, 1982, p. 112-145.

KNORR W., *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry,* Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser, 1989, p. 155-211.

KNORR W., « Mathématiques », dans J. BRUNSCHWIG, GEOFFREY LLOYD (dir.), *Le savoir grec,* Paris, Flammarion, 1996.

KOBAYASHI M., *La philosophie naturelle de Descartes,* Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 1993.

KOYRÉ A., *Études de la pensée scientifique,* Paris, Gallimard, coll. « Tel », rééd. 1985.

KRÄMER S., *Berechenbare Vernunft. Kalkül und Rationalismus im 17. Jahrhundert,* Berlin, Walter de Gruyter, 1991.

KRAYER A., *Mathematik im Studien plan der Jesuiten,* Stuttgart, F. Steiner, 1991.

KRISTELLER P. O., « Neoplatonismo e Rinascimento », dans P. PIETRO (dir.), *Il Neoplatonismo nel Rinascimento, Enciclopedia italiana,* Florence, Instituto della Enciclopedia Italiana, 1993, p. 9-28.

KRISTELLER P. O., « Proclus as a reader of Plato and Plotinus, and his influence in the Middle Ages and in the Renaissance », dans J. PÉPIN, H. D. SAFFREY (éd.), *Proclus, lecteur et interprète des Anciens,* Paris, Éd. du CNRS, 1987, p. 191-211.

LAFRANCE Y., *Pour interpréter Platon* II, Montréal, Bellarmin, 1994.

LAPLANCHE F., « Réseaux intellectuels et options confessionnelles entre 1550 et 1620 », dans L. GIARD, L. de VAUCELLES (dir.), *Les Jésuites à l'âge baroque,* Grenoble, Jérôme Millon, 1996, p. 89-114.

LEINKAUF T., *Mundus Combinatus. Studien zur Struktur der barocken Universalwissenschaft am Beispiel Athanasius Kirchers S.J.,* Berlin, Akademie Verlag, 1993.

*LESSICO INTELLETUALE EUROPEO :* PHANTASIA-IMAGINATIO, Ve Colloquio Internazionale, Atti a cura di M. FATTORI e M. BIANCHI, Roma, Dell'Ateneo, 1988.

*LESSICO INTELLETUALE EUROPEO :* RATIO, VIIe Colloquio Internazionale, Atti a cura di M. FATTORI e M. BIANCHI, Florence, L. Olschki, 1994.

LIARD L., *Descartes,* Paris, Germer Baillère et Cie, 1882.

LOI M., « La *mathesis universalis* aujourd'hui », dans *Encyclopédie philosophique universelle,* t. I : *L'Univers philosophique,* sous la dir. de A. Jacob, Paris, PUF, 1989, p. 931-934.

MAHONEY E. P., « Neoplatonism, the Greek commentators and Renaissance aris

totelianism », dans D. J. O'MEARA (ed.), *Neoplatonism and Christian Thought*, Norfolk, International Society for Neoplatonic Studies, 1982, p. 169-177.

MANCOSU P., *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, Oxford, Oxford University Press, 1996.

MANSFELD J., *Prolegomena Mathematica : From Appolonius of Perga to Late Neoplatonism, with an Appendix on Pappus and the History of Platonism*, Leyde, E. J. Brill, 1998.

MARION J.-L., *Sur l'ontologie grise de Descartes*, Paris, PUF, 1975.

MARION J.-L., *Sur le prisme métaphysique de Descartes*, Paris, PUF, 1986.

MARION J.-L., *Questions cartésiennes* I, Paris, PUF, 1991.

MARGOLIN J.-C., « L'enseignement des mathématiques en France (1540-1570) », dans P. SHARATT, *French Renaissance Studies*, Edinburgh, University Press, 1976, p. 109-155.

MAROTH M., *Die Araber und die Antike Wissenschaftstheorie*, Leiden, Brill, 1994.

MEHL E., *Descartes en Allemagne, 1619-1620*, Strasbourg, Presses universitaires de Strasbourg, 2001.

MERLAN P., *From Platonism to Neoplatonism*, La Haye, Nijhoff, 1960.

MILHAUD G., *Descartes savant*, Paris, Alcan, 1921.

MUELLER I., *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's « Elements »*, Cambridge (Mass.), The MIT Press, 1981.

MUELLER I., « Mathematics and philosophy in Proclus' commentary on Book I of Euclid's *Elements* », dans J. PÉPIN, H. D. SAFFREY (éd.), *Proclus lecteur et interprète des Anciens*, Actes du Colloque international du CNRS, Paris, 2-5 octobre 1985, Éd. du CNRS, 1987, p. 305-318.

MUELLER I., « Aristotle's doctrine of abstraction in the commentators », dans R. SORABJI, *Aristotle Transformed. The Ancient Commentators and their Influence*, London, Duckworth, 1990, p. 463-480.

MOUTSOPOULOS E., *La musique dans l'œuvre de Platon*, Paris, PUF, 1989 (1re éd., 1959).

MURDOCH J. E., « The Medieval language of proportions : Elements of the interaction with Greek foundations and the developpment of new mathematical techniques », dans A. C. CROMBIE (ed.), *Scientific Change, Symposium on the History of Science*, Oxford, University of Oxford, 9-15 juillet 1961, London, Heinemann, 1963, p. 237-271.

NAPOLITANI P. D., SOUFFRIN P. (éd.), *Medieval and Classical Traditions and the Renaissance of Physico-Mathematical Sciences in the 16th Century*, XX International Congress of History of Science Symposium, 2001.

NAPOLITANO VALDITARA L. M., *Le idee, I numeri, l'ordine. La dottrina della mathesis universalis dall'Academia antica al neoplatonismo*, Naples, Bibliopolis, 1988.

O'MEARA D. J. (ed.), *Neoplatonism and Christian Thought*, Norfolk, International Society for Neoplatonic Studies, 1982.

O'MEARA D. J., *Pythagoras Revived,* Oxford, Clarendon Press, 1997 (3e éd.).

O'MEARA D. J., avec G. BECHTLE (éd.), *La philosophie des mathématiques de l'Antiquité tardive,* Éd. universitaires de Fribourg, 2000.

OLDRINI G., *La disputa del metodo nel rinascimento. Indagini su Ramo e sul ramismo,* Florence, Le Lettere, 1997.

OLIVIERI L. (éd.), *Aristotelismo veneto e scienza moderna : atti del 25e anno accademico del Centro per la storia della tradizione aristotelica nel Veneto,* Padoue, Antenore, 1983, 2 vol.

OLIVIERI L., *Certezza e gerarchia del sapere. Crisi dell'idea di scientificità nell'aristotelismo del secolo XVI,* Padoue, Antenore, 1983.

ONG W. J., *Ramus. Method and the Decay of Dialogue,* Cambridge, Harvard University Press, 1958.

PECKHAUS V., *Logik, Mathesis universalis und allgemeine Wissenschaft. Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jahrhundert,* Berlin, Akademie Verlag, 1997.

PETERS T., *Johannes Kepleri Harmonices mundi liber I,* Leipzig, Teubner, 1940.

PINES S., « Philosophy, Mathematics and the concepts of space in the Middle ages », dans *Collected Works,* Leiden, E. J. Brill, 1986, vol. 2, p. 359-374.

PLOOIJ E. B., *Euclid's Conception of Ratio and his Definition of Proportional Magnitudes as Critized by Arabian Commentators,* Rotterdam, Leyde, Uitgeveruj W. J. van Hengel, 1952.

RANDALL J. H., *The School of Padua and The Emergence of Modern Science,* Antenore, Padua, 1961.

RASHED R., VAHABZADEH B., *Al-Khayyam mathématicien,* Paris, Albert Blanchard, 1999.

RASHED R., *Entre arithmétique et algèbre,* Paris, Les Belles Lettres, 1984.

RASHED R., *Mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle,* t. IV, Al Furqan, Islamic Heritage Foundation, 2002.

RIOUX G., *L'œuvre pédagogique de Wolfgang Ratichius (1571-1635),* Paris, Vrin, 1963.

RISSE W., *Die Logik der Neuzeit,* 2 vol., Stuttgart, Fromann, 1964-1970.

ROBIN L., *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote : étude historique et critique,* Paris, Alcan, 1908, rééd. Hildesheim, Olms, 1963.

ROBINET A., *Aux sources de l'esprit cartésien,* Paris, Vrin, 1996.

RÖD W., *Descartes' Erste Philosophie,* Bonn, Bouvier Verlag, 1971.

RODIS-LEWIS G., *Descartes : Biographie,* Paris, Calmann-Lévy, 1995.

RODIS-LEWIS G., « Descartes et les mathématiques au collège », dans N. GRIMALDI, J.-L. MARION (éd.), *Le discours et sa méthode,* Paris, PUF, 1987, p. 187-211.

ROMANO A., *La Contre-réforme mathématique. Constitution d'une culture mathématique jésuite à la Renaissance,* Rome, École française de Rome (Paris, diff. de Boccard), 1999.

ROMMEVAUX S., *Clavius : une clé pour Euclide,* Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 2005.

ROSE P. L., *The Italian Renaissance of Mathematics : Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo,* Genève, Droz, 1976.

ROSSI P., *Clavis Universalis : arts de la mémoire, logique combinatoire et langue universelle de Lulle à Leibniz,* trad. franç. P. Vighetti, Grenoble, J. Millon, coll. « Krisis », 1993.

SAFFREY H. D., *Recherches sur le néo-platonisme après Plotin,* Paris, Vrin, 1990.

SASAKI C., *Descartes's Mathematical Thought,* Dordrecht, Kluwer Academic, 2003.

SCHMITT C. B., *Aristote et la Renaissance,* trad. franç. L. Giard, Paris, PUF, 1992.

SCHÜLING H., *Geschichte der axiomatischen Methode im 16. und beginnenden 17. Jahrhundert,* Hildesheim, New York, Olms, 1969.

SCHUSTER J. A., « Descartes' *Mathesis universalis,* 1619-1628 », dans S. GAUKROGER (ed.), *Descartes. Philosophy, Mathematics and Physics,* The Sussex, Harvester Press / New Jersey, Barnes & Nobles, 1980, p. 41-96.

SEPPER D. L., *Descartes' Imagination : Proportion, Images, and the Activity of Thinking,* Berkeley, Univ. of California Press, 1996.

SERRES M., *Le système de Leibniz et ses modèles mathématiques,* Paris, PUF, coll. « Épiméthée », 1968.

SERRES M., *Hermès* I. *La communication,* Paris, Minuit, 1968.

SHARATT P., *French Renaissance Studies,* Edinburgh, University Press, 1976.

SORABJI R., *Matter, Space, Motion. Theories in Antiquity and their Sequel,* Ithaca, Cornell University Press, 1988.

SORABJI R. (dir.), *Aristotle Transformed. The Ancient Commentators and their Influence,* London, Duckworth, 1990.

STRONG E., *Procedures and Metaphysics. A Study in the Philosophy and Mathematical-Physical Science in the Sixteenth Century,* rééd. Hildesheim, New York, Olms, 1966.

SUTTO J.-P., « Les arithmétiques de Francesco Maurolico », dans P. D. NAPOLITANI, P. SOUFFRIN (2001), p. 75-83.

TAISBAK C. M., *Coloured Quadrangles. A guide to the Xth Book of Euclid's* Elements, Copenhagen, Museum Tusculanum Press, 1982.

TANNERY P., *Mémoires scientifiques,* Paris, J. Gabay, 1995, t. III, « Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique pure » (1902), p. 68-89.

TARÀN L., *Academica : Plato, Philip of Opus and the Pseudo-platonic* Epinomis, Philadelphia, American Philosophical Society, 1975.

TARÀN L., « Proclus and the Old Academy », dans J. PÉPIN, H. D. SAFFREY (éd.), *Proclus, lecteur et interprète des Anciens,* Paris, Éd. du CNRS, 1987, p. 227-276.

TROUILLARD J., *La mystagogie de Proclos,* Paris, Les Belles Lettres, 1982.

VAN BERKEL K., « A note on Rudolf Snellius and the early history of mathematics in Leiden », dans C. HAY (éd.), *Mathematics from manuscript to print, 1300-1600,* Oxford, Clarendon Press, 1988, p. 156-161.

VAN DE PITTE F., « Descartes' *mathesis universalis* », repris dans G. J. D. MOYAL (éd.), *René Descartes : Critical Assesments,* Londres et New York, Routledge 1991, vol. 1, p. 61-79.

VAN DER WAERDEN B. L., *Ontwakende Weteschap* (1950), trad. angl. *Science Awakening,* Groningen, P. Noordhoff, 1954.

VAN EGMOND W., « How algebra came to France ? », dans C. HAY (ed.), *Mathematics from Manuscript to print, 1300-1600,* Oxford, Clarendon Press, 1988 p. 127-144.

VINCIGUERRA LUCIEN, *Langage, visibilité, différence. Histoire du discours mathématique de l'âge classique au XIX^e siècle,* Paris, Vrin, coll. « Mathesis », 1999.

VUILLEMIN J., *De la logique à la théologie,* Paris, Flammarion, 1967.

VUILLEMIN J., *Mathématiques et métaphysique chez Descartes,* Paris, PUF, 1960.

VUILLEMIN J., *Philosophie de l'algèbre,* Paris, PUF, 1962, rééd. 1993.

WATSON G., *PHANTASIA in Classical Thought,* Galway, Galway University Press, 1988.

WEBER J.-P., *La constitution du texte des* Regulae, Paris, SEDES, 1964.

WHITROW G. J., « Why did mathematics begin to take off in the sixteenth century ? », dans C. HAY (ed.), *Mathematics from Manuscript to print, 1300-1600,* Oxford, Clarendon Press, 1988, p. 264-269.

YATES F., *L'art de la mémoire,* trad. franç. D. Arasse, Paris, Gallimard, 1975.

## ARTICLES

ACERBI F., « Drowning by multiples. Remarks on the fifth book of Euclid's Elements, with special emphasis on prop. 8 », *Archive for History of Exact Sciences,* 57, 2003, p. 175-242.

BELL J., « From absolute to local mathematics », *Synthese,* 69, 1986, p. 409-426.

BERNIER R., « La quantité chez Aristote. Son rôle en physique, mathématique et métaphysique », in *Archives de philosophie,* octobre-décembre 1999, t. 62, cahier 4.

BEYSSADE J.-M., « La théorie cartésienne de la substance », *Revue internationale de philosophie,* vol. 50, 1/1996, n° 195, *Descartes. Nouvelles interprétations,* p. 53-57.

BONNET S., « La philosophie des mathématiques de Giordanno Bruno », *Archives de philosophie,* t. 68, cahier 2, été 2005, p. 315-330.

BOSMANS H., « Le fragment du commentaire d'Adrien Romain sur *L'algèbre de Muhamed ben musa el-Chowârezmî* », *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* XXX, 1905-1906, p. 267-287.

BOSMANS H., « La méthode d'Adrien Romain pour effectuer le calcul des grands nombres », *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* XXVIII, 1903-1904, p. 411-429.

BOSMANS H., « Analyse de trois ouvrages célèbres d'Adrien Romain », *Annales de la Société scientifique de Bruxelles,* XXIX, 1904-1905, p. 68-79.

BREGER H., « Über die Hannoversche Handschrift der Descartesschen Regulae », *Studia Leibnitiana,* Band XV, 1983, p. 108-114.

BOURIAU C., « Descartes est-il un penseur "critique" ? Quelques réflexions », *Les Études philosophiques,* janvier-juin 1996, p. 177-187.

BUSARD H. L. L., « Über den lateinischen Euklid im Mittelalter », *Arabic Sciences and Philosophy,* n° 8, 1998, p. 97-129.

CIFOLETTI G., « La *Question* de l'algèbre. Mathématique et rhétorique des hommes de droit dans la France au XVI^e siècle », *Revue des Annales,* 50, n° 6, 1995, p. 1385-1416.

CLEARY J. J., « On the terminology of "Abstraction" in Aristotle », *Phronesis,* 30, 1985, p. 13-15.

COMPÈRE M.-M., « Les cadres institutionnels de l'enseignement des mathématiques au XVI^e siècle », *Revue d'histoire des mathématiques,* t. 6, fasc. 2, 2000, p. 271-292.

CRUBELLIER M., « La beauté du monde. Les sciences mathématiques et la philosophie première », *Revue internationale de philosophie,* n° 3, « La métaphysique d'Aristote », 1997, p. 307-331.

GIACOBBE G. C., « Il *"Commentarium de certitudine mathematicarum"* di Alessandro Piccolomini », *Physis,* t. XIV, 1972, p. 162-193.

GIACOBBE G. C., « Francesco Barozzi e la *"Quaestio de certitudine mathematicarum"* », *Physis,* t. XIV, 1972, p. 357-374.

GIACOBBE G. C., « La Riflessione metamatematica di Pietro Catena », *Physis,* t. XV, 1973, p. 178-196.

GIACOBBE G. C., « Un gesuita progessista nella *Quaestio de certitudine mathematicorum* rinascimentale : Benito Pereyra », *Physis,* 19 (1977), p. 51-86.

GILBERT P., « Notice sur le mathématicien louvaniste Adrianus Romanus », *Revue catholique,* Louvain, t. XVII, 1857, p. 277-286.

GILBERT P., « Les sciences exactes dans l'ancienne université de Louvain », *Revue des questions scientifiques,* t. XVI, 1884, p. 438-453.

HARARI O., « *Methexis* and geometrical reasoning in Proclus commentary on Euclid's Elements », *Oxford Studies in Ancient Philosophy,* n° 30, 2006, p. 361-389.

HIGASHI S., « Penser les mathématiques au XVI^e siècle. La philosophie des mathématiques chez Marcantonio Zimara (1475/1476 - avant 1537) », *Historia Scientiarum,* vol. 11-2, 2001.

ISRAEL G., « Des *Regulae* à la *Géométrie* », *Revue d'histoire des sciences,* t. 51-2/3, avril-septembre 1998, p. 183-236.

JAMART G., « Logique, mathématique et ontologie : La Ramée, précurseur de Descartes », *Les Études philosophiques,* janvier-juin 1996, p. 17-28.

LEFEBVRE R., « Du phénomène à l'imagination : les Grecs et la *phantasia* », *Études phénoménologiques,* t. XI, n° 22, 1995, p. 97-136.

LENOIR T., « Descartes and the geometrization of thought : The methodological background of Descartes' Géométrie », *Historia Mathematica,* 6, 1979, p. 355-379.

LERNOULD A., « La dialectique comme science première chez Proclus », *Revue des sciences philosophiques et théologiques,* 71 (n° 4), 1987, p. 509-536.

*LES ÉTUDES PHILOSOPHIQUES,* janvier-mars 1997, dossier : « Aristote sur l'imagination ».

MARCISZEWSKI W., « The principle of comprehension as a present-day contribution to *mathesis universalis* », *Philosophia Naturalis,* 21, 1984, p. 523-537.

MEHL E., « La tradition jésuite sur la mathématique universelle et la philosophie première au cours du XVIe siècle et du début du XVIIe siècle » (communication à la journée d'étude organisée sur le thème de la *mathesis universalis* par B. Besnier les 3 et 4 juillet 2001 à Lyon, ENS-lettres et sciences humaines).

MITTELSTRASS J., « The philosopher's conception of *Mathesis Universalis* from Descartes to Leibniz », *Annals of Science,* 36, 1979, p. 593-610.

MUELLER I., « Aristotle on geometrical objects », *Archiv für Geschichte der Philosophie,* 52, 1970, p. 156-171.

MUELLER I., « Homogeneity in Eudoxus theory of proportions », *Arch. Hist. Ex. Sc.,* vol. 7, 1970, p. 1-6.

OLIVO G., « L'évidence en règle : Descartes, Husserl et la question de la *Mathesis universalis* », *Les études philosophiques,* janvier-juin 1996, p. 189-221.

RABOUIN D., « La "mathématique universelle" entre mathématiques et philosophie d'Aristote à Proclus », *Archives de philosophie,* t. 68, cahier 2, « Sciences et philosophie dans l'Antiquité », été 2005 *a,* p. 249-268.

RABOUIN D., « Logique, mathématique et imagination dans la philosophie de Leibniz », *Corpus,* n° 49, « Logiques et philosophies à l'âge classique », hiver 2005 *b,* p. 165-198.

RABOUIN D., « Husserl et le projet leibnizien d'une *mathesis universalis* », *Philosophie,* n° 92, « Leibniz dans Husserl et Heidegger », décembre 2006.

RIVENC F., « L'héritage de Léon Brunschvicg », *Critique,* n° 582, novembre 1995, p. 825-843.

ROMMEVAUX S., « Aperçu sur la notion de dénomination d'un rapport numérique au Moyen Âge et à la Renaissance », *Methodos,* t. 1 : *La philosophie et ses textes,* 2001, Septentrion, p. 223-243.

ROMMEVAUX S., « Les introductions aux *Éléments* d'Euclide au Moyen Âge et à la Renaissance », dans C. GRELLARD (2004), p. 143-158.

RUSSELL B., « Recent work on the philosophy of Leibniz », *Mind,* vol. 12, n° 46, 1903, p. 177-201.

SAITO K., « Mathematical reconstructions out, textual studies in : 30 years in the historiography of Greek mathematics », *Revue d'histoire des mathématiques,* t. 4, fasc. 1, 1998, p. 131-142.

SERFATI M., « Descartes et la constitution de l'écriture symbolique mathématique », *Revue d'histoire des sciences,* t. 51-2/3, avril-septembre 1998, p. 237-289.

SCHNEIDER M., « Funktion et Grundlegung der Mathesis Universalis im Leibnizschen Wissenschaftsystem », *Studia Leibnitiana Sonderheft,* 15, 1988.

THIJSSEN J. M., « Buridan on Mathematics », *Vivarium,* XXIII, 1 (1985), p. 55-78.

VASOLI C., « De Pierre de La Ramée à François Patrizi. Thèmes et raison de la polémique autour d'Aristote », *Revue des sciences philosophiques et théologiques,* n° 70, 1986, p. 87-98.

VINEL N., « Sur les OGKOI et les DUNAMEIS du Timée 31 *c* 5. Contre les interprétations modernes », *Les Études classiques,* n° 71, 2003, p. 51-70.

VITRAC B, « Umar al Hayyam et l'anthyphérèse », *Fahrang. Quaterly Journal of Humanities and Cultural Studies,* vol. 14, n° 39-40, Winter 2002, p. 137-192.

# Index nominum

*Afin de rendre cet index plus lisible, nous n'y avons pas indiqué les auteurs auxquels un chapitre est consacré (Aristote, Euclide, Platon, Proclus, Descartes) et ceux figurant seulement dans la note bibliographique de l'annexe II.*


Acerbi F., 97 n.
Adorno T., 17 n.
Albert le Grand, 200 n.
Alexandre d'Aphrodise (voir également Pseudo-Alexandre), 65, 107, 139.
Al-Farabi, 221-222.
Al-Khwarizmi, 238.
Alsted J. H., 40 n., 196-199, 208, 215, 223, 234, 246, 259, 268, 279.
Al-Tusi, 203 n.
Ammonius, 135, 155 n.
Anderson A., 247, 259.
Annas J., 52 n.
Apollonius, 208.
Archytas de Tarente, 133, 137.
Aristophane de Byzance, 121.
Arndt H. W., 10 n., 211 n., 232 n.
Aujoulat N., 268 n.
Asclepius de Tralles, 135.
Augustin, 121 n., 268-269, 285.
Averroès, 41 n., 202, 311.
Avicenne, 203 n., 222.
Bacon R., 221-222.
Barozzi F. (Barocius), 129, 146 n., 157, 206-209, 225-227, 230-233.
Barrow I., 225.
Baudouin de Montarcis P., 211 n.
Bautier A.-M., 311 n.
Beaulieu A., 248 n.
Bechtle G., 12 n., 150 n., 206 n.
Becker O., 93 n., 103-104, 107, 111.
Beeckman I., 214, 232 n., 252 n., 256, 258, 329-332.
Bell J., 361.
Belli S., 221.
Bembo P., 219, 235.
Bertier J., 133 n.
Bessarion J., 216.
Beth E. W., 19 n.
Beyssade M., 216 n.
Beyssade J.-M., 281 n., 313 n., 325 n., 340 n., 344 n.
Bianchi L., 268 n.
Blaise de Parme, 219 n.
Boèce, 135, 228, 311 n.

Bolzano B., 9, 18 n.
Bombelli R., 238.
Bonitz H., 45 n.
Bos H., 240 n., 327 n., 331 n.
Bosmans H., 238 n.
Bouriau C., 203 n.
Boutroux P., 298 n., 355.
Breger H., 13 n.
Brisson L., 120 n.
Bruno G., 210.
Brunschvicg L., 20 n., 298 n., 355.
Brunschwig J., 172 n.
Bruyère N., 231 n.
Buridan, 203 n., 311.
Busard H. L. L., 220 n.

Campanus de Novare, 220, 221 n.
Camus J.-P., 215.
Cardan G., 235.
Cardullo R. L., 161.
Carnap R., 20-21.
Catena P., 219, 228, 232.
Cavaillès J., 20.
Caveing M., 94 n., 104 n., 107 n.
Cassirer E., 9, 16, 18-20, 162 n., 210, 211 n., 212 n., 272 n.
Charles-Saget A., 135 n., 158 n., 164 n., 175 n.
Cifoletti G., 233 n., 279 n., 327 n.
Cicéron, 121 n., 269 n., 285 n.
Ciermans J., 255, 317, 332-333.
Clavius C., 196, 198 n., 208 n., 215, 221 n., 223, 237, 243, 275 n.
Cleary J., 52 n., 76 n.
Commandino F., 221 n.
Costabel P., 251 n.
Courtine J.-F., 245 n.
Cousin V., 16 n.
Couturat L., 19, 21, 353.
Crapulli G., 11 n., 13 n., 75, 157 n., 185 n., 193-194, 197 n., 201 n., 207 n., 208, 213 n., 219, 221 n., 228 n., 231, 232 n., 235 n., 239 n., 243, 251 n., 268 n., 288 n., 349.
Crubellier M., 52 n., 81 n.

Dasypodius C., 129, 196-197, 206, 209, 215, 225, 233, 252, 259-260, 268, 279, 352.
Davi Daniele M. R., 229 n.
De Buzon F., 324 n., 345 n.
De Cues N., 210, 212.
Deleuze G., 327 n.
Delfino F., 219.
Dell'Anna G., 202 n., 219 n., 363.
De Pace A., 196 n. - 198 n., 202 n. 206, 229 n.
Desargues G., 323 n.
Dhombres J., 221 n.
Dieudonné J., 360 n.
Diogène Laërce, 73, 121 n.
Diophante, 255, 291, 293.
Dumont J.-P., 172 n.
Duns Scot J., 199, 200 n.

Engfer H.-J., 211 n.
Ératosthène de Cyrène, 60 n., 120, 126, 130-134, 144, 150-151, 279.
Eudoxe, 76, 100 n., 101-102, 148.
Eutocius, 155 n., 196, 208 n.
Evrard E., 164 n.

Faulhaber J., 214 n.
Federici Vescovini G., 219 n.
Fermat P. de, 324 n.
Fibonnaci L., 238.
Fichant M., 29 n., 306 n.
Ficin M., 210, 217.
Fischer K., 16 n.
Fonseca P., 213 n.
Foucault M., 17, 350 n.
Fowler D., 103 n., 104 n., 107 n., 108 n.

Frère J., 310 n.
Funkenstein A., 229 n.

Galilée G., 204, 206, 210, 211 n.
Galois E., 327 n.
Gandillac M. de, 210 n., 212 n.-213 n.
Garber D., 298 n.
Gardies J.-L., 87 n., 89 n., 91 n., 93 n., 100 n., 103 n., 104 n., 108 n.
Gassendi P., 248.
Gatto R., 198 n.
Geminus, 140, 167.
Gérard V., 18.
Giacobbe G. C., 197 n.
Giard L., 215 n., 223 n.
Gilbert N., 232 n.
Gilbert P., 195 n.
Girard A., 241 n.
Girard J.-Y., 361.
Gosselin G., 238.
Grabmann M., 217 n.
Granger G.-G., 20 n.
Grellard C., 215 n.
Grimaldi N., 215 n.
Grothendieck A., 360.
Grynée S. (Grynaeus), 146 n., 206-207.
Guillaumin J.-Y., 135 n.

Hamesse J., 311 n.
Hankins P., 210 n.
Harari O., 175 n.
Hardy C., 246-248.
Hay C., 233 n.
Heath T., 76 n., 89 n.
Heidegger M., 9, 16, 25, 210, 272 n.
Helbing O., 206 n.
Higashi S., 202 n.
Horkheimer M., 17 n.
Hugo de Traiecto, 363.
Husserl E., 9, 17, 19, 21, 209, 211 n., 348.
Huygens C., 324 n.

Israël G., 323 n.

Jaeger W., 45 n.
Jamblique, 24, 35, 40 n., 93, 115-116, 124, 126, 129-130, 132-133, 135-136, 138 n., 139, 141, 143, 146 n., 150, 151 n., 155, 159, 164 n., 165, 216-217, 268 n.
Jean Philopon, 48 n., 135, 222.
Jean de Jandun, 219, 363.
Jean Scot Érigène, 311.
Jordanus de Nemore, 220 n.
Jullien V., 280 n.

Kant I., 10, 19, 176-178, 180, 186, 278, 353-354.
Kauppi R., 211 n.
Keckermann B., 213 n., 214 n., 215 n.
Kepler J., 162 n., 211-213, 268 n.
Kessler E., 215 n., 223 n.
Klein F., 359-360.
Klein J., 234 n., 245 n.
Knorr W., 103 n., 155 n.
Kobayashi M., 310 n.
Koyré A., 211 n.
Krämer S., 210 n., 211 n.
Krayer A., 198 n.
Kristeller P., 210 n., 217 n.

Lafrance Y., 121 n.
Lefebvre R., 164 n.
Lefèvre d'Étaples J., 221.
Leibniz G. W., 9, 13-18, 19 n., 22 n., 24 n., 29, 31, 183-184, 187, 282, 315, 320 n., 322, 342-343, 348, 352-353.

Leinkauf T., 211.
Lernould A., 139 n., 185 n.
Lie S., 327 n.
Loget F., 221 n., 229 n., 279 n.

Mahoney E. P., 210 n.
Mancosu P., 173 n., 198 n., 201 n., 225 n.
Marciszewski W., 211 n.
Marinus, 93, 99, 116, 136, 154-156, 216-217, 279.
Marion J.-L., 22 n., 215 n., 245 n., 251 n., 261 n., 272 n., 273 n., 277 n., 290 n., 312 n., 313 n., 346 n.
Maroth M., 222 n.
Marsile de Padoue, 219.
Moscheo P., 219 n.
Maurolico F., 208 n., 219 n., 235-238, 248 n.
Mazzoni J., 204, 206.
Mehl E., 213-214 n., 230 n., 233 n., 245 n., 260 n.
Melanchton P., 217.
Merlan P., 73 n., 150 n., 151 n., 159 n.
Mersenne M., 241 n., 246-248, 252, 259, 301, 325-326, 342, 344, 257 n., 291 n., 331 n.
Milhaud G., 245 n., 331 n.
Mittelstrass J., 211 n.
Moscheo R., 219 n.
Moutsopoulos E., 64 n., 164 n.
Mueller I., 48 n., 52 n., 94 n., 100 n., 139 n., 151 n., 164 n., 170 n.
Murdoch J. E., 220 n., 224 n.
Mydorge C., 247 n., 331 n.

Napolitani P. D., 219 n., 223 n.
Napolitano Valditara L. M., 12 n., 73 n., 150 n.
Natorp P., 16 n.
Nicomaque de Gérase, 35, 60 n., 124, 126, 130, 132-135, 165.
Nifo A., 200 n., 218.
Nietzsche F., 12 n., 350.

Olivieri L., 209 n., 219 n., 229 n.
Oldrini G., 214 n., 230 n.
O'Meara D. J., 129 n., 133 n., 150 n., 151 n., 159 n., 164 n., 206 n.

Pacioli L., 221, 235.
Pappus, 60 n., 130, 293.
Pascal B., 241 n., 342-343.
Peletier J., 238.
Pépin P., 151 n., 217 n.
Pereira B. (Perera), 196-208, 210, 215, 225-226, 232, 234, 236-238, 248.
Peyroux J., 212.
Philippe d'Oponte, 121.
Piccolomini A., 201-209, 219-220, 222, 225-226, 228, 230, 292.
Peckhaus V., 15 n.
Pic de la Mirandole J., 216.
Pines S., 203 n.
Plotin, 268 n.
Ponzio F. (Pontius), 228.
Plooij R., 108 n., 224 n.
Porphyre, 136, 150 n.
Pseudo-Alexandre, 40 n., 41 n., 75, 200 n.

Ramus P., 76, 99, 207-210, 213-214, 225, 229-235, 252, 260, 279 n., 352.
Randi E., 268 n.
Rashed R., 104 n., 224 n.
Ratichius W., 214 n.

Riemann B., 359.
Rioux G., 214 n.
Rivenc F., 20 n.
Risse W., 210 n.
Robin L., 62 n.
Robinet A., 213-214 n., 231 n., 232 n., 245 n., 260 n.
Rodis-Lewis G., 215 n.
Romano A., 198 n.
Rommevaux S., 196 n., 215 n., 220 n.
Rose P. L., 216 n., 219 n., 221 n.
Ross D., 76 n.
Rossi P., 210 n.
Russell B., 9, 19, 20 n., 21, 348.

Saito K., 50 n.
Saffrey H. D., 139 n., 151 n., 217 n.
Sasaki C., 12 n., 41 n., 73 n., 200 n., 218, 245 n.
Scaliger J. J., 195, 236.
Schneider M., 10 n., 211, 232.
Scholz H., 18.
Schuster J., 245 n., 261 n., 298 n.
Scutelius N., 216.
Sébastien d'Aragon, 363.
Segonds A., 268 n.
Sepper D., 310 n.
Serfati M., 331 n.
Serres M., 20 n.
Simon de Padoue, 363.
Simplicius, 174 n.
Snellius R., 233 n.
Snellius W., 233 n.
Sorabji R., 139 n.
Souffrin P., 219 n.
Speusippe, 69-74, 124, 150 n.
Spinoza, 302 n., 342, 347.
Steel C., 217 n.
Steele R., 221 n.
Stevin S., 238, 240-242, 244.
Sutto J.-P., 223 n., 235 n.
Syrianus, 80, 130, 136-137 n.

Taisbak C. M., 110 n.
Tannery P., 64 n.
Taràn L., 121 n., 285 n.
Tartaglia N., 221.
Tassora R., 219 n.
Theobald de Anchora, 363.
Themistius, 222.
Théon de Smyrne, 35, 60 n., 116, 121 n., 124, 126, 130, 132, 134, 140, 155.
Théophraste, 69-70.
Thierry de Chartres, 311 n.
Thijssen J. M., 203 n.
Thomas d'Aquin, 200 n.
Tomitano B., 229 n.
Trouillard J., 175 n.
Tschirnhaus E. W., 13 n., 14.

Vahabzadeh B., 224 n.
Valla G., 216, 219.
Van Berkel K., 233 n.
Van Ceulen L., 238 n.
Van de Pitte F., 253 n.
Van der Waerden B. L., 103 n.
Van Roomen A. (Romanus), 40 n., 195-199, 208, 215, 223-225, 234, 236-239, 242-243, 246, 259, 265, 279.
Van Schooten F., 14, 16 n., 23, 93 n., 255.
Viète F., 237, 238 n., 239-240, 247 248, 259, 291 n.
Vitrac B., 88 n., 90 n., 94 n., 96 n., 103 n., 104 n., 108 n.
Vuillemin J., 20 n., 81 n., 99-100 n., 280, 283, 327 n.

Wallis J., 14 n., 225 n.
Watson G., 164 n.
Weber J.-P., 251 n., 288 n., 290 n.
Weierstrass K., 359.
Weil A., 356 n.
Westerink L., 217 n.
Weyl H., 360.
Whitehead A. N., 20 n.
Wolff C., 15 n.
Wurtz J.-P., 15 n.

Yates F., 210 n., 310 n.

Zabarella G., 229, 233 n.
Zamberti B., 217, 219, 247.
Zeuthen H. G., 103, 111.
Zimara M.-A., 202 n.

# Table des matières

Introduction . . . . . 9

La constitution de la « mathématique universelle » comme problème philosophique . . . . . 33

I. Aristote . . . . . 37

I.1. L'étrange apparition de la mathématique universelle (E 1, K 7) . . . . . 37
I.2. Stratégies d'identification . . . . . 45

I.2.1. La mathématique universelle comme mathématique première (Γ 2) . . . . . 45
I.2.2. La mathématique universelle comme mathématique commune . . . . . 49

2.2.1. Le problème de la séparation (M 2 ; M 3) . . 50
2.2.2. Le problème de l'univocité (I 1) . . . . . 54
2.2.3. Le problème onto-logique des relations (N 1 ; Δ 15) . . . . . 58

I.3. La mathématique universelle comme problème . . . . . 67

I.3.1. Contre Speusippe . . . . . 69
I.3.2. La question de la démonstration universelle (*An. Post.*, I, 5) . . . . . 74

II. « Mathématique universelle » et théories mathématiques : Aristote, Euclide, *Epinomis* . . . . . 85

II.1. Théorie des proportions et mathématique universelle : la confrontation avec le dispositif euclidien . . . . . 85
II.2. La théorie ancienne . . . . . 101

II.2.1. Le programme mathématique . . . . . 101
II.2.2. Le programme philosophique . . . . . 114
2.2.1 Retour sur le programme de Platon . . . . . 114
2.2.2. Un programme « platonicien » de mathématique générale : l'*Epinomis* . . . . . 120

III. Le moment néo-platonicien . . . . . 129

Introduction : d'Aristote à Proclus . . . . . 129
III.1. L'étrange apparition de la mathématique générale. . . . . 141
III.2. Le rapport aux théories mathématiques. . . . . 149
III.3. Le caractère médiateur de la mathématique générale . . . . 157

III.3.1. Entre simple et complexe . . . . . 158
III.3.2. L'unité des objets . . . . . 165
3.2.1. Limite et Illimité . . . . . 165
3.2.2. Le rôle du λόγος . . . . . 171

III.4. La théorie de la connaissance : le rôle de l'imagination . . . 175
III.5. Logique de l'imagination et logique des problèmes . . . . . 184

Vers la science de l'ordre et de la mesure . . . . . 193

Introduction . . . . . 193

IV. La renaissance de la mathématique universelle . . . . . 195

IV.1. La circulation du problème. . . . . 195
IV.2. Les illusions de l'histoire monumentale. . . . . 209
IV.3. Avant la redécouverte de Proclus. . . . . 216
IV.4. Les particularités du développement renaissant . . . . . 222
IV.5. Le rapport aux mathématiques . . . . . 234
IV.6. Jusqu'à Descartes . . . . . 244

V. La *mathesis universalis* cartésienne . . . . . 251

Introduction . . . . . 251
V.1. La *mathesis universalis* pour elle-même . . . . . 253

V.1.1. Quatre traits distinctifs de la *mathesis universalis* cartésienne . . . . . 253
V.1.2. Ordre méthodique / ordre mathématique : le rôle des proportions . . . . . 270

1.2.1. La recherche du simple. . . . . 270
1.2.2. Le rôle des proportions. . . . . 274
1.2.3. Le rôle de la mathématique universelle : la logique du mathématique comme logique des problèmes . . . . . 278

V.2. Retour sur l'étrange apparition de la *mathesis universalis*. . . . 285

V.2.1. Règle I à IV-A : le modèle mathématique. . . . . 285
V.2.2. Règle IV-B : l'entrée en scène de la *mathesis universalis*. 288

V.3. *Mathesis* et méthode . . . . . 296
V.4. Le dispositif . . . . . 302

V.4.1. Le rôle de l'imagination . . . . . 304
V.4.2. Les notions communes . . . . . 311
V.4.3. La *mathesis universalis* prise dans son dispositif gnoséologique . . . . . 314
V.4.4. La transparence de l'ordre . . . . . 318

V.5. Les raisons d'un abandon . . . . . 322

V.5.1. Position du problème . . . . . 322
V.5.2. Les obstacles à la « mathématique universelle » dans les Règles . . . . . 326
V.5.3. Le problème de l'unité du discret et du continu . . 334

Conclusion . . . . . 347

Annexe I : *La quaestio de scientia mathematica communi* . . . . . 363

Annexe II : Essai bibliographique sur la *mathesis universalis* chez Descartes et Leibniz . . . . . 367

Bibliographie . . . . . 375

Index nominum . . . . . 397

Imprimé en France
par MD Impressions
73, avenue Ronsard, 41100 Vendôme
Février 2009 — N° 55 054

MD Impressions est titulaire du label Imprim'Vert®

Fondée sous les auspices du père de notre modernité philosophique Descartes, puis consolidée par des penseurs aussi importants que Leibniz, Bolzano ou Husserl, la *mathesis universalis* paraît représenter à elle seule l'ambitieux programme du « rationalisme classique ». Des philosophes tels que Husserl, Russell, Heidegger ou Cassirer ont pu s'accorder en ce point. Le développement de la « science moderne » aurait porté ce grand « rêve dogmatique » pour mener vers son terme le destin de la métaphysique occidentale.

Pourtant les recherches historiques récentes ont montré que l'idée de « mathématique universelle » existait bien avant Descartes, que ce dernier ne revendiquait d'ailleurs aucune rupture sur ce point et que sa réflexion se situait même assez clairement dans l'héritage des Anciens. Comment dès lors justifier que les Anciens, avec lesquels le programme des Classiques était censé rompre, aient pu déjà se préoccuper de « mathématique universelle » ?

Plus simplement encore, de quoi se préoccupaient donc ces philosophes sous ce concept ? Le regain d'intérêt pour la *mathesis universalis* à la fin du XIXe siècle n'avait-il pas conduit paradoxalement à la perte de son sens comme problème ? Cette étude a pour but de suivre ces questions jusqu'à leur origine et de montrer leur importance dans le dialogue entre mathématique et philosophie.

ISBN : 978-2-13-057088-2

9 782130 570882

www.puf.com

34 € TTC France